

Individuelle versus kollektive arbeidsformer

***En drøfting av aktuelle utfordringer i
matematikkundervisningen i grunnskolen.***

Av

Ole Kristian Bergem

PhD – avhandling

September 2008

Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling

Det utdanningsvitenskapelige fakultet

Universitetet i Oslo

Forord

Denne avhandlingen har blitt skrevet som en del av den tverrfaglige og videobaserte klasseromsstudien PISA+. De første som det da synes naturlig å takke, er rektorer, lærere og elever på de involverte skoler, som var villige til å åpne sine klasserom for oss. Vi ble møtt med stor velvilje i alle seks klasserommene, og særlig vil jeg berømme lærerne for den åpenheten og fleksibiliteten de viste. Det er ingen selvfølge at man lar forskere videoovervåke sin arbeidsplass i tre samfulle uker! Av åpenbare grunner er det ikke mulig for meg å nevne navn, verken på rektorer eller lærere, men tusen takk til dere alle for den positive holdningen vi ble møtt med.

Dernest vil jeg rette en takk til mine to veiledere, professor Kirsti Klette og professor Svein Lie. Klette og Lie har ledet PISA+ prosjektet, og jeg betrakter meg selv som svært privilegert som ikke bare fikk være en del av dette prosjektet, men også lyktes med å få begge to som personlige veiledere. Jeg har satt stor pris på de konstruktive tilbakemeldingene de kontinuerlig har gitt meg på mitt skriftlige arbeid, og den oppfølgingen jeg generelt har fått gjennom hele stipendiatperioden. Døra til Sveins kontor har stått åpen og han har alltid tatt seg tid til å svare på mine spørsmål. Som en følge av at Kirsti tilbrakte et år som forsker ved Stanford, fikk jeg muligheten til et tidagers opphold der, senhøstes 2007. Her ble førsteutkastet til artikkel III skrevet, med verdifulle innspill fra Kirsti. Jeg fikk under dette arbeidet disponere Kirstis kontor, mens hun selv arbeidet hjemme eller på en lesesal i nærheten. Hennes sjenerøsitet stoppet ikke der, jeg ble også ønsket velkommen hjem til hennes familie om kvelden, og tatt med på både konserter og strandturer.

Jeg vil også svært gjerne berømme både Kirsti og Svein for en mer overordnet innsikt de begge gjennom hele sin faglige profesjonelle framtoning formidler, nemlig denne: Det er svært viktig å skaffe seg kunnskap om hva som foregår på forskningsfronten innenfor det fagfeltet man arbeider i, men man både kan og bør kombinere et generelt sultent og kritisk blikk med en stor dose akademisk sjenerøsitet. For å si det med ”racingsjargong”: Man skal tilstrebe det å være ”frontrunner”, men skylapper hører ikke hjemme i academia! Denne holdningen håper jeg selv å kunne ta med meg videre i mitt framtidige akademiske liv.

PISA+ var som nevnt et tverrfaglig prosjekt hvor mange personer var involvert. Jeg vil takke hele PISA+ gruppa for godt praktisk og faglig samarbeid. Vi ble etter hvert flinke både til å strekke kabler sammen og til å gi hverandre kritiske, faglige innspill. Så takk til Øystein Anmarkrud, Nina Arnesen, Marianne Ødegaard og Jo Rasmus Holt Zachariassen. Som en del av forskningsgruppa CAMP, vil jeg også takke for muligheten til å legge fram utkast av mine artikler der.

Av andre personer som har gitt meg verdifulle faglige tilbakemeldinger og innspill, vil jeg særlig takke Paul Ernest, Bjørnar Alseth, Doris Jorde, Andreas Quale ("nittiprosent" evaluering), Glenn Ole Hellekjær (engelsk språkvask), Rolf Vegar Olsen, Doris Jorde, Leif Lahn og Jorun Nyléhn.

Tilslutt vil jeg takke "hjemmefronten" for fredsbevarende innsats når det røyner på som verst. Takk Randi!

Oslo, april 2009

Ole Kr. Bergem

Mathematics classrooms are more likely to be places in which mathematical proficiency develops when they are communities of learners and not collections of isolated individuals.

(Kilpatrick, Swafford & Findell 2001, p. 425).

Innholdsfortegnelse

<i>Innholdsfortegnelse</i>	7
1. INTRODUKSJON	11
1.1. Ekstern ramme for min PhD-studie	11
1.1.1 Min PhD-studie	11
1.1.2 PISA+ med overordnede forskningsspørsmål	11
1.1.3 PISA+ i relasjon til LPS	12
1.2. Presentasjon av bakgrunnen for PISA+	13
1.2.1. PISA	13
1.2.2. TIMSS	14
1.2.3 Følgeforskningen av R 97	15
1.2.4 Surveystudier versus kasusstudier - fra PISA/TIMSS til PISA+	16
1.2.5 Styrker i det metodologiske designet til PISA+	18
1.3 Mitt prosjekt i PISA+	20
1.3.1 Mitt forskningsarbeid relatert til PISA+ og LPS	20
1.3.2 Empiriske data som mine artikler baseres på	20
1.3.3 Bakgrunnen for valg av tema og problemstillinger til mine artikler	21
1.3.4 Sammendrag av de tre artiklene	24
2. METODE	35
2.1 Forberedelser til prosjektet PISA+	35
2.1.1 Valg av teknologiske løsninger	35
2.1.2 Utvikling av intervjuguide	37
2.1.3 Pilotering	38
2.2 Gjennomføring av prosjektet PISA+	40
2.2.1 Utvalg av klasser	40
2.2.2 Observasjon	41

2.2.3	PC-arbeidsstasjon	43
2.2.4	Kameraer	43
2.2.5	Lydutstyr	44
2.2.6	Lagring av data	44
2.2.7	Fordeler med våre tekniske løsninger	45
2.3	Analyseverktøy	46
2.3.1	Videograph	47
2.3.2	To analysenivåer	48
2.3.3	Overføring til SPSS	52
2.4	Metodevalg i mitt prosjekt	53
2.4.1	Intervjuer	53
2.4.2	Utforskende versus strukturerte intervjuer	53
2.4.3	Elevintervjuene	54
2.4.4	Lærerintervjuene	57
2.4.5	Transkribering av intervjuer	57
2.4.6	Seleksjonskriterier for refererte intervjuutsagn	58
2.4.7	Etiske betraktninger i forhold til intervjuer og publisering	60
2.5	Klasseromsforskning, matematikdidaktisk forskning og videostudier	64
2.5.1	Klasseromsforskning som forskningsfelt	65
2.5.2	Utviklingstrender innenfor klasseromsforskning	65
2.5.3	Utviklingstrender innenfor matematikdidaktisk forskning	66
2.5.4	Videostudier	68
2.6	Kvantitativ versus kvalitativ metode i klasseromsforskning	71
2.6.1	Reliabilitet, validitet og relevans	71
2.6.2	Refleksjoner rundt reliabilitet, validitet og relevans i relasjon til mine analyser	74
3.	TEORETISKE PERSPEKTIVER	78

3.1	Krav til teoretisk redegjørelse.....	78
3.1.1	Læringsteorier og epistemologi.....	78
3.1.2	Teoretisk forankring av eget ståsted.....	79
3.1.3	Matematikkdidaktikk og ulike syn på matematisk kunnskap	80
3.1.4	Absolutisme/Platonisme.....	81
3.1.5	Kant og sikker viten	82
3.1.6	Logisisme, formalisme og konstruktivisme	83
3.1.7	Kritikk av absolutisme fra klassiske vitenskapsteoretikere.....	83
3.1.8	Oppsummering av kritikken mot absolutistiske retninger	84
3.2	Læringsteoretiske og epistemologiske posisjoner innenfor matematikkdidaktikk....	85
3.2.1	Radikal konstruktivisme og matematisk kunnskap	85
3.2.2	Sosialkonstruktivisme og matematisk kunnskap.....	86
3.2.3	Wittgenstein – matematikkfilosofi mellom to leire.....	87
3.2.4	Sosiokulturell teori og matematisk kunnskap	90
3.2.5	Epistemologi, læringsteorier og undervisning	93
4.	KONKLUSJON	98
4.1.	Mitt forskningsarbeid	98
4.1.1	Mitt forskningsarbeid i relasjon til egne forskningsspørsmål	98
4.1.2	Mitt forskningsarbeid i relasjon til de overordnede forskningsspørsmålene i PISA+	100
4.1.3	Mitt forskningsarbeid i relasjon til grunnleggende mål for matematikkdidaktisk forskning.....	102
	Referanser	104

Artikkel I

Artikkel II

Artikkel III

Vedlegg1-5

1. INTRODUKSJON

1.1. *Ekstern ramme for min PhD-studie*

1.1.1 Min PhD-studie

Min PhD-studie er artikkelbasert, knyttet til faget matematikk, og inngår som en del av prosjektet PISA+. Bakgrunnen for valg av tema og problemstillinger til mine tre artikler vil bli presentert i kapittel 1.3.3, mens det blir gitt et sammendrag av disse artiklene i kapittel 1.3.4.

Et gjennomgående tema i alle mine tre artikler er utfordringer knyttet til innføring og bruk av nye læringsverktøy i matematikkundervisningen på ungdomsskolenivå. Ulike aspekter ved bruk av arbeidsplan i matematikk analyseres i artikkel I og artikkel II. Elevintervjuer, klasseromsobservasjoner og videoanalyser av timer fra flere klasserom utgjør det empiriske grunnlaget for disse artiklene. I artikkel III drøftes læringspotensialet som ligger i bruk av hverdagsrelaterte oppgaver i matematikk, i relasjon til ulike diskurstyper. Analysene i artikkel III er basert på observasjoner fra ett utvalgt klasserom.

Mine valg av tema for disse artiklene bør ses i lys av de tre overordnede problemstillinger for prosjektet PISA+, som presenteres under.

1.1.2 PISA+ med overordnede forskningsspørsmål

Dataene som danner grunnlaget for avhandlingen, er samlet inn gjennom forskningsprosjektet PISA+ som er en videobasert klasseromsstudie i matematikk, naturfag og lesing (Klette *et al.* 2008). PISA+ er organisert som et tverrfaglig samarbeidsprosjekt mellom pedagoger og fagdidaktikere fra Pedagogisk forskningsinstitutt (PFI) og Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling (ILS) ved Universitetet i Oslo. Prosjektet er støttet av Norges Forskningsråd, og inngår som en del av forskningsprogrammet KUL (Kunnskap, utdanning og læring). KUL er finansiert med midler fra det tidligere Utdannings- og forskningsdepartementet. PISA+ ledes av professor Kirsti Klette ved PFI og professor Svein Lie ved ILS. Tre stipendiater har vært tilknyttet prosjektet, en på hvert av fagområdene. Også en post doc og teknisk personale har jobbet innenfor PISA+. Prosjektet har hatt som mål å forfølge og belyse problematiske funn fra norsk skoleforskning, særlig funn framkommet gjennom de internasjonale studiene PISA (Kjærnsli, Lie, Olsen, Roe & Turmo 2004) og TIMSS (Grønmo, Bergem, Kjærnsli, Lie

& Turmo 2004), samt fra følgeforskningen av L97 (Alseth, Breiteig & Brekke 2003; Klette 2003; Haug 2003; Imsen 2003; Haug 2004).

De overordnede forskningsspørsmålene i PISA + er formulert slik:

P1) Hvordan kan vi forstå og fortolke det generelle mestringsnivået og mønstrene i de norske PISA-funnene?

P2) Hvordan kan vi forstå de pedagogiske prosessene som er med på å forme disse resultatene?

P3) Hvordan kan vi omforme noen av PISA-funnene til konkrete forslag for å forbedre norsk utdanning og opplæring i et perspektiv på livslang læring?

Disse spørsmålene er ment å besvares gjennom forskningsprosjektet som helhet og ikke nødvendigvis fullt ut gjennom de ulike delprosjektene.

1.1.3 PISA+ i relasjon til LPS

Metodisk har PISA+ prosjektet lagt seg nært opp til *Learners Perspective Study (LPS)* (Clarke 2000; Clarke, Keitel & Shimizu 2006a; Clarke, Emanuelsson, Jablonka & Chee Mok 2006b). LPS-prosjektet ledes av professor David Clarke ved Universitetet i Melbourne og er en videobasert klasseromsstudie i matematikk i tolv land. Prosjektet ser på mønstre for involvering i matematikkundervisningen i klasserom på 8. og 9. trinn, og målet er å dokumentere aspekter ved tilbudt og erfart læring. Matematikkdelen i PISA+ prosjektet er designet slik at det kan inngå i denne internasjonale komparative videostudien. Metodisk karakteriseres LPS ved at man har vektlagt det å dokumentere sekvenser av matematikkundervisning, dvs. 10 påfølgende matematikktimer i hver observerte klasse. Data samles inn fra tre klasser på tre ulike skoler og et uttalt mål er at lærerne i disse klassene lokalt skal anses for å være dyktige til å undervise i matematikk. Datamaterialet som danner grunnlaget for min studie utgjøres av:

- Videoopptak fra matematikktimene
- Videostimulerte elevintervjuer
- Lærerintervjuer
- Feltnotater fra klasseromsobservasjoner
- Kopier av elevarbeider

- Kopier av lærermateriale

Selv om LPS kun er knyttet til faget matematikk, har man altså for hele PISA+ prosjektet metodologisk valgt å følge et design som ligger svært nær det som her er beskrevet for LPS. Det betydeligste avviket er at flere fag og skoler er inkludert i PISA+. Mens man i LPS følger tre klasser gjennom ti matematikktimer, varierer antallet timer pr. fag noe mer i PISA+. I PISA+ har vi lagt vekt på å være ca. tre uker i hver av de seks klassene som vårt utvalg besto av. Antallet videofilmte timer i de tre fagene har da variert noe avhengig av klassenes egne timeplaner. Dette vil bli nærmere beskrevet senere i avhandlingen.

1.2. Presentasjon av bakgrunnen for PISA+

Det er altså særlig funnene fra de internasjonale forskningsprosjektene PISA og TIMSS, samt følgeforskningen for L97 som danner bakgrunnen for PISA+. Her vil disse tre forløperne for PISA+ kort bli presentert. Ønsker man mer utdypende informasjon om rammeverkene og resultatene fra denne forskningen, henvises det til de foreliggende rapporter, for PISA: (Lie, Kjærnsli, Roe & Turmo 2001; Kjærnsli *et al.* 2004; Kjærnsli, Lie, Olsen & Roe 2007), for TIMSS: (Lie, Kjærnsli & Brekke 1997; Grønmo *et al.* 2004), og for følgeforskningen for L97: (Alseth *et al.* 2003; Klette 2003; Haug 2003; Imsen 2003; Haug 2004). Alle disse empiriske studiene har altså fungert som premissleverandører for de overordnede forskningsspørsmålene for PISA+, selv om særlig resultatene fra PISA-undersøkelsen i 2003 er vektlagt i den konkrete formuleringen av disse spørsmålene.

1.2.1. PISA

Den internasjonale PISA-studien undersøker 15-åringers kunnskaper på tre sentrale fagområder, lesing, naturfag og matematikk. Den har en treårig syklus og oppgavene er utformet med tanke på å kunne måle elevenes evne til å anvende de kunnskaper og ferdigheter som de blant annet har tilegnet seg gjennom den obligatoriske grunnskoleutdanningen (OECD 2000; OECD 2003; OECD 2006). *Literacy* (*reading literacy, scientific literacy, mathematical literacy*) er det sentrale engelske begrepet man benytter i PISA for å betegne den type kompetanse man ønsker å måle. Dette begrepet er vanskelig å oversette til norsk, og i våre nasjonale rapporter oversettes for eksempel *mathematical literacy* vekselvis til ”matematisk kompetanse”, kun ”matematikk”, eller også ”matematikk for alle” (se f.eks Kjærnsli *et al.* 2004, s.14 og s. 29). PISA er følgelig ikke en tradisjonell læreplanbasert kunnskapstest. Man ønsker derimot å måle elevenes kompetanse til å anvende sine fagkunnskaper i

virkelighetsnære situasjoner, og oppgavene konstrueres med dette for øye. Data samles inn både på kognitive resultatmål, faktorer som kan påvirke læringsprosessene (for eksempel klasseromsklima, instruksjonsform, læringsstrategier), og bakgrunnsvariabler (for eksempel foreldrenes utdanningsnivå og antall bøker hjemme). Gjennom sitt kvantitative forskningsdesign, som blant annet innebærer et representativt nasjonalt utvalg av skoler og elever, kan man i PISA generalisere alle funn, det vil si trekke konklusjoner fra utvalg til hele populasjonen av 15-åringene i de respektive deltakerlandene. Norge har deltatt i alle de PISA undersøkelsene som har blitt gjennomført, det vil si i 2000, 2003 og 2006. Noen av de viktigste funnene for norsk skole som er avdekket av PISA, og som er relevante for PISA+, er:

- Store kjønnsforskjeller i lesing i favør jenter.
- Svakt utviklet repertoar av læringsstrategier.
- Lavt læringstrykk, men mye uro og bråk. Dette rapporteres av både elever og skoleledelse.
- Ikke noe land har sterkere sammenheng mellom vektlegging av ferdighetstrening i matematikk og faglige prestasjoner enn Norge, samtidig som ferdighetstrening i vårt land forekommer i liten grad.
- Større spredning enn forventet når det gjelder kunnskaper i alle de tre fagene (spesielt i lesing).
- Svake resultater og en nedadgående trend i perioden 2000-2006 i alle de tre fagene.

Det bør her bemerkes at det siste punktet er tilføyet på bakgrunn av rapporten fra PISA 2006 (Kjærnsli *et al.* 2007), som ikke forelå da PISA+ ble initiert i 2004. De er her tatt med fordi de kan sies å aksentuere tidligere funn som ble ansett for å være problematiske for norsk skole, og som var med å motivere PISA+.

1.2.2. TIMSS

TIMSS er en internasjonal komparativ undersøkelse av elevenes kunnskaper i matematikk og naturfag i 4. og 8. klasse. Et av de viktigste målene i TIMSS er å beskrive og sammenlikne elevprestasjoner, så vel nasjonalt som internasjonalt, for deretter å søke å forklare og forstå forskjellene i prestasjoner ut fra andre data i undersøkelsen (Grønmo *et al.* 2004). Elevene blir testet i det lærestoffet som de i følge læreplanen og rapportert undervisningspraksis skal ha

blitt undervist i. TIMSS har en fireårig syklus og har blitt gjennomført i 1995, 1999, 2003 og 2007. Norge var ikke med i 1999, men har deltatt de øvrige årene. Resultatene fra TIMSS 2007 vil først foreligge i desember 2008. Blant de viktigste funnene fra TIMSS 1995 og TIMSS 2003 i relasjon til PISA+, er:

- Betydelig tilbakegang i faglige prestasjoner i perioden 1995 – 2003, både i naturfag og matematikk.
- En markert sammenheng mellom prestasjoner og hjemmebakgrunn. Det er tegn som tyder på at denne sammenhengen har blitt forsterket på 90-tallet.
- Norske realfagslærere har et generelt høyt utdanningsnivå, men de har lite fordypning i de fagene de underviser i, matematikk og naturfag.

1.2.3 Følgeforskningen av R 97

Følgeforskningen av Reform 97 hadde som overordnet oppgave å evaluere effekten av denne reformen for læringsprosessene i klasserommet. Dette forskningsarbeidet ble utført gjennom blant annet å foreta nitidige klasseromsobservasjoner, gjennomføre lærerintervjuer, og analysere benyttede lærebøker i sentrale fag, for eksempel matematikk (se Alseth *et al.* 2003). Følgeforskningen av Reform 97 avdekket hvordan sentrale trekk ved elevens læringsmiljø og arbeidsformer i klasserommet samvarierte med kvaliteten på opplæringen. Klette (2003) viste for eksempel til store variasjoner i lærernes systematiske bruk av læringsaktiviteter og organisering av disse, og påpekte at rutiner og ritualer for klasseromsorganisering og atferd ofte var vage og uklare. Ved siden av de tidligere refererte problematiske funnene i PISA og TIMSS, var resultatene fra denne følgeforskningen med på å danne utgangspunktet for PISA+. Blant de viktigste funnene var:

- Mye aktivitet, men uklare læringsmål
- Lave krav og uklare standarder for elevarbeid
- Individuelt arbeid var den oftest forekommende aktiviteten i alle klasserom
- Lite tid ble brukt på å forklare nye begreper og temaer
- De fleste klasserom ble kjennetegnet av et inkluderende og uformelt miljø

Det sistnevnte funnet bør betraktes som et positivt funn for norsk skole. De overordnede forskningsspørsmålene i PISA+ gjør imidlertid at det er de problematiske funnene som vies mest oppmerksomhet, både i studien generelt og i de enkelte delstudier, inkludert min egen.

1.2.4 Surveystudier versus kasusstudier - fra PISA/TIMSS til PISA+

Å samle inn pålitelige data om undervisning og læring og forholdet mellom disse er beheftet med betydelige metodologiske problemer (Hiebert & Grouws 2007). Svært mange faktorer influerer på elevenes læring, for eksempel støtte fra foreldre, sosial innflytelse fra venner, motivasjon, lærernes faglige kompetanse, kvaliteten på læringsmaterialet, organisering av undervisningen og vurderingsmåter. Å designe metoder som evner å framskaffe reliable data på alle disse områdene, og i tillegg analytisk relatere de til fundamentale spørsmål om forhold mellom undervisning og læring, er en stor utfordring innenfor utdanningsforskning. Ulike forskningsmetoder vil ofte lykkes på forskjellige områder innenfor dette feltet. PISA og TIMSS har gitt oss svært verdifull informasjon om forholdene i norsk skole og resultatene fra disse undersøkelsene har hatt stor innflytelse på den skolepolitiske debatten i Norge de siste årene. Gjennom sitt kvantitative design har disse undersøkelsene sin styrke i at funnene kan generaliseres til å gjelde for hele den angitte populasjonen. For PISA vil dette si alle 15-åringer og for TIMSS elever på henholdsvis 4. og 8. klassetrinn. I tillegg til å måle elevenes kunnskaper og ferdigheter i sentrale fag ut fra de kriterier som er beskrevet i kapitlene 1.2.1 og 1.2.2, samler man i begge disse studiene inn bakgrunnsmateriale om både skolene og elevene og analyserer dette opp mot elevprestasjonene. Dette gjør man gjennom elevspørreskjemaer, skolelederspørreskjemaer og lærerspørreskjemaer (kun TIMSS). Man benytter på forhånd strukturerte spørreskjemaer for å samle inn denne informasjonen. Det ligger et stort arbeid bak utviklingen av instrumentene, blant annet foretas en omfattende pilotering året før hovedundersøkelsene, og likelydende instrumenter benyttes i alle deltakerlandene. Mye ressurser brukes på å forsikre seg om at lokale oversettelser er så korrekte som mulig.

I tillegg til at designet i disse kvantitative undersøkelsene gjør at man kan trekke statistisk gyldige konklusjoner fra utvalg til hele populasjonen, gir det også anledning til å utføre komparasjoner mellom alle deltakerland. Sterke og svake sider ved eget utdanningssystem vil slik kunne vurderes i et internasjonalt perspektiv. Alle typer forskningsmetoder vil imidlertid også ha svakheter. En av de åpenbare svakhetene ved bakgrunnsmaterialet som blir samlet inn i PISA og TIMSS, er at det baserer seg på egenrapportering fra elever, skoleledere og lærere (TIMSS), og ikke på observasjoner fra forskere. Dette gjør at det hefter en viss usikkerhet ved en del av de innsamlede dataene (Kunter & Baumert 2006). For eksempel rapporterer lærere om at langt mer tid brukes til gruppearbeid enn det elever gjør (Grønmo *et al.* 2004, s. 157). Avvikene er for Norges del betydelige. Hvem skal man da velge å stole på, lærerne eller

elevene? Det kan være vanskelig å gi en god begrunnelse for et slikt valg, samtidig som det åpenbart vil kunne ha betydning for de analysene som gjøres. At for eksempel lærere har en tendens til å overrapportere trekk ved undervisningen som antas å være ønsket, er for øvrig dokumentert i flere forskningsarbeider (Kunter & Baumert 2006; Hiebert & Grouws 2007). Selvrapporing vil derfor kunne indikere hvordan lærere mener de burde undervise, ikke hvordan de faktisk gjør det. Å benytte spørreskjemaer vil derfor kunne svekke validiteten til denne type undersøkelser i forhold til å beskrive aktuell undervisningspraksis (Hiebert & Grouws 2007).

Mer generelt er det vanskelig gjennom denne type surveystudier å eksplisitt kunne si noe om hva som kjennetegner de pedagogiske prosessene som finner sted i klasserommet, og å identifisere hvilke av disse som har betydning for utviklingen av elevenes faglige kompetanse (Maxwell 2004). Dette skyldes blant annet ytterligere en ulempe ved store internasjonale kvantitative undersøkelser innenfor utdanningsforskning; den manglende fleksibiliteten i forhold til lokale idiosynkratiske trekk ved skole og undervisning. (Her bør det bemerkes at det er en viss, begrenset mulighet for å legge inn spørsmål av lokal interesse i både PISA og TIMSS, såkalte ”national options”). Ettersom ønsket om muligheter for internasjonal komparasjon er en av de viktigste motivene for denne type undersøkelser, vil man åpenbart legge vekt på å unngå å fokusere på trekk som kun er av interesse for et enkelt land, eller bare et fåtall av deltakerlandene. Dette kan imidlertid medføre at man ikke evner å fange opp og beskrive faktorer som kan være av stor betydning innenfor nasjonale utdanningssystemer. Denne type argumenter avdekker det åpenbare behovet for at disse kvantitative studiene følges opp av kasusorienterte dybdestudier. Slike dybdestudier kan gi detaljert informasjon om lokal undervisningspraksis i de ulike skolefagene, for eksempel hvilke arbeidsmåter og interaksjonsmønstre som synes å være dominerende, og hvordan det faglige innholdet sikres. Dermed kan de bidra til å gi oss et bedre grunnlag for å forstå de pedagogiske prosessene i klasserommet. For å kunne lykkes med å gi denne type beskrivelser kreves fysisk tilstedeværelse. Spørreskjemaer med lærer- og elevrapporterte data vil da ikke være tilstrekkelig for å sikre høy nok datakvalitet. Klette (2004) viser for eksempel hvordan utviklingstrekk i arbeidsmåter først kommer til syne når kvantitative data kombineres med kvalitative innholdsorienterte data fra direkte observasjon i klasserommet. Funnene fra slike kvalitative studier vil kunne komplementere og utfylle den kunnskapen vi får om norsk skole gjennom de nevnte kvantitative studier.

Som det fremgår av forskningsspørsmålene presentert i kapittel 1.1, er PISA+ motivert ut fra ønsket om nettopp å kunne utdype resultatene fra PISA og TIMSS. Det må imidlertid fastslås at funnene i PISA+ ikke umiddelbart kan brukes til å trekke generelle slutninger om forholdene i norsk skole. Vårt kvalitative design gir ikke grunnlag for det. Vi har ikke et bredt og representativt utvalg av skoler, men kun dybdestudier fra seks skoler beliggende i et begrenset geografisk område. På den annen side er det liten grunn til å tro at de funn som gjøres i PISA+ ikke er relevante for andre skoler enn disse seks. PISA har avdekket at mens det i Norge er relativt stor varians mellom elevene innen den enkelte skole, er forskjellene mellom skolene relativt små i et internasjonalt perspektiv.

Et gjennomgående trekk i alle internasjonale undersøkelser av norske skoleelevers prestasjoner er at forskjellene mellom elevene i liten grad kan knyttes til hvilken skole de går på (Kjærnsli et al. 2007, s. 227).

Likheten mellom norske skoler, hva gjelder elevers faglige prestasjoner, er altså slik sett mer grunnleggende enn forskjellene. Uten at konsekvensen av dette bør trekkes for langt, (det er også forskjeller mellom skoler relatert til elevprestasjoner her til lands og i Kjærnsli *et al.* 2007 blir det antydnet at denne forskjellen synes å ha økt de siste årene), kan man hevde at enhver norsk skole er et lite stykke skole-Norge i miniatyr. Selv om funnene i PISA+ generelt er av en annen karakter enn funnene i PISA/TIMSS, bør flere av disse funnene (PISA+) følgelig kunne anses for i betydelig grad å ha relevans også utenfor de involverte klasser. Særlig vil dette gjelde for funn knyttet til trekk ved undervisningen som opptrer på tvers av klassene i studien. Clarke *et al.* (2006a) argumenterer på en liknende måte i forhold til funnene i LPS-studien:

Because of the highly selective nature of the classrooms studied in each country, no claims can be made about national typification of practice, however any regularities of practices sustained across thirty lessons demand some consideration of the possible causes of such consistency (s. 3).

Drøfting av ulike sider ved bruk av arbeidsplaner i matematikk, som er tematisert i artikkel I og artikkel II, er et eksempel på et organisatorisk trekk som med lokale variasjoner gjenfinnes i alle seks klasserom i PISA+ prosjektet. Dette gir grunn til å hevde at analysene i disse artiklene har relevans utover de seks involverte klasserommene.

1.2.5 Styrker i det metodologiske designet til PISA+

En av de åpenbare metodologiske styrkene til PISA+ er nærheten til studieobjektet. Den personlige tilstedeværelsen i klasserommene gjorde at vi som forskere selv fikk anledning til å observere det mangfoldet av situasjoner som der kan oppstå. En annen betydelig fordel er at

PISA+ studiens design gjør det mulig å vende tilbake til situasjonene i klasserommet og uttalelsene i intervjuene gjennom å studere videofilmene. Disse to faktorene; den fysiske nærheten til forskningsobjektet og mulighetene til stadig å rekapitulere hendelser fra klasserommet, dialogen mellom fokuselevne, og intervjuene, gir unike muligheter til å justere og endre/utvide fokus for analysene. Eksempelvis var det den direkte tilstedeværelsen i klasserommet som medførte at vi oppdaget den sentrale betydningen arbeidsplaner hadde i læringsarbeidet i de fleste fag, ikke minst matematikk, ved at disse planene i stor grad både strukturerte og formet klassens arbeid med faget. Dette fikk direkte konsekvenser for mitt PhD-arbeid ved at jeg fant det naturlig å vie to av mine artikler til analyser av bruk av arbeidsplaner som medierende verktøy i klasserommet i faget matematikk. Uten den direkte tilstedeværelsen, ville det vært mye vanskeligere å oppdage arbeidsplanens sentrale og dominerende betydning i elevenes læringsarbeid. I tillegg til direkte observasjon, har man gjennom en utstrakt bruk av både elev- og lærerintervjuer hatt mulighet for å supplere observasjonsdataene med direkte uttalelser og innspill fra de involverte aktører. Studiens fleksible design gir muligheter til å følge opp innspill og kommentarer fra aktørene med utdypende spørsmål for å oppklare eventuelle uklarheter.

Kort oppsummert har PISA og TIMSS gitt oss verdifull informasjon om mange forhold knyttet til norsk skole. Begrensninger knyttet til designet for disse undersøkelsene gjør imidlertid at det er behov for kasusorienterte dybdestudier som kan gi oss utfyllende informasjon og kunnskap om undervisnings- og læringsprosesser på detaljnivå. PISA+ har som mål å supplere de nevnte kvantitative studiene med analyser som særlig er rettet mot denne type prosesser. Slike analyser vil kunne bidra til at man står bedre rustet i forhold til det å forstå og fortolke viktige aspekter ved de resultatene som har blitt presentert gjennom disse internasjonale undersøkelsene (jfr. de overordnede forskningsspørsmålene). Metodologisk er PISA+ prosjektets styrke særlig nærheten til studieobjektet med den mulighet dette gir for å forstå aktørenes vurderinger og handlingsmønstre. I tillegg gir videomaterialet forskerne anledning til å kunne rekapitulere hendelser gjennom å vende tilbake til studier av rådataene. Denne nærheten og repeterbarheten medfører også fleksibilitet i forhold til å kunne endre de antagelser og hypoteser man i utgangspunktet hadde.

1.3 Mitt prosjekt i PISA+

1.3.1 Mitt forskningsarbeid relatert til PISA+ og LPS

Som nevnt innledningsvis (kap. 1.1), er mitt forskningsarbeid i PISA+ spesifikt relatert til matematikkdelen av dette prosjektet. Den kanskje viktigste grunnen til at vi i PISA+ metodologisk har lagt oss tett opp mot designet i LPS (Clarke 2000), er ønsket om å kunne delta i denne internasjonale klasseromsstudien i matematikk. Det er allerede publisert to bøker om funn fra LPS (Clarke *et al.* 2006a; Clarke *et al.* 2006b). Ettersom Norge, gjennom PISA+ studien, kom med i LPS først i 2005, er analyser fra vår studie ikke med i disse bøkene. Det vil imidlertid publiseres en ny LPS-bok høsten 2008. Dette vil bli offentliggjort på ICMED-konferansen i Monterrey, Mexico i juli 2008, og min artikkel nr. III er allerede akseptert og fagfellevurdert som et kapittelbidrag til denne boka. To øvrige LPS-bøker er planlagt utgitt henholdsvis desember 2008 og juli 2009, og artikkel I og artikkel II (se nedenfor) vil sendes inn for fagfellevurdering til disse.

1.3.2 Empiriske data som mine artikler baseres på

De empiriske dataene som danner grunnlag for mine tre artikler er følgende:

1. Klasseromsobservasjoner fra seks klasser.
2. Gjentatte videoobservasjoner av alle intervjuer og matematikktimer.
3. To ulike analyser av videoopptakene gjort i disse seks klasserommene. I en av analysene brukes felleskoder for alle de tre involverte fagene, i den andre analysen benyttes fagspesifikke koder. Analysene har blitt utført i softwareprogrammet Videograph. (Videograph er et software program utviklet ved IPN, Kiel som gjør det mulig å kvantifisere og analysere frekvenser av aktivitetsmønstre i klasserommet)
4. 31 transkriberte og videofilmede elevintervjuer. Alle, bortsett fra ett av disse intervjuene, er gjort av meg og alle bortsett fra ett er parintervjuer.
5. Kopier av transkriberte lærerintervjuer utført av Marianne Ødegaard.
6. Kopier av elevenes arbeider.
7. Kopier av oppgaver og annet undervisningsmateriale benyttet i matematikktimene.
8. Kopier av komplette arbeidsplaner for alle klassene.

Artikkel I og artikkel II baseres særlig på punktene 1, 2, 4, 5 og 8. Artikkel III er motivert av resultatene fra analysene utført i Videograph, altså punkt 3. I tillegg brukes det empiriske materialet spesifisert i punktene 6 og 7 som grunnlag for denne artikkelen.

1.3.3 Bakgrunnen for valg av tema og problemstillinger til mine artikler

ARTIKKEL I OG ARTIKKEL II

Artikkel I og artikkel II er relatert til bruk av arbeidsplan i matematikk. Hovedgrunnen til at dette ble et så vidt dominerende tema i mine analyser, var de feltobservasjonene jeg gjorde allerede tidlig i prosjektet. Jeg registrerte da at arbeidsplanen ble flittig benyttet i læringsarbeidet i klasserommet. Både i dialoger mellom lærer og elev(er), og i mer uformelle samtaler mellom elever, ble det stadig referert til ting som sto på arbeidsplanen. Jeg observerte i tillegg at en stor del av tiden i matematikktimene og studie-/ veiledningstimene ble brukt til individuelt arbeid ut fra arbeidsplanen. Arbeidsplaner hadde derfor åpenbart en svært sentral betydning for det faglige arbeidet med matematikk i disse klasserommene. Dette ble i tillegg bekreftet gjennom intervjuene med så vel lærere som elever. Tolkningen av egne observasjoner må slik sett kunne sies å ha blitt validert av de involverte aktørenes egne vurderinger.

For å dokumentere lærernes vurderinger om arbeidsplanens betydning for læringsarbeidet i matematikk, vil jeg her presentere et knippe uttalelser fra hver av de seks matematikklærerne. Disse uttalelsene er alle tatt ut fra lengre lærerintervjuer. Sitatene er plukket ut fordi lærerne her eksplisitt kommenterer det aktuelle emnet; arbeidsplaner. (I er intervjuer, mens L1-L6 er de forskjellige lærerne):

I: Det med arbeidsplanen er en del av ditt opplegg?

L1: Ja, det er jo det som står der som avgjør hva vi gjennomgår i hvert fall (040405)

I: Kan du bare si kort hvordan du bruker arbeidsplanen?

L2: Jeg lar de jobbe mye med planen.(...) Hvis jeg hadde kommet med oppgaver utenom planen hele tida, så hadde motivasjonen for å gjøre de oppgavene vært veldig dårlig.

(280405)

L3: Jeg tror ikke alltid de er så bevisst på hva de skal lære. De er mer bevisst på å bli ferdig med arbeidsplanen og jobbe med det de får beskjed om.

(010905)

L4: Vi legger opp undervisningen vår etter målene på planen da. Det må vi gjøre. Og undervisninga, det jeg vil at elevene skal få ut av undervisninga mi, er at de skal få en hjelp til å starte med måloppnåelsen sin. Og fortsette å jobbe.(200905)

L4: Arbeidsplanen er jo det dokumentet som er aller viktigst for elevene. (230905)

L5: Altså, når vi jobber med arbeidsplanen da, så er den ganske styrende på en måte. Før, de første årene jeg jobbet som lærer, da hadde jeg litt større frihet i forhold til hver enkelt time.(...) Og det har aldri vært planen med arbeidsplanen at det er en lekseplan, men det er faktisk den jobben som skal gjøres på skolen, og noe av det må gjøres hjemme.(241005)

I: Hvordan bruker du arbeidsplanen i timene dine, matematikktimene?

L6: Ja, altså jeg gjør det sånn at det de jobber med, det er det som står på lekseplanen. Altså, jeg kunne gitt dem andre oppgaver som de skulle gjøre, men ok, jeg synes det er greit nok. Jobber de i timen, får de mindre å gjøre hjemme.(...) For jeg tror at det er et av resultatene av en arbeidsplan; at da blir det at de gjør arbeid på skolen. Før vi hadde arbeidsplan, så satte vi opp, på slutten av timen, så satte man opp lekse.(110505)

Som disse utsagnene illustrerer, blir arbeidsplanen av lærerne gitt en helt sentral plass når de blir bedt om å beskrive og forklare planlegging og gjennomføring av det pedagogiske opplegget for timene og elevenes motivasjon for å delta i de aktivitetene som foregår i matematikktimene. Dette samsvarer godt med de observasjonene jeg selv gjorde i klasserommet. Med utgangspunkt i arbeidsplanens viktige medierende rolle i matematikkfaget og de overordnede forskningsspørsmålene i PISA+, bestemte jeg meg derfor å vie bruken av dette læringsverktøyet en bred plass i mine analyser. To av mine artikler, artikkel I og artikkel II, er derfor knyttet til temaer og problemstillinger relatert til bruken av arbeidsplan i matematikk. Jeg vil for øvrig presisere at begrepet *mediere* her benyttes for å understreke at arbeidsplaner må anses for å være et kulturelt redskap, eller en artefakt, som inngår som en integrert del i den sosiale praksisen som finner sted i de klasserommene som min empiri er hentet fra og som i stor grad bidrar til å forme den virksomheten som der utspiller seg. For å forstå samhandlingen og læringsprosessene i disse klasserommene, synes det derfor viktig nettopp å analysere artefakten *arbeidsplan*. Også andre steder i min avhandling hvor begrepet *mediere* benyttes, vil det særlig være for å få fram at vår kognisjon er farget av vår kultur og de fysiske og intellektuelle redskaper som er utviklet i den (Säljö 2001).

Min overordnede problemstilling for disse to artiklene er:

Hvordan medierer arbeidsplaner aktivitetene i matematikklasserommet, og hvilke konsekvenser synes dette å ha for elevenes læringsarbeid i matematikk?

Denne problemstillingen blir belyst ut fra noe ulike vinklinger i de to artiklene. I *The Work Plan as a Mediating Artefact in the Mathematics Classroom* (artikkel I) blir bruk av arbeidsplaner analysert i et aktivitetsteoretisk perspektiv. Jeg anvender her særlig teorier og modeller hentet fra Engeströms arbeider (Engeström 1987; 1998; 1999). I artikkel II, *The Work Plan as a Mediator in the Negotiation of New Didactical Contracts in Norwegian Mathematics Classrooms*, analyseres arbeidsplaner som læringsverktøy gjennom bruk av det analytiske begrepet *didaktisk kontrakt* (Brousseau 1997). En nærmere utdyping av disse perspektivene finnes i kapittel 1.3.4, hvor det gis et kortfattet sammendrag av alle de tre artiklene.

ARTIKKEL III

Temaet for den tredje artikkelen, *Talking about mathematical tasks; how can it foster student learning?*, er empirisk motivert ut fra funn framkommet gjennom våre kvantitative analyser av videofilmene.

Gjennom bruk av Videograph utførte vi ulike analyser av videomaterialet fra timene (se 2.3.1 og 2.3.2 for en mer utførlig beskrivelse av dette). Den fagspesifikke analysen (2.3.2) avdekket betydelige likheter mellom mange av de seks klassene i relasjon til hvilken type læringsarbeid som dominerte i matematikktimene. For eksempel oppnådde delkodene ”*følge med på felles gjennomgang*” og ”*arbeide med oppgaver fra læreboka*” samlet sett jevnt over høye prosentvise frekvenser. Dette er sammenfallende med annen forskning som har vist at lærerstyrt instruksjon/gjennomgang og individuell oppgaveløsning er dominerende aktiviteter i matematikktimene (Stodolsky 1988; Hiebert & Wearne 1993; Klette 2003; Alseth *et al.* 2003; Klette *et al.* 2008). Kodingen på dette analysenivået avdekket imidlertid også markante forskjeller mellom den ene av de observerte klassene – klasse 3 – og de fem andre, og noen av disse forskjellene er utgangspunktet for valg av tema til artikkel III.

Klasse 3 skilte seg i vårt materiale ut med atypiske prosentvise frekvenser på noen av de delkategoriene som ble brukt i kodingen. I denne klassen benyttet læreren i langt større grad alternative læringsverktøy (ikke læreboka) og matematikkoppgaver med en hverdagsreferanse. Vi bestemte oss derfor for å se nærmere på hvordan læreren i denne klassen organiserte undervisningssekvenser i matematikk. Valget falt da på en sekvens bestående av to timer, fordelt over to dager. Den første timen var organisert som pararbeid, mens den andre timen besto av en lærerstyrt helklassediskusjon med utgangspunkt i elevenes pararbeid. Det å bruke matematikkoppgaver som er knyttet til dagliglivet, og å anvende diskursive arbeidsformer i klasserommet, er argumentert fram av flere sentrale

matematikkdidaktiske forskere (Freudenthal 1991; Gravemeijer 1994; Yackel 1995; Bartolini Bussi 1998; Cobb & Yackel 1998; Sfard 1998; 2000b; Cobb, Yackel & Mc Clain 2000; Sfard & Kieran 2001; Cobb 2007; Niss 2007). Temaet er derfor svært relevant innenfor matematikkdidaktisk forskning.

Mine problemstillinger for artikkel III er:

1. *Hvilke type matematiske begrunnelser tas i bruk når elever engasjeres i matematisk diskurs gjennom oppgaver relatert til dagliglivet?*
2. *Hvordan brukes, forhandles og stabiliseres den distribuerte ekspertisen blant de involverte deltakerne?*
3. *Hvordan påvirker lærerens støtte den matematiske relevansen av klasseromsdiskursen?*

Jeg vil her presisere at begrepet *diskurs* i min avhandling brukes i betydningen ”informert faglig samtale”. I en matematikkfaglig sammenheng innebærer dette at de kommunikative aktivitetene i klasserommet anses for å være knyttet til det som i bred forstand regnes for å være den sosialt, historiske og kulturelt etablerte matematiske diskursen. Det bør presiseres at diskursen i klasserommet selvsagt skiller seg fra den mer avanserte matematiske diskursen som foregår i fagmiljøene, hvor beviser av teoremer har en framtrødende posisjon. Min bruk av diskursbegrepet vil dessuten i liten grad være relatert til det man kan kalle den sosiologiske tradisjonen, som særlig vektlegger analyser av maktrelasjoner (se for eksempel Foucault 1977; 1980).

I motsetning til kriteriet for valg av tema i mine to første artikler, som var basert på et fellestrekk ved alle de involverte matematikklasserommene, bruk av arbeidsplaner, ble altså temaet for min siste artikkel valgt ut fra atypiske trekk ved undervisningen i matematikk i én av klassene som deltok i vårt prosjekt. Selv om ulike kriterier er benyttet for valg av tema for mine tre artikler, finnes det ett sentralt trekk som binder dem sammen; de er alle knyttet til utfordringer relatert til bruken av nye læringsverktøy og undervisningsmetoder i matematikk.

1.3.4 Sammendrag av de tre artiklene

Alle mine tre artikler er skrevet på engelsk for internasjonal publisering. Her følger et sammendrag på norsk av hver av de tre artiklene.

Artikkel I: The Work Plan as a Mediating Artifact in the Mathematics Classroom

Moen (2004) har studert utformingen av arbeidsplaner i norsk grunnskole. Han hevder at arbeidsplaners innhold og struktur varierer relativt mye fra skole til skole, men at de generelt inneholder informasjon om ett eller flere av disse elementene: tema, læringsmål, arbeidsoppgaver, planlegging og gjennomføring, vurdering, og hvordan det forventes at elevene medvirker. Klette (2007) har kort definert arbeidsplaner som et dokument som beskriver hva elevene er forventet å gjøre i de ulike skolefagene, i løpet av en bestemt tidsperiode.

I artikkel I analyserer jeg bruken av arbeidsplan i matematikk, og drøfter hvordan arbeidsplanen som et didaktisk læringsverktøy medierer elevenes og lærerens arbeid med matematikkfaget. Som teoretisk rammeverk for analysen benyttes aktivitetsteori (Leont'ev 1978; 1981; Engeström 1987; 1998; 1999). Særlig anvendes deler av Engeström's teoretiske arbeider i drøftingen, blant annet fungerer hans trekantmodell (Engeström 1987) som et sentralt analyseverktøy. Valg av aktivitetsteori som teoretisk rammeverk er begrunnet med muligheten det gir for å inkludere både historiske, sosiale og kulturelle faktorer, herunder også fagdidaktiske faktorer, i analysen. Det åpner også for muligheten til samtidig å knytte sammen lokale, individuelle og kollektive aspekter ved forskningsobjektet. Bruken av arbeidsplan blir innenfor dette teoretiske rammeverket analysert i et holistisk perspektiv, hvor flere ulike faktorer blir trukket inn som forklaringsgrunnlag for analysen. Innledningsvis fokuseres det på hvordan begrunnelsene for bruk av arbeidsplan kan sies å være relatert til ideer fra ulike reformpedagogiske retninger (Klette 2007), og til dels også henter inspirasjon fra konstruktivistisk læringsteori og dens betoning av at individet selv konstruerer sin kunnskap (Österlind 2005; Carlgren, Klette, Myrdal, Schnack, & Simola 2006; Eriksson 2007). Videre argumenteres det for at skolens bruk av arbeidsplaner som læringsverktøy særlig motiveres ut fra ambisjoner om å imøtekomme visse overordnede mål formulert i læreplaner, særlig i L97, knyttet til krav om øket grad av elevdeltakelse og elevansvar, og tilrettelegging av individuelt tilpasset undervisning. Elementer i Engeström's trekantmodell benyttes for å illustrere hvordan introduksjonen av en ny medierende artefakt, arbeidsplanen, skaper nye kontradiksjoner mellom elementene i det aktivitetssystemet som elevers og læreres handlinger er knyttet til. Å løse pedagogiske og didaktiske utfordringer ved introduksjon av nye kulturelle artefakter, fører altså til at nye kontradiksjoner oppstår. I min analyse forsøker jeg på bakgrunn av beskrivelser av hendelser i de observerte klasserommene å gi et bilde av hva noen av disse nye kontradiksjonene består i. Ved hjelp av modellene og begrepene i

Engeström's trekantmodell analyseres altså så vel diskursive utsagn fra lærere og elever i matematikktimene og intervjuene, deler av interaksjonen i klasserommet, og observert atferd i tilknytning til jobbing med matematikk ut fra arbeidsplan.

De nye kontradiksjonene som enten direkte oppstår, eller kan sies å bli aksentuert, som en følge av bruken av arbeidsplan, og som jeg i denne artikkelen har valgt å fokusere på, er av fire forskjellige typer. Disse relateres til Engeström's beskrivelse av primære, sekundære, tertiære, og kvartære typer av kontradiksjoner i et aktivitetssystem.

Den primære kontradiksjonen er mellom det som betegnes som henholdsvis "nytteverdien" og "bytteverdien" av matematisk kunnskap og kan relateres til den grunnleggende motivasjonen for å lære matematikk. Mange elever uttrykker at den grunnleggende motivasjonen for å arbeide med oppgaver i matematikk er knyttet til den muligheten det gir for å oppnå bedre karakterer i faget, noe som øker sjansene for å lykkes med å komme inn på foretrukne videre studier. Det er altså anledningen til å konvertere, eller "bytte", en god karakter i matematikk mot adgang til høyere studier som hovedsakelig motiverer disse elevene. I læreplanen (L97) knyttes derimot begrunnelser for å lære matematikk først og fremst opp mot nytteverdien av matematisk kunnskap. En slik argumentasjon benyttet som regel også de lærerne vi observerte, når spørsmål om legitimering av matematikkundervisning ble drøftet i klasserommet. Selv om de argumentene som der ble benyttet kunne være lite prinsipielle, og ikke alltid ble like klart uttrykt, peker denne argumentasjonen generelt mot verdien av å kunne forstå og anvende matematisk kunnskap for å kunne delta som fullverdig medlem i samfunnets ulike sosiale prosesser. Det er altså særlig nytte- og kompetanseaspektet ved matematisk kunnskap som framheves, noe som også er en viktig del av begrepet *mathematical literacy*, slik dette benyttes i PISA (OECD 2003). Den primære kontradiksjonen er altså mellom elevenes motivasjon for å arbeide med matematikkfaget, å lære matematikk for å få gode karakterer, og de grunner som lærerne forsøker å argumentere for, at elevene bør lære matematikk for å bli *mathematically literate*.

Den sekundære kontradiksjonen er mellom begrunnelsen som gis for å benytte arbeidsplaner i matematikkundervisningen, og arbeidsplanens utforming. Bruken av arbeidsplaner begrunnes særlig i forhold til kravene om individuelt tilpasset opplæring og til det å gi elevene trening i å ta ansvar for egen læring (Carlgren *et al.* 2006; Klette 2007). En forutsetning for at arbeidsplaner skal kunne fungere i henhold til dette formålet, synes å være at elevene forstår de læringsmål som formuleres i arbeidsplanen, og kan regulere sitt arbeid med faget i forhold til disse målene. I to av de klassene vi observerte var det overhodet ikke formulert noen

læringsmål i matematikk på arbeidsplanen, og i en av de andre klassene var målene uttrykt så generelt at det var vanskelig for elevene å kunne forholde seg til dem. Det er altså i flere klasserom en kontradiksjon mellom begrunnelsen som gis for bruk av arbeidsplaner som læringsverktøy, og arbeidsplanens utforming. Dette utgjør den sekundære kontradiksjonen.

Den tertiære kontradiksjonen er mellom elevenes daglige motivasjon for å arbeide med matematikk og den argumentasjonen noen av lærerne benytter i sin motivering av elevene. En utbredt måte å omtale bruken av arbeidsplanen på blant elever, var ”å bli ferdig med matematikken”. Dette ville rent konkret si å kunne krysse over oppgavene på arbeidsplanen etter hvert som man gjorde dem, helt til det ikke var noen igjen. Da var man ”ferdig” med matematikkdelen av planen. Hvorvidt man hadde nådd de eventuelle læringsmålene som var formulert i planen, syntes å spille en underordnet rolle, ja, var i dette perspektivet nærmest irrelevant. En del av lærerne forsøkte derimot ovenfor elevene å påpeke at det viktigste ikke var at de gjorde alle oppgavene, men at de nådde de læringsmålene som sto beskrevet på arbeidsplanen. Denne argumentasjonen har jeg tolket som et forsøk fra disse lærernes side på å oppmuntre og stimulere elevene til å ta ansvar for sin egen læringsprosess. Det later altså til å være en kontradiksjon mellom mange elevers uttrykte handlingsmotivasjon om å bli ferdig med alle oppgavene på planen, og lærernes oppfordring til elevene om å relatere arbeidet sitt til læringsmålene på arbeidsplanen. Dette er den tertiære kontradiksjonen.

Den kvartære kontradiksjonen er mellom skolearbeid og fritidsaktiviteter. Mange elever uttrykte at de var svært opptatt med ulike former for fritidsaktiviteter og det å være sammen med venner, og at de derfor ikke hadde tid til å arbeide med matematikk utenom skoletid. I Engeström's modell er dette en kontradiksjon mellom den sentrale aktiviteten, her det å gå på skole, og naboaktiviteter, her fritidsaktiviteter. Avveining mellom det å gjøre matematikkleksjer eller delta på fritidsaktiviteter/ være med venner, er noe som elever også vil kunne opplevd som et betydelig problem i skoler uten arbeidsplan. I min artikkel hevder jeg imidlertid at dette dilemmaet aksentueres som en følge av bruk av arbeidsplan, i og med at mer av ansvaret for skolearbeidet gjennom bruk av denne artefakten overføres fra lærer til elev.

Konklusjon: På bakgrunn av en analyse av arbeidsplanen som medierende artefakt i matematikklasserommet, har jeg i denne artikkelen forsøkt å forklare trekk ved elevers observerte og selvrapporterte handlingsmønstre. Handlinger kan være vanskelige å forklare hvis man ser dem isolert. Ved å benytte aktivitetssystemer som analytisk enhet, har jeg forsøkt å avdekke noen av de underliggende kontradiksjoner som former disse handlingene.

Dette har vært gjort med den hensikt å oppnå en dypere forståelse av de observerte handlingene. Aktivitetsteori, og da særlig Engeström's dynamiske modeller og begreper, har blitt anvendt i denne analysen.

Artikkel II: The Work Plan as a Mediator in the Negotiation of New Didactical Contracts in Norwegian Mathematics Classroom

I artikkel II argumenteres det for at bruken av arbeidsplaner i betydelig grad medierer den didaktiske kontrakten mellom lærere og elever, og at dette har gitt den didaktiske kontrakten mellom lærer og elev(er) et nytt innhold. Bruken av arbeidsplaner bidrar til en reforhandling av ansvaret for utført skolearbeid. Ansvaret for hva som skal gjøres, når ting skal gjøres, hvor ting skal gjøres, og med hvem, blir gjennom bruk av arbeidsplaner i betydelig grad overført fra lærer til elev. I artikkelen argumenteres det for at enkelte aspekter ved den nye didaktiske kontrakten kan bidra til at elevenes muligheter for å lære matematikk reduseres.

Begrepet *didaktisk kontrakt* er hentet fra arbeidene til den franske matematikkdiraktikeren Brousseau (1997). *Didaktisk kontrakt* er ifølge Brousseau et analytisk begrep som kan brukes av forskere i analysen av praksis i matematikklasserommet. Det betegner de gjensidige forventninger lærere og elever har til hverandre i forhold til det som foregår i matematikktimen. Wedege & Scott (2006) gir uttrykk for at begrepet synes spesielt nyttig dersom man ønsker å undersøke endringer i disse forventningene i relasjon til praksisen i klasserommet. Didaktisk kontrakt brukes i min artikkel hovedsaklig i overensstemmelse med Wedege og Scotts (2006) tolkning, det vil si som en metafor for det settet av implisitte og eksplisitte regler som gjelder for sosial og matematisk interaksjon i matematikklasserommet. Gjennom den didaktiske kontrakten uttrykkes reglene for spillet i det enkelte klasserommet, regler som på den ene side rammer inn praksisen, men som også er gjenstand for forhandling, og som bekreftes og endres gjennom den samme praksisen. Det særegne med min måte å benytte begrepet didaktisk kontrakt på, er at jeg knytter det til bruken av arbeidsplan i alle de observerte klasserommene. Jeg argumenterer for at bruk av arbeidsplan genererer bestemte trekk ved den didaktiske kontrakt som kan observeres i alle klasserommene, om enn i noe ulik grad. Analysen av den nye didaktiske kontrakten knyttes til endringer i ansvaret for hva som skal gjøres, når ting skal gjøres, hvor ting skal gjøres, og med hvem.

Hiebert & Grouws (2007) hevder i sin oversiktsartikkel om forholdet mellom undervisning i matematikk og elevenes læring at selv om det er innlysende at undervisning har betydning for læring, er det svært vanskelig gjennom forskning å dokumentere akkurat hvilke trekk og

kvaliteter ved undervisningen som har en positiv effekt på elevenes læring. Hiebert & Grouws peker på flere metodologiske problemer forbundet med denne type forskning som bidrar til å skape disse vanskelighetene. De gir videre uttrykk for at det å lykkes med mer nøyaktig å gjøre rede for forholdet mellom undervisning og læring synes å være en av de største utfordringene innenfor utdanningsvitenskapelig forskning. På tross av de betydelige metodologiske problemene som beskrives, identifiseres enkelte forskningsbaserte funn som synes godt understøttet empirisk og teoretisk. *Opportunity to learn* (Hiebert & Grouws 2007, s. 379) trekkes fram som et begrep som med hell har blitt benyttet for å diskriminere mellom ulike undervisningstyper, i den hensikt å forklare forskjeller i elevenes prestasjoner i matematikk. Det vises til følgende definisjon av dette begrepet: "*circumstances that allow students to engage in and spend time on academic tasks*" (National Research Council 2001, s. 333). Hiebert & Grouws (2007) mener dette begrepet er godt egnet til å forklare effekten av visse typer undervisning for visse typer læring, og at anvendelse av dette begrepet kan bidra til å bedre forbindelsen mellom undervisningsmetoder og læringsmål innenfor forskning.

I artikkel II peker jeg på trekk ved bruk av arbeidsplaner i matematikk som kan bidra til å redusere elevenes muligheter til læring (*opportunity to learn*) i dette faget. Det er særlig følgende tre punkter som framheves:

1. Uklarheter i den didaktiske kontrakten vedrørende ansvarsforhold

Utdrag av dialoger fra matematikktimene mellom lærer og elever blir brukt for å illustrere ulike typer forhandlinger av didaktisk kontrakt i matematikktimen. Det blir pekt på at disse dialogene viser at bruk av arbeidsplaner har ført til stor usikkerhet rundt innholdet i den nye didaktiske kontrakten, for eksempel hvorvidt de oppgavene som læreren har satt opp på arbeidsplanen skal anses for kun å være forslag til oppgaver for perioden, eller om de har mer karakter av påbudte lekser. Slike uklarheter i ansvarsforhold kan medføre at det stilles lave krav til elevene og derigjennom at deres muligheter for å lære matematikk reduseres.

2. Valg av lite hensiktsmessige strategier i arbeidet med matematikkfaget

Jeg påpeker i denne artikkelen at bruk av arbeidsplaner fører til at mange elever velger strategier som gjør at de kun arbeider med matematikk en til to dager i løpet av en arbeidsplanperiode på to til tre uker. Det argumenteres for at dette fører til lite kontinuitet i arbeidet med faget, hvilket kan medføre at mulighetene for disse elevene til å lære matematikk reduseres.

3. Bruk av arbeidsplan fører til mye individuelt arbeid

Likeledes dokumenteres det at bruk av arbeidsplan synes å føre til at svært mye tid allokeres til individuelt arbeid. Mange elever gir i intervjuer uttrykk for at denne arbeidsformen oppfattes som svært monoton og demotiverende. Dersom tiden som er avsatt til matematikk i skolen i stor grad brukes til individuelt arbeid, vil dette redusere mulighetene for å benytte andre arbeidsmetoder, som for eksempel gruppearbeid og helklassesamtaler. Det blir argumentert for at prioritering av individuelt arbeid finner lite støtte i dominerende pedagogiske læringsteorier. Innenfor så vel sosialkonstruktivistisk som sosiokulturell læringsteori vektlegges betydningen av de kommunikative prosessene i klasserommet for elevenes læring (Richards 1991; Wertsch 1991; Ernest 1993; Yackel 1995; Cobb, Boufi, McClain & Whitenack 1997; Voigt 1998; Lerman 1998; Waschescio 1998; Sfard 2006). En overdreven bruk av individuelle arbeidsformer er derfor ytterligere et aspekt ved bruken av arbeidsplaner som kan bidra til å redusere elevenes læringsmuligheter i matematikkfaget.

Konklusjon: I artikkel II argumenteres det for at bruk av arbeidsplaner i matematikk i stor grad synes å mediere den didaktiske kontrakten mellom lærer og elev. Noen aspekter ved det som kan kalles den nye didaktiske kontrakten, er av en slik karakter at de kan bidra til å redusere elevenes muligheter til å lære matematikk, mange elever vil derfor kunne stå i fare for å tape i ”*the game of learning*” (Brousseau 1997). Avslutningsvis pekes det på at ytterligere forskning er nødvendig for at vi skal kunne få mer utførlig kunnskap om de ulike effektene bruken av dette læringsverktøyet har. Først da kan en mer omfattende evaluering foretas.

Artikkel III: Talking About Mathematical Tasks; How Can It Foster Student Learning?

I artikkel III, skrevet med professor Kirsti Klette som annen-forfatter, analyseres en undervisningssekvens som går over to timer, fordelt på to dager, i én av de involverte klassene. Fokus i denne artikkelen er å drøfte relasjonen mellom oppgaver hentet fra dagliglivet og ulike typer diskurser som opptrer i klasserommet, og i hvilken grad denne relasjonen kan sies å føre til at elevenes diskursive repertoar i matematikk utvides, dvs. at matematisk læring finner sted. Den konkrete undervisningssekvensen som analyseres er todelt, med pararbeid i første time og helklassesdiskusjon i den andre. Det spesifikke empiriske materialet som er blitt analysert i denne artikkelen, består altså av videoopptakene av dialogen som utspilte seg i én av fokusgruppene i den første timen, og videoopptakene av den

påfølgende helklassesamtalen. I tillegg blir det referert til intervjudata av fokuselevne og læreren.

Som tidligere beskrevet (1.3.3), er valg av tema for denne artikkelen empirisk begrunnet ut fra resultatene av de fagspesifikke Videograph-analysene som ble utført på prosjektets matematikkmateriale (2.3.2). Læreren i klasse 3 brøt det mønsteret vi fant i de andre klasserommene ved at hun både benyttet andre typer arbeidsformer, her pararbeid etterfulgt av helklassesdiskusjon, og ved at hun trakk inn autentisk, hverdagsrelatert undervisningsmateriale som elevene fikk i oppgave å arbeide med. Teoretisk er valg av tema for artikkelen begrunnet i ønsket om å delta i den pågående matematikdidaktiske diskursen om dette emnet.

I pararbeidet får elevene først i oppgave å finne stoff i aviser som er knyttet til bruk av matematikk. Dette er en svært åpen oppgave, og alle gruppene får forskjellige aviser de kan studere. I den neste oppgaven har læreren allerede plukket ut stoff fra aviser med matematisk relevans. Elevene blir bedt om å tolke den informasjonen som her gis, og hvordan de tror den oppfattes av leserne. Ingen utregninger er nødvendige i noen av disse oppgavene. I den påfølgende matematikktimen et par dager senere sitter alle elevene i en sirkel i midten av klasserommet, og læreren leder an i en diskusjon om de oppgavene elevene har arbeidet med. Svært mange av elevene kommer med innspill i denne debatten.

I vår artikkel drøfter vi aspekter ved de forskjellige observerte klasseromsdiskursene som oppstår i løpet av denne undervisningssekvensen, og analyserer hvordan de kan bidra til utvikling av matematisk forståelse blant elevene. Målet for analysen er å peke på hvilke faktorer som synes å være avgjørende for at slike diskurser skal være matematisk relevante og meningsfulle, særlig i forhold til elevenes utvikling av begrepsforståelse i faget.

Våre analyser av de ulike episodene i den aktuelle undervisningssekvensen avdekker følgende mønster: I den pargruppa vi observerer, synes det å være vanskelig for elevene å relatere sin drøfting av oppgavetekstene til en matematisk diskurs. Dialogen mellom de to elevene karakteriseres av at matematiske begreper og uttrykk i liten grad blir gjort relevante i innspill omkring løsningsforslag. I vårt materiale er dette særlig framtrødende i den minst strukturerte oppgavetypen, hvor elevene selv skal finne matematisk relevant stoff i avisen. Dialogen mellom elevene er her hovedsakelig knyttet til en hverdagsdiskurs. I den andre delen av oppgaven, hvor læreren har formulert spørsmålene og plukket ut relevant stoff fra avisen, er det matematiske innholdet sikret på en bedre måte. Analyser av timen med helklassesdiskusjon illustrerer kvaliteten av lærerstyrt undervisning. Læreren lykkes her i å mobilisere aktuell og tidvis relevant kunnskap hos elevene. Det blir en diskusjon hvor matematiske begreper drøftes

og benyttes av både lærere og elever. Læreren kommenterer i liten grad hvordan elevene benytter de matematiske begrepene, men hun roser spesielt de som kommer med verdifulle innspill. På denne måten sørger hun for at debatten er åpen, at terskelen for å bidra er lav, og at mange elever deltar. Samtidig sikrer hun det matematiske innholdet i debatten.

I artikkel III analyserer vi altså ulike aspekter ved de forskjellige dialogene i klasserommet. Vi ønsker særlig å undersøke i hvilken grad innholdet i disse dialogene synes å være knyttet til en matematisk diskurs. Til denne analysen bruker vi fortrinnsvis teoretiske begreper hentet fra Sfard & Kieran (2001) og Wenger (1998).

Sfard & Kieran (2001) har introdusert begrepene *object-level rules* og *discursive-level rules* for å skille mellom to prosesser som hevdes å foregå parallelt ved konversasjoner i klasserommet. Mens *object-level rules* er knyttet til de kognitive intensjoner og anstrengelser med å løse spesifikke matematiske problemer, er *discursive-level rules* relatert til de ulike aspektene ved sosial interaksjon *per se*, for eksempel det å reforhandle sosiale posisjoner. Sfard & Kieran hevder at det kan være svært krevende for elevene å forholde seg til begge disse prosessene samtidig. De poengterer videre at dersom elevdialoger effektivt skal kunne mediere økt matematisk kunnskap, må de intellektuelle ressursene i all hovedsak anvendes på *object-level tasks*, og ikke på sosiale posisjonsforhandlinger. På denne måten utfordrer Sfard & Kieran den nærmest paradigmatisk påstanden om at det å arbeide sammen alltid har en positiv synergetisk effekt.

I vår artikkel har vi, inspirert av begrepsparet til Sfard og Kieran, benyttet begrepene *object-level skills* og *discursive-level skills* for å analysere innholdet i fokusgruppedialogen og helklassesamtalen. *Object-level skills* forstås her som evnen til å snakke om matematikk, inkludert det å kunne benytte matematiske begreper, mens *discursive-level skills* betegner generelle kommunikative ferdigheter. Våre analyser viser at når de to fokuselevne overlates til seg selv, synes de å ha store problemer med å relatere sin matematiske kunnskap til de aktuelle oppgavene. Når oppgavene i tillegg er hentet fra dagliglivet, slik som her, havner elevene gjennom pararbeidet ofte i en hverdagsdiskurs som har svært liten matematisk relevans. Det er altså hovedsakelig elevenes *discursive-level skills* som dermed oppøves, deres *object-level skills* aktiviseres kun i liten grad i denne settingen. Gjennom sin avstemte og balanserte inngripen, som holder diskusjonen inne på et matematisk relevant spor, tar læreren i helklassesamtalen ansvar for at elevenes *object-level skills* også opptrenes. Ved å involvere så godt som alle elevene i diskusjonen, sørger hun i tillegg også for at deres *discursive-level skills* aktiveres og oppøves.

Wenger (1998) bruker begrepene ”deltakelse” (*participation*) og ”reifisering” (*reification*) i sin diskusjon av meningskonstruksjon. ”Deltakelse” er her som begrep ment å skulle fange den dype sosiale karakteren av våre livserfaringer, det at vår identitet konstitueres gjennom deltakelsesrelasjoner, og den muligheten dette gir for gjensidig anerkjennelse. ”Reifisering” brukes av Wenger for å betegne tingliggjøringen av våre erfaringer gjennom abstraksjoner, symboler og begreper. Disse reifiseringsproduktene reflekterer de ulike menneskelige praksisene og er mettet med mening. Wenger hevder at disse to begrepene, ”deltakelse” og ”reifisering” er distinkte, men komplementære, og at måten de kombineres på, reflekterer det uttallet av meningserfaring som etableres innenfor rammene av *communities of practice*. Disse to begrepene kan derfor benyttes for å analysere den kontinuiteten av mening som tillegges abstraksjoner og symboler, og som bevares og utvikles gjennom slike *communities of practice*. Det som gjør disse to begrepene særlig relevante i vår analyse av de utvalgte dialogene i klasserommet, er Wenger’s forklaring av at dersom disse begrepene ikke balanseres, vil kontinuiteten av mening kunne bli problematisk for deltakerne i det praksisfellesskap som klasserommet kan betegnes som. Hvis ”deltakelse” blir viktigere enn ”reifisering”, kan følgen bli at meningen av symboler og begreper tapes av syne. Forvirring kan dermed oppstå. I det motsatte tilfelle, at ”reifisering” skjer på bekostning av ”deltakelse”, vil det være en fare for at meningsprosessene ikke forankres i sosialt etablerte diskurser, noe som også vil kunne lede til en opplevelse av meningsløshet. Overført til vårt empiriske materiale betyr dette at dersom man i matematikktimene anvender oppgaver fra dagliglivet, med en for elevene relativt perifer og til dels uklar relasjon til matematiske begreper, vil det være særlig viktig å sikre at ”deltakelse” ikke prioriteres på bekostning av ”reifisering”. Dersom dette skjer, vil det være fare for at elevenes matematisk diskursive repertoar forblir uendret, det vil si at matematisk læring ikke finner sted.

Konklusjon: Vi hevder i vår artikkel at selv om pararbeid knyttet til hverdagsrelaterte oppgaver medfører gode betingelser for bred elevdeltakelse, synes faren for at elevene ikke evner å knytte sine dialoger og meningsutvekslinger til en matematisk diskurs, å være betydelig. Kun i timen med lærerstyrt helklassediskusjon ser vi at matematiske begreper blir trukket inn i drøftingen av samtlige oppgaver. Dette skjer hovedsakelig ved at læreren kontinuerlig styrer debatten i en retning som knytter den an til en matematisk diskurs. Læreren evner å gjøre dette ved å gi særlig positiv respons på matematiske relevante innspill fra elevene. Hvordan lærere og elever deltar i den matematiske diskursen i klasserommet

synes altså, sammen med kvaliteten på oppgavene, å være av avgjørende betydning for utviklingen av elevenes diskursive repertoar i matematikk.

2. METODE

I dette kapitlet vil det bli redegjort for prosedyrer relatert til datainnsamling, analyser og fremstilling av funn. Ettersom min egen empiriske studie er del av et mer omfattende prosjekt, PISA+, har de viktigste konkrete metodiske valgene blitt tatt kollektivt, det vil si for PISA+ prosjektet som helhet. Visse elementer var i tillegg på plass allerede før jeg som stipendiat ble engasjert i PISA+, for eksempel tilknytningen til LPS-studien og bruk av video. Jeg har på lik linje med de andre prosjektdeltakerne deltatt i de metodologiske diskusjonene, om valg av for eksempel teknologiske løsninger, utvalg av skoler, bruk av analyseverktøy med mere. De avgjørelsene som vi slik i fellesskap har diskutert oss fram til, har alle så vært nødt til å følge, gitt sin deltakelse i prosjektet. Innenfor de metodologiske rammene som slik har blitt lagt, har det imidlertid vært rom for å utvikle sitt eget prosjekt, ut fra egne teoretiske og empiriske betraktninger. På bakgrunn av dette har jeg funnet det opportunt å presentere metoden for så vel prosjektet PISA+ som helhet som mitt eget prosjekt, før jeg gjør nærmere rede for mine valg av teoretiske perspektiver.

2.1 Forberedelser til prosjektet PISA+

2.1.1 Valg av teknologiske løsninger

PISA+ har teknologisk sett vært et pionerprosjekt som har tatt i bruk avanserte løsninger, som så vidt vi har kunnet bringe på det rene, ikke tidligere er blitt benyttet i denne type studier. Det som gjorde dette mulig, var at vi allerede under planleggingen av undersøkelsen knyttet til oss teknologisk ekspertise. En dataingeniør ved UIO, Torgeir Christiansen, fikk hovedansvaret for å undersøke hvilke teknologiske muligheter som forelå. Hans innsiktsfulle arbeid og engasjement skulle vise seg å bli av uvurderlig betydning for de endelige tekniske løsningene som ble valgt. Christiansen har selv grundig redegjort for hvilke teknologiske vurderinger som ble gjort i den tidlige fasen av prosjektet i sin hovedfagsoppgave (Christiansen 2007). For en grundigere beskrivelse av de ulike faktorene som dannet grunnlaget for disse vurderingene, vil jeg derfor henviser til hans arbeid. Jeg finner det likevel på sin plass å kort summere opp hvilke teknologiske løsninger som ble valgt, og hvordan vi som var forskere i prosjektet, var med å bestemme dette ut fra forskningsmessige betraktninger. Motivasjonen for å beskrive dette er også å dokumentere det betydelige arbeidet som ble gjort i denne fasen av prosjektet.

Et generelt problem for mange typer klasseromsforskning er at forskerens blotte tilstedeværelse vil kunne modifisere de observertes atferd, den såkalte *observatøreffekten* (Hammersley & Atkinson 1983; Lofland & Lofland 1984; Silverman 2000; Angrosino & Mays de Pérez 2003). Forskere som har arbeidet med video i klasserommet, gir ofte uttrykk for at elever og lærere akklimatiserer seg bemerkelsesverdig raskt til så vel observatører som kameraer, og at dette problemet derfor ikke bør overdimensjoneres (Alexander 2000). Det er likevel grunn til å tro at betydelige mengder av teknologisk utstyr i klasserommet kan påvirke selve klasseromssituasjonen, og dermed lærernes og elevenes atferd. De videostudier som tidligere har blitt gjort, har hovedsakelig benyttet relativt store kameraer som enten har vært håndholdt, eller plassert på tripodstativer (Hiebert *et al.* 2003). Kameraene har enten vært styrt av forskerne selv, noe som har gjort det vanskelig å ta feltnotater og generelt virket forstyrrende på forskerens muligheter til å observere, eller de har vært styrt av egne teknikere, noe som har medført at flere personer enn strengt tatt nødvendig har vært tilstede i klasserommet. Dersom man har valgt å ha mer enn ett kamera, har dette selvsagt vært enda mer plass- og personellkrevende. I PISA+ forsøkte vi å ta hensyn til denne problematikken ved valg av teknologiske løsninger. Som forskere deltok vi aktivt i prosessen med å velge passende utstyr til prosjektet. Vi uttrykte i møtene med vår teknologiske ekspert, Christiansen, særlig et eksplisitt ønske om at vi gjerne ville minimalisere effekten av både det teknologiske utstyret og vår egen tilstedeværelse i klasserommet. Utover dette fikk Christiansen relativt fritt spillerom for å undersøke hvilke typer teknologiske løsninger som var mulig, innenfor de økonomiske rammene av vårt prosjekt.

Før vi tok vår beslutning, ønsket vi også å undersøke hvilke erfaringer som var blitt gjort i andre videobaserte klasseromsprosjekt. Ettersom Sverige kom med i LPS-studien allerede fra år 2000, og hadde gjennomført videoopptakene i sitt nasjonale prosjekt, var vi særlig interessert i høre hvilke erfaringer de hadde gjort. Høsten 2004 dro vi derfor til Universitetet i Gøteborg. Det viste seg at man i Sverige hadde brukt tre håndholdte kameraer, ett til hele klassen, ett til læreren og ett til fokusgruppa (*fokusgruppe* brukes her og i resten av avhandlingen som betegnelse på de to elevene som i hver time blir videofilmet. Dette er ulike elever fra time til time.) Alle kameraene benyttet analog teknologi. I tillegg til at man derfor hadde hatt relativt mye teknologisk utstyr inne i klasserommet, hadde man i ettertid brukt svært mye tid til manuelt å synkronisere videoopptakene fra de tre kameraene. Alle opptakene måtte dessuten lagres på kassetter, noe som gjorde analysearbeidet lite fleksibelt. De svenske forskerne ville derfor ikke ubetinget anbefale sine teknologiske løsninger.

Ulike eksperter på lyd- og bildeopptak ble også konsultert. Flere av disse var tilknyttet forhandlere av denne type utstyr og hadde derfor egeninteresse av å gi oss forslag til gode og tilpassede løsninger for vårt prosjekt. To av disse forhandlerne ble etter hvert valgt ut som samarbeidspartnere, og bidro til å skaffe oss spesialkonstruert teknologisk utstyr.

På bakgrunn av de innhentede erfaringer, og etter konsultasjoner med de omtalte tekniske ekspertene på lyd og bilde, ble vi av vår dataingeniør forelagt en teknisk løsning som innebar følgende:

- PC-basert løsning, dvs. at alle opptak av bilde og lyd kunne kjøres inn i en egen medbrakt arbeidscomputer (work-station) som umiddelbart kunne synkronisere video- og lydopptak.
- Bruk av små kameraer som kunne plasseres diskret i klasserommet. Kameraet som fulgte lærer, ville kunne ha egen motor og styres av en tekniker plassert utenfor klasserommet. Det ville være mulig å følge bilde av læreren på en egen monitor. Kameraene som filmet henholdsvis hele klassen og fokusgruppa, ville ikke være utstyrt med motor, og måtte derfor kunne forhåndsinnstilles før den aktuelle timen begynte.
- Bruk av trådløse mikrofoner på lærer og fokusgruppeelever.
- Bruk av en egen mikrofon til å dekke klasseromsdialoger.
- Klasseromsobservatørene kunne utstyres med mottakerutstyr som gjorde at de kunne lytte på samtalene mellom fokuselevne i timen.

2.1.2 Utvikling av intervjuguide

Intervjuguiden som ble utviklet og brukt i PISA+ til elevintervjuer i matematikk (og naturfag), baserte seg i utgangspunktet på en direkte oversettelse av den som ble benyttet i LPS-studien (se vedlegg 3). Jeg tillot meg på forhånd å gjøre noen mindre endringer i intervjuguiden for matematikk for å tilpasse spørsmålene til norsk virkelighet, men ønsket ikke å endre mye på spørsmålene fordi mulighetene for å delta i LPS-prosjektet internasjonalt da ville bli satt i fare. Med ulike instrumenter ville komparasjon bli vesentlig vanskeligere å få til. Ellers er det grunn til allerede her å bemerke at intervjuet ikke var strengt strukturert, men ga muligheter til å følge opp elevenes svar og derfor kunne ta noe ulik retning. Dette siste poenget vil bli nærmere beskrevet i 2.4.3.

Intervjuguiden ble først prøvd ut i den piloteringen som ble gjort ved to Oslo-skoler i februar/mars 2005 (se 2.1.3). På bakgrunn av de erfaringer jeg her gjorde, ble spørsmålene noe modifisert. De endringene som da ble gjort, var særlig rettet mot det å forbedre og spisse formuleringene, gjøre spørsmålene klarere for elevene, der hvor jeg oppdaget at elevene uttrykte usikkerhet med hensyn til tolkningen. Den betydeligste endringen jeg foretok var imidlertid å legge inn spørsmål om hvordan elevene gjorde bruk av arbeidsplanen, for eksempel når de valgte å gjøre oppgavene på planen, om de samarbeidet med andre eller jobbet alene, o.s.v. Både oversettelsen fra engelsk og de ulike endringene i spørsmålene som jeg gjorde i denne tidlige fasen av prosjektet, ble for øvrig drøftet med resten av forskergruppa. Det opplevdes som svært verdifullt å hele tiden ha mulighet til å få tilbakemeldinger og kommentarer fra de øvrige deltakerne i forskningsgruppa på min oversettelse og bearbeidelse av disse spørsmålene.

Lærerintervjuguiden ble også oversatt fra den engelske LPS versjonen, for så å bli spisset mot norske forhold.

2.1.3 Pilotering

Det tekniske utstyret og intervjuguidene ble prøvd ut på to pilotskoler i Oslo våren 2005. Dette ga oss verdifull trening og erfaring både med hensyn til rigging og bruk av utstyret, og til å foreta elev- og lærerintervjuer. Piloteringen ga oss også som forskergruppe god mulighet til å drøfte de ulike problemene som oppsto. For eksempel viste det seg å være vanskelig for oss som klasseromsobservatører å oppfatte dialogen mellom elevene i fokusgruppa, dersom vi ikke satt svært nær dem. Vi var bekymret for at elevene skulle få hemninger i forhold til å snakke med hverandre hvis vi nærmest satt oppå dem. Samtidig ønsket vi svært gjerne å kunne lytte til dialogen disse elevene imellom, ut fra ønsket om å kunne stille spørsmål i relasjon til denne samtalen i intervjuet i etterkant av timen. Et løsningsalternativ var å sette av tid til å se og høre gjennom videoopptakene av timen før intervjuet, men dette ville på den annen side medføre betydelige forsinkelser i forhold til oppsatt skjema. Hele problemkomplekset ble tatt opp i ett av de fellesmøtene vi avholdt, og vår tekniker kom da opp med løsningsforslaget som innebar at vi som observatører kunne bruke auditivt utstyr, som gjorde oss fristilt i forhold til hvor vi fysisk plasserte oss i klasserommet.

Et annet eksempel på nytten av piloteringen er den logistiske erfaringen vi her skaffet oss. Vi var på forhånd temmelig usikre på hvordan rigging, opptak og intervjuer effektivt kunne utføres, og skaffet oss gjennom denne piloteringen svært nyttige erfaringer på dette området.

Det ble for eksempel klart at alle stipendiatene måtte kunne gå inn som tekniske operatører for at den logistiske kabalen skulle gå opp. Som stipendiater måtte vi derfor sette oss godt inn i hvordan det tekniske utstyret fungerte. Vi skaffet oss også verdifull erfaring i rigging av utstyr, for eksempel angående optimal plassering av kameraer i forhold til faktorer som arkitektur, elevenes plassering og lysforhold. Andre praktiske ting, som for eksempel plassering av kabler, viste seg også å by på utfordringer som måtte løses. Ettersom kablene var ganske kraftige, hadde elevene lett for å snuble i dem. Dette løste vi ved bruk av mye tape.

Det ble under piloteringen klart for oss at den nøyaktige loggføringen av alle opptakene var svært viktig. Allerede på dette tidspunktet diskuterte vi oss fram til hvilke titler vi skulle bruke på opptaksfilene og hvilket system vi kunne bruke i forhold til sikkerhetskopier og lagring av filer. Ved å ta tak i dette på et så tidlig tidspunkt, unngikk vi senere problemer basert på manglende nøyaktighet i denne delen av vårt arbeid.

Vi bestemte oss på dette tidspunktet også for at kun én person skulle være hovedansvarlig for prosjektet ved hver enkelt skole. Denne jobben besto særlig i å styre de logistiske sidene ved prosjektgjennomføringen i forhold til de andre prosjektdeltakerne, og dessuten å være ansvarlig for all kommunikasjon med vaktmester, lærere og skoleledelse ved den aktuelle skolen. Personlig hadde jeg hovedansvaret for prosjektet ved to av skolene.

Som nevnt over, fikk vi under piloteringen også testet ut intervjuguidene og slik skaffet oss verdifull personlig erfaring i forhold til det å intervjuer elever. I denne fasen av prosjektet fulgte vi som intervjuet elever, Nina Arnesen (stipendiaten tilknyttet naturfag) og jeg, dessuten et kvalitativt intervjukurs på PFI, ledet av professor Steinar Kvale, for å øke vår spisskompetanse på dette området.

Jeg finner det passende under dette kapitlet å trekke fram noen av de åpenbare fordelene knyttet til det å arbeide innenfor en forskningsgruppe. Et prosjekt av denne størrelsen ville åpenbart ikke vært mulig å gjennomføre uten et visst antall aktører, tre personer var det absolutte minimum for å kunne gjennomføre rigging, opptak, observasjon og intervjuer. På grunn av at det kunne oppstå uforutsette problemer, valgte vi som regel å være fire eller fem tilstede under opptak. Vel så verdifullt er imidlertid den muligheten man som deltaker i en slik forskningsgruppe får til å drøfte aktuelle problemstillinger knyttet til gjennomføringen av sitt prosjekt. Allerede under forberedelsene til prosjektet og i piloteringen var dette av uvurderlig betydning. I denne fasen av prosjektet hadde vi som forskningsgruppe hyppige møter, både for å finne løsninger på praktiske og logistiske problemer, men også for å gi oss som stipendiater muligheter til å presentere våre forskningsspørsmål og få kommentarer på

disse. Det opplevdes som svært stimulerende å delta i den type debatter som da oppsto, ikke minst på grunn av gruppas tverrfaglige sammensetning som gjorde at nye og utfordrende perspektiver ofte ble introdusert.

2.2 Gjennomføring av prosjektet PISA+

2.2.1 Utvalg av klasser

Det empiriske materialet som er blitt analysert i PISA+, og som mitt PhD-arbeid baserer seg på, er hentet inn fra seks niendeklasser fra seks forskjellige skoler i Oslo og Akershus. Ønsket om variasjon i skolenes organisering var et viktig seleksjonskriterium for valg av skoler til prosjektet. I tillegg ønsket man en geografisk spredning av de utvalgte skoler, ut fra det man kan kalle en rural-urban akse, og et innslag av skoler med en høy andel elever med minoritetskulturell bakgrunn. Antallet skoler som er med i PISA+, må betraktes som et kompromiss mellom prosjektets tilgjengelige ressurser og ønsket om et bredest mulig utvalg. Med utgangspunkt i de nevnte kriterier ble åtte skoler valgt ut. Det ble tatt kontakt med disse skolene og seks av disse skolene var positive til å delta i prosjektet. Vi forfattet da et brev med fylligere informasjon om PISA+, og hvor vi dessuten nøyaktig gjorde rede for hvilke ønsker og krav vi stilte i forhold til innhenting av data (se vedlegg 4). To av de seks skolene lå i Oslo, mens fire lå i Akershus. Av de sistnevnte var to skoler beliggende i det som kan betegnes som rurale strøk, mens de to andre var mer typiske forstadsskoler. Én av Osloskolene hadde over 50 % elever med minoritetskulturell bakgrunn og også en av skolene lokalisert i Akershus hadde en relativt høy prosent elever tilhørende denne kategorien. Ved de øvrige skolene var elevene i hovedsak etnisk norske.

Det bør nevnes at vi innhentet skriftlig tillatelse fra alle deltakere i prosjektet, inkludert informert samtykke fra elevenes foreldre, i tråd med NSD's retningslinjer for denne type undersøkelser (se vedlegg 5). Det var selvsagt mulig å reservere seg, men kun et fåtall valgte denne løsningen. Ved forhåndsinnstillingen av helklassekameraene måtte vi ta hensyn til disse elevene, og de ble selvsagt heller ikke valgt ut til å være fokuselever og dermed bli intervjuet.

I utgangspunktet var variasjon i pedagogisk organisering en av våre viktigste uttakskriterier for valg av klasser/skoler. Vi tenkte da på faktorer som fast timeplan versus fleksibel timeplan, tverrfaglige undervisningsopplegg versus fagbaserte, ulik bruk av lærerressurser, med mere. Vi ønsket å ha noen klasser med "tradisjonell" og noen med en "alternativ" pedagogisk organisering. Selv om dette kriteriet ble brukt, viste det seg i praksis at

undervisningen ikke varierte i den grad ulikhetene i organisering skulle tilsi. Læringsarbeidet i matematikk ble for eksempel i fem av de seks klassene dominert av individuell oppgaveløsning og gjennomgang av nytt fagstoff. Gruppearbeid, og kollektive oppsummeringer ble i liten grad benyttet.

Alle de seks klassene i vårt utvalg benyttet arbeidsplan som læringsverktøy, men innenfor noe ulike rammer. I tre av klassene hadde man faste studie-/veiledningstimer på uketimeplanen. I disse timene kunne elevene selv fritt bestemme hva de ville arbeide med, og lærerne skulle fungere som faglige veiledere. På tross av visse likheter i måten å organisere skolearbeidet på, var det imidlertid betydelige forskjeller mellom klassene i antallet timer som ble stilt til elevenes disposisjon gjennom de nevnte studie/veiledningstimene. I en av klassene, ved skole 4, hadde elevene for eksempel anledning til å velge frivillig veiledning opp til seks halve timer i uka, og denne tiden kunne så avspaseres etter eget ønske. I tillegg til denne frivillige veiledningen, var det lagt inn ca. syv og en halv studie/veiledningstimer ukentlig. (Dette er regnet om i klokketimer, ikke kortere skoletimer. Det eksakte antall studie/veiledningstimer kunne variere noe fra uke til uke.) Elevene bestemte selv i prinsippet hva de ville arbeide med i disse timene, som til sammen altså utgjorde en betydelig del av tiden de tilbrakte på skolen. Arbeidsplanen var svært styrende for det faglige arbeidet i alle klassene, noe som vil bli utdypet grundigere i et senere kapittel. Særlig virket det som om arbeidsplanen var et spesielt sentralt læringsverktøy på skole 4, hvor studie/veiledningstimer utgjorde en så stor del av klassens ukentlige timeplan. I den andre enden av skalaen finner vi to klasser, ved skole 3 og skole 6, hvor man ikke benyttet studie-/veiledningstimer og hvor timeplanen derfor var noe mer tradisjonell.

Et annet og noe overraskende fellestrekk ved de observerte klasser var at elevene alltid satt parvis eller i grupper, ikke på individuelle pulter.

Alle de seks klassene ble fulgt i ca. tre uker i timer med matematikk, naturfag og norsk. Datainnsamlingen ble spredd utover skoleåret for å oppnå maksimal variasjon i forhold til skolens lokale læreplaner og skoleårets rytme.

2.2.2 Observasjon

Jeg var personlig til stede som observatør i alle videofilmede matematikktimer i prosjektet, bortsett fra én time ved skole 3 og én time ved skole 6. Med tanke på det påfølgende intervjuet var jeg i timene særlig interessert i å følge dialogen mellom fokuselevne, og jeg hadde som tidligere nevnt teknisk utstyr som gjorde at dette var mulig uansett hvor jeg fysisk

befant meg i forhold til disse elevene. Dette utstyret besto av en øreplugg, koplet til en trådløs mottaker, som via vår medbrakte PC gjorde det mulig å følge med på dialogen mellom fokuselevne. Gjennom bruk av dette utstyret kunne også vår tekniker gi eventuelle beskjeder til meg som observatør, uten å forstyrre undervisningen. Som observatører kunne vi nå notere ned replikker fra dialogen mellom fokuselevne, og disse kunne så danne utgangspunkt for spørsmål i det påfølgende intervjuet. Eksempler på episoder som ble fulgt opp i intervjuet var faglige uenigheter mellom elevene, at en elev eller begge ga uttrykk for ikke å forstå et emne, at de ga uttrykk for å kjede seg, og lignende. Elevene ble på forhånd gjort oppmerksom på at vi hadde mulighet for å følge med på samtalene dem imellom. For lettere å kunne gjenfinne de episodene som ble vurdert som interessante i forhold til intervjuet, benyttet vi stoppeklokke. Den ble synkronisert med videoopptakene ved oppstarten til hver time. Ved å notere ned tidspunktene for de utvalgte episodene, var det da raskt mulig å finne tilbake til dem under intervjuet.

Som observatører forsøkte vi å plassere oss relativt diskret i klasserommet, for slik å redusere observatøreffekten (Hammersley 1992). Vi hadde ingen andre oppgaver utover det å observere, lytte, og ta notater, og kunne derfor sitte rolig under hele timen. Det var også ytterligere en observatør til stede i matematikktimene i tillegg til meg, og denne observatøren hadde ansvaret for å ta mer generelle feltnotater fra timen. Det var prosjektets daværende post doc, Marianne Ødegaard, som oftest hadde denne rollen, men også professor Kirsti Klette og professor Svein Lie var observatører i noen av matematikktimene. Av hensyn til ønsket om i minst mulig grad å forstyrre timen, var det aldri mer enn to observatører til stede i samme time. I og med at vi gjorde videoopptak av alle timene, var det ikke nødvendig å registrere hendelser som ble fanget opp av kameraene svært nøyaktig. Oppgaven til den andre observatøren var å kunne formidle inntrykk som ikke så lett ble registrert gjennom videoopptakene, for eksempel stemninger, spesielle episoder og mer generelle kontekstuelle faktorer. Denne observatøren hadde også anledning til å følge med på enkeltelevers gjøremål. Det at det alltid var en ekstra observatør til stede i timene, gjorde at jeg alltid hadde en samtalepartner jeg kunne trekke veksler på. Med denne personen kunne jeg etter timens slutt drøfte både spesielle episoder fra den aktuelle timen, eller mer generelle trekk ved det faglige læringsarbeidet i klassen.

2.2.3 PC-arbeidsstasjon

Vi hadde en medbrakt PC-arbeidsstasjon bygget i et 19" rack system, direkte innbygget i en transportkasse. Nederst i denne arbeidsstasjonen ble det plassert en PC med spesialinstallert software og hardware. Den hadde en lagringskapasitet på 1Tb, fire videospor og åtte lydspor, og kunne digitalisere og synkronisere alle inngående lyd- og videoopptak. Over PC-en var det plassert 4 mottakere for trådløse sendere, samt en retursender for klasserommet. Øverst på arbeidsstasjonen var det plassert et lydmiksebord som ble betjent av den tekniske operatøren. Det var også tilkopleet to skjermer slik at operatøren kunne overvåke videoopptakene. For ytterligere tekniske spesifiseringer av vårt utstyr henvises det til hovedoppgaven skrevet av dataingeniøren tilsluttet PISA+ (Christiansen 2007).

2.2.4 Kameraer

Det ble benyttet tre kameraer til videoopptakene. Alle kameraene var små og ble plassert så diskret som mulig i klasserommet, som regel relativt høyt. Ved hjelp av diverse teknisk utstyr, som "tripods", klemmer og sugekopper, var det mulig å variere plasseringen av kameraene ut fra den ulike arkitekturen vi møtte i klasserommene. Vi beregnet oss god tid til å bestemme kameraplasseringen, da vi anså denne som viktig i forhold til kvaliteten på videodataene.

Kamera 1

Dette var det teknisk mest avanserte kameraet. Det fulgte læreren gjennom hele timen og ble fjernstyrt av en tekniker plassert utenfor klasserommet som kunne følge bildet via egen monitor. Kameraet kunne filme i en vinkel på tilnærmet 360 grader og hadde svært god optikk, blant annet zoom som gjorde det mulig å gjøre opptak av for eksempel den skrevne teksten på tavlen. At kameraet var utstyrt med zoom gjorde det også mulig å variere fokuset, avhengig av lærerens fysiske plassering i klasserommet. Dersom læreren for eksempel veiledet enkeltelever, ga det anledning til å ha et nærmere fokus. Selv om kameraet ble drevet av en egen motor, var denne så stillegående at den ikke forstyrret undervisningen. Det var operatøren av miksebordet som bestemte opptakene fra timen gjort med dette kameraet, men instruksjonen var klar; følge læreren gjennom hele timen. Som stipendiat var jeg tilstede de aller fleste dagene i opptaksperioden, og deltok da i gjennomføringen av opptakene, for eksempel som operatør av lærerkameraet.

Kamera 2

Kamera 2 var forhåndsinnstilt på en utvalgt fokusgruppe bestående av to elever. Det var plassert slik at det filmet elevene forfra og hadde også zoom. Dette gjorde det mulig å plassere kameraene et stykke unna fokuselevne, slik at de ikke ble unødig forstyrret. Kameraet hadde ikke motor og kunne ikke manipuleres etter at timen var i gang.

Kamera 3

Kamera 3 var et helklassekamera som ble montert foran i klasserommet. Det var utstyrt med en vidvinkellinse som gjorde at hele klasserommet i prinsippet ble fanget inn. Dersom noen elever hadde reservert seg i forhold til å være med på prosjektet, kunne disse imidlertid plasseres i kameraets blindsoner. Dette kameraet hadde heller ikke motor og måtte også fokuseres manuelt, noe som kunne være relativt krevende. Bildekvaliteten var den dårligste av de tre kameraene, men bra nok for vårt formål.

2.2.5 Lydutstyr

Det ble benyttet fire mikrofoner til lydopptak i klasserommene. Tre av disse var trådløse mikrofoner, en til lærer og en til hver av fokuselevne. I tillegg til dette ble det benyttet en mikrofon med fysisk ledning til opptaksenheten. Denne helklassemikrofonen ble som regel plassert midt i klasserommet og plukket opp mye støy. Lydsporene fra denne mikrofonen er derfor i liten grad benyttet i analysene. Lyden fra de trådløse mikrofonene holdt imidlertid høy kvalitet. De ble lagt direkte på spor til videoopptakene fra henholdsvis lærerkameraet og fokusgruppekameraet. Disse trådløse mikrofonene fanget ofte også opp andre dialoger i klasserommet, for eksempel replikker i helklassesamtaler, med tilstrekkelig god kvalitet for vårt forskningsarbeid. Det bør og nevnes at læreren hadde anledning til å slå av sin mikrofon dersom det var ønsket ut fra det som foregikk i timen. Dette ble svært sjelden gjort.

I tillegg til mikrofonene ble det benyttet utstyr som gjorde det mulig for klasseromsobservatørene, via tekniker, å direkte lytte på lyd fra en av opptaksmikrofonene. I praksis var det da dialogen mellom fokusgruppeelevne som først og fremst var interessant.

2.2.6 Lagring av data

Når video fra timen skulle brukes i forbindelse med elevintervjuer, ble videofilene kopiert til en medbrakt ekstern harddisk umiddelbart etter timens slutt. Denne harddisken ble så koplet til en bærbar PC som deretter ble benyttet i intervjuet. Dersom video fra timen ikke skulle benyttes umiddelbart, ble likevel videofilene kopiert over til våre harddisker, men dette

skjedde da som regel etter at dagens siste time var filmet. Denne kopieringen ble gjort av sikkerhetshensyn; vi ønsket alltid å ha kopier av alle opptak. En til to ganger i uka ble så harddiskene tatt med tilbake til Universitetet hvor filene ble lagret og sikret på en egen server (kapasitet 5,6 Tb), som hadde et eget ”back up” system.

Det var svært viktig å være nøyaktig med registreringen av filer i alle lagringsfasene. Vi utarbeidet klare og unike filnavn og førte dessuten loggbok som daglig ble oppdatert. Alt videomateriale ble lagret på minimum to steder, inntil det var trygt lagret på hovedserveren. Alle stipendiatene deltok aktivt i denne delen av arbeidsprosessen.

2.2.7 Fordeler med våre tekniske løsninger

I PISA+ har vi brukt mye tid på å finne velfungerende tekniske løsninger. De viktigste fordelene med de valgte løsninger kan punktvis oppsummeres slik:

1. Alle videodata og lyddata er blitt direkte digitalisert og synkronisert, noe som innebærer at man har sluppet å bruke ressurser på tidkrevende manuell synkronisering. Alle data foreligger som filer som kan flyttes og lagres som andre datafiler. Hver enkelt fil har blitt navngitt etter et system som bygget opp all nødvendig metainformasjon om filen, dens opprinnelse, når den ble tatt opp, hvilket kamera som ble benyttet, hvilken skole/klasse etc.
2. Den løsningen som har blitt valgt for lagring av datafiler, har gjort at alle datafiler lett kan hentes fram av de involverte forskerne.
3. Opptaksutstyret i klasserommet har på grunn av den ubetydelige størrelsen i liten grad forstyrret undervisningen.
4. Klasseromsobservatørene har kunnet sitte rolig i klasserommet, uten å forstyrre undervisningen.
5. Det mest omfangsrike delen av det tekniske utstyret har vært plassert utenfor klasserommet. Her satt også operatøren av utstyret. Alt det tekniske kunne styres av denne ene personen.
6. Gjennom overføring av videoopptak til en ekstern harddisc og bruk av laptop, har det vært mulig å gjennomføre videostimulerte intervjuer kun ca. 10 minutter etter den aktuelle timens slutt. Opptak fra alle tre kameraene har da vært tilgjengelig for intervjuet.

I tillegg til at det første punktet innebærer tidsbesparelse, bør det også påpekes at det sikrer en høyere kvalitet på det empiriske materialet, ettersom manuell synkronisering øker muligheten for å begå feil. Punktene 3-5 viser alle til momenter som bidrar til at observatøreffekten reduseres, det vil si at man i mindre grad påvirker forskningsobjektet ved sin tilstedeværelse. Punkt 6 bidrar til å øke kvaliteten på intervjudataene, ettersom eleven vil ha et ferskere og mer uforstyrret minne av timen kort tid etter timens slutt. Punkt 2 er særlig knyttet til analysene i etterkant av innsamlingen av det empiriske materialet. Det at datafilene med videoopptak har vært lett tilgjengelig for oss som forskere, har vært en stor fordel i analysearbeidet. Her bør det også bemerkes at disse datafilene av sikkerhetshensyn ligger på et lukket nettverk, med eksklusiv tilgang kun for forskere tilknyttet PISA+.

Det bør også nevnes at vår bruk av høyteknologisk utstyr ble positivt mottatt blant elevene. Særlig var det populært og spennende å være fokuselev og bære trådløse sendere. Dette bidro til å skape et godt klima mellom oss som forskere og elevene.

Noen ulemper ved vårt valg av utstyr har vi i løpet av opptaksperioden erfart at det er. Disse kan kort oppsummeres slik:

- Rigging av utstyret kunne ta opp mot 45 minutter. Vi ble dog mer rutinerter etter hvert, og halverte da riggetiden.
- På grunn av tiden som gikk med til rigging, var vi avhengige av å ha tilgang til klasserommene timen før opptakene skulle finne sted. Som regel lot dette seg ordne, men vi opplevde visse hektiske ”friminutt”.
- Selv om vi hadde lite utstyr i klasserommet, tok arbeidsstasjonen med to monitorer relativt stor plass. Vi var avhengig av å kunne plassere denne i nærheten av klasserommet hvor videoopptakene skulle finne sted.
- Vi måtte være svært nøyaktige med systematisk loggføring av opptakene, og vi måtte også være påpasselige med å ha ”backup” av alle opptak.

2.3 Analyseverktøy

Allerede tidlig i prosjektet startet prosessen med å vurdere ulike typer analyseverktøy. Etter relativt omfattende utprøving og drøfting, falt valget på softwareprogrammet Videograph (Rimmele 2002). Dette programmet er utviklet ved IPN i Kiel og ble vurdert som et analyseverktøy godt tilpasset våre behov.

2.3.1 Videograph

Videograph har flere funksjoner. Dette programmet gjør det blant annet mulig å spille av og analysere digitaliserte videofiler. I intervjusituasjonen var det ved hjelp av dette programmet mulig å benytte en ”split screen” funksjon som gjorde at man kunne se videoopptak fra flere kameraer samtidig. I praksis benyttet vi i elevintervjuene hovedsakelig opptakene fra lærerkameraet og fokusgruppekameraet, men vi kunne også bruke videobildene fra helklassekameraet dersom vi ønsket det. Vi kunne i tillegg velge hvilket lydspor vi ville høre på.

Videograph ble senere i prosjektperioden også brukt til selve analysen av videomaterialet. Programmet fungerer slik at man manuelt definerer og legger inn de ulike hovedkodene man ønsker å benytte, med underliggende delkoder. Hver hovedkode med underkoder får sin spesielle farge og underkodene vil da være gjensidig utelukkende. I prinsippet er alle kombinasjoner av hovedkoder mulig. Dersom hovedkodene er definert i forhold til hverandre, vil det imidlertid i praksis være slik at man ønsker at de utelukker hverandre, men dette er ikke lagt inn i selve dataprogrammet. For å ta et eksempel fra vår koding av materialet, skilte vi mellom lærerens aktivitet ved helklasseinstruksjon, ved individuelt arbeid og ved gruppearbeid. Dette var tre hovedkoder og det ville teknisk sett vært mulig å benytte kodene samtidig. På meningsnivå er det imidlertid ønskelig nettopp å diskriminere mellom disse aktivitetene. De ble derfor definert av oss som gjensidig utelukkende sett av kategorier og ditto kodet.

Kodingen av videoopptakene fra timene ble gjort på sekundnivå. Nederst i Videographs grensesnitt lå det en tidslinje som fulgte de enkelte videoopptakene fra fagtimene kronologisk. Etter å ha kodet ferdig en skoletime, kunne man endre tidsenhet til for eksempel ett minutt, noe som gjorde at man rent visuelt fikk en god oversikt over hele timens oppbygning og struktur ut fra de benyttede koder.

Ved hjelp av Videograph er det mulig å analysere datamaterialet ut fra stadig nye synsvinkler. Nye koderstrukturer kan konstrueres for eksempel på fagnivå eller ut fra nye perspektiver. Man kan altså legge på stadig nye lag av analyser på det samme datamaterialet, uten at dette påvirker de analysene som tidligere er blitt utført. Dersom NSD (Norsk Samfunnsvitenskapelig Datatjeneste) gir konsesjon for lagring, vil det være mulig å forske på dette materialet også i framtidige prosjekter. Dette vil kunne gi unike muligheter for å studere endring i ulike klasseromsprosesser over tid.

2.3.2 To analysenivåer

Første analysenivå

PISA+ er et tverrfaglig prosjekt. For analytisk å kunne utnytte noe av potensialet i dette, ble det bestemt å gjennomføre en fellesanalyse av videoopptakene fra alle timene i de tre involverte fagene, ved hjelp av Videograph. Denne fellesanalysen, kalt analysenivå 1, var knyttet til lærernes tidsbruk i klasserommet, med fokus på organisering, dominerende aktiviteter og interaksjon. Disse analysekategoriene ble utviklet kollektivt i prosjektgruppa og er publisert (Klette *et al.* 2005). Det ble benyttet seks hovedkategorier, med en til ni underkategorier (se vedlegg 1). Ved utviklingen av disse kategoriene ble det lagt vekt på at de skulle være relatert til begreper som anvendes innenfor nasjonal og internasjonal klasseromsforskning. De endelige kategoriene var et resultat av en grundig konsensusprosess i vår forskningsgruppe. I den tidlige fasen av kodingsarbeidet ble den konkrete bruken av de ulike kategoriene inngående drøftet. De seks hovedkategoriene var:

1. *Læreraktivitet ved helklasseinstruksjon*
2. *Læreraktivitet ved individuelt arbeid*
3. *Læreraktivitet ved gruppearbeid*
4. *Time on task*
5. *Organisering*
6. *Arbeid med fagstoff*

Disse kategoriene ble benyttet som analytiske redskaper for å kunne redusere den omfattende kompleksiteten vi i utgangspunktet hadde i rådataene. Vi ønsket slik å få et overblikk over sentrale trekk ved lærernes organisering av læringsarbeidet i de ulike fagene. Dette ga også mulighet til å sammenlikne resultatene for de tre fagene. For matematikkfagets del var et viktig funn at det gjennom denne analysen kunne dokumenteres at det i de seks involverte klassene særlig i dette faget ble brukt mye tid til individuelt arbeid. Videre kunne det dokumenteres at gruppearbeid praktisk talt ikke forekom i matematikk, tiden fordelte seg relativt jevnt mellom helklasseinstruksjon og individuelt arbeid. Det at så vidt mye tid ble brukt på individuelt arbeid er et tema som blir tatt opp i mine artikler, særlig i artikkel 2. Her blir denne prioriteringen av individuelt arbeid i matematikk drøftet opp mot bruk av arbeidsplaner og i lys av sosialkonstruktivistisk og sosiokulturell læringsteori.

Alle de videofilmede timene er kodet ut fra disse seks kategoriene. Denne kodingen er utført av de involverte forskerne i prosjektet. Vi gjennomførte også en reliabilitetstesting av kodingen. Ca. 10 % av det totale antall timer ble valgt ut til dette formålet, og resultatet viste at det for de fleste kodene var høy reliabilitet, i overkant av 90 % overensstemmelse i bruk av koder.

Andre analysenivå

Kodingen på dette nivået er knyttet til de respektive fagene. Videograph-kodene som er benyttet i matematikk, bygger i stor utstrekning på de kodene som er utviklet for naturfag (Arnesen & Ødegaard 2005). En av grunnene til at vi gjorde dette, er muligheten det i etterkant gir for komparasjon fagene imellom. Kategoriene som ble utviklet i naturfag er teoridrevne og baserer seg i stor utstrekning på ideer hentet fra Lehmke (2003) og Mortimer & Scott (2003). Kodene er særlig knyttet til innholds faktoren i lærerens og elevenes aktiviteter, kommunikative interaksjonsmønstre i klasserommet, og karakteristikk av språklig referanse og innhold. Noen av kodene som er relevante innenfor naturfag ble tatt ut, fordi de ikke synes å ha den samme relevansen i matematikk. For eksempel ble koden ”stille lesing” fjernet, ettersom dette ikke ble regnet som en god kode i matematikk. Andre koder måtte omformuleres for å tilpasses matematikkfaget. Særlig gjaldt dette et par koder som var knyttet til lab-arbeid. I tillegg er det lagt til noen koder som er spesifikke for matematikk. Det ble da lagt vekt på å formulere og definere koder slik at det ga muligheter for å relatere de etterfølgende analysene til etablerte og aktuelle vitenskapelige diskurser innenfor matematikdidaktisk klasseromsforskning. For eksempel ble det i kodene som ble benyttet i matematikk diskriminert mellom ”Arbeide med oppgaver fra læreboka”, ”Arbeide med andre tekstoppgaver” og ”Arbeide ut fra andre læringsverktøy”. Dette ble gjort fordi det innenfor matematikdidaktisk forskning gjentatte ganger har blitt dokumentert at læreboka har en svært sentral plass i undervisningen i faget, både i forhold til hvilke temaer som tas opp, og hvordan de presenteres (Johansson 2006). Gjennom bruk av de refererte koder vil det være mulig å relatere våre analyser til den pågående debatten om dette temaet innenfor matematikdidaktisk forskning.

De syv hovedkategoriene som ble benyttet i den fagspesifikke kodingen i matematikk var:

1. *Tilbudte aktiviteter*
2. *Tilbud ved individuelt arbeid*
3. *Elevaktiviteter*

4. *Klassesamtale*
5. *Vitenskapelig fokus*
6. *Sosialt språk*
7. *Referanse*

Disse syv hovedkategoriene hadde fra to til åtte underkategorier (se vedlegg 2). Alle matematikktimene ble kodet ut fra disse kategoriene. Kodingen ble utført av tre personer. To av oss var tilknyttet PISA+ og hadde erfaring fra kodingen på første analysenivå, mens den tredje var en student som fikk anledning til å bruke data fra prosjektet i sin masteroppgave. Hun fikk opplæring i hvordan dette arbeidet skulle utføres, og kodet deretter videomaterialet fra én klasse. Kodingen på analysenivå to er ikke blitt reliabilitetstestet. Kodingen på dette analysenivået har i min avhandling først og fremst blitt brukt til å motivere artikkel 3. Det var særlig funn knyttet til hovedkategoriene 1, 3, 4 og 7 som ble benyttet i mine analyser. Kodingen avdekket at det til dels var store forskjeller mellom én av klassene og de fem andre. Dette presenteres i tabell 1 og tabell 2. Disse forskjellene, i hovedsak relatert til anvendelse av ulike oppgavetyper og muntlige ytringers referanse, stemte for øvrig godt med de observasjonene vi gjorde allerede under videooptakene. Slik sett kan dette betraktes som en type triangulering (Mason 1996) som bidrar til å styrke disse funnene.

Analysene gjort i etterkant viste at noen av kodene som inngikk i vårt kodeskjema overhodet ikke var blitt anvendt. Dette gjaldt for eksempel kodene: ”Praktisk arbeid (eks. lage spill, spille spill, utføre målinger etc.)” og ”Utvikle nye praktiske ferdigheter (anvende faget)”. Disse kodene ga oss altså lite informasjon, utover det at dette ikke fant sted i noen av klassene i løpet av vår observasjonsperiode.

Med bakgrunn i de temaene som er valgt, har jeg ikke benyttet resultater fra hovedkategoriene 2, 5, og 6. i analysene i min avhandling. Det vil selvfølgelig være mulig å gå inn i dette materialet på et senere tidspunkt, for eksempel dersom man ønsker å sammenlikne funn fra kodingen av naturfagtimene og matematikktimene.

Artikkel III er motivert ut fra noen av resultatene av kodingen på analysenivå 2, og jeg vil her presentere disse resultatene. Tabell 1 viser den prosentvise fordelingen av delkoder til hovedkategorien *Elevaktiviteter* i de seks klassene. I tråd med det kategoribetegnelsen tilsier, er det elevenes aktiviteter i klasserommet i alle videofilmede matematikktimer som her kodes, og vi benyttet fire ulike delkoder. Som det framgår av denne tabellen, oppnådde delkode 1: ”følge med på felles gjennomgang”, og delkode 2: ”arbeide med oppgaver fra læreboka”,

Samlet sett svært høye prosentvise frekvenser i fem av de seks klassene. Adderer vi frekvensene for de to delkodene i hver av disse fem klassene, ser vi at summen ligger mellom 71 og 100. Skoleklasse 3 skiller seg imidlertid dramatisk ut ved at summen av de samme to kodene kun blir 19, altså 19 prosent. I denne klassen er det derimot delkode 3 og delkode 4 som oppnår de høyeste prosentvise frekvensene, altså delkodene ”*arbeide med andre tekstoppgaver*” og ”*arbeid ut fra andre læringsverktøy*”. Naturlig nok har disse kodene relativt lave prosentvise frekvenser i de andre fem klassene.

Tabell 1: Prosentvis fordeling av delkoder til hovedkategorien *Elevaktiviteter* i de seks skoleklassene

Skoleklasse	1	2	3	4	5	6
1. Følge med på felles gjennomgang	28	53	15	66	40	30
2. Arbeide med oppgaver fra læreboka	72	27	4	5*	35	70
3. Arbeide med andre tekstoppgaver	0	7	54	24	23	0
4. Arbeid ut fra andre læringsverktøy	0	13	27	5	2	0

* Ved skole 4 ble mye av det individuelle arbeidet i matematikk gjort i studie-/ veiledningstimene. Disse timene er i liten grad med i vårt videomateriale. Den lave prosenten for *arbeide med oppgaver fra læreboka* må forstås med bakgrunn i dette.

Tabell 2 viser den prosentvise fordelingen av delkoder til hovedkategorien *Referanse* i de seks klassene. Alle muntlige ytringer i klasserommet, relatert til matematikkfaglig arbeid, ble kodet i forhold til denne kategorien. Vi skilte her mellom delkodene ”*hverdagsreferanse*” og ”*matematikkfaglig referanse*”. Dersom en muntlig ytring inneholdt referanse til et matematisk begrep, ble den kodet som *matematikkfaglig referanse*. Alle andre ytringer ble kodet som *hverdagsreferanse*. Sett på bakgrunn av den debatten som foregår innenfor matematikdidaktisk forskning om bruk av realistiske kontekster i matematikkundervisningen (Freudenthal 1991; Gravemeijer 1994; Van Oers 2001), anser vi disse kodene for å være interessante. Både nasjonal og internasjonal skoleforskning har dokumentert at matematikkundervisning ofte har en svak tilknytning til elevenes hverdags erfaringer (Gravemeijer 1994; Alseth *et al.* 2003). I evalueringsrapporten av L97, med spesielt fokus på matematikk, ble dette eksplisitt påpekt å være et problem for matematikkundervisningen i norsk skole (Alseth *et al.* 2003).

Som det framgår av tabell 2, domineres den muntlige aktiviteten i fem av de seks klassene av koden *matematikkfaglig referanse*. Mellom 82 og 99 prosent av den muntlige aktiviteten i disse klasserommene har en matematikkfaglig referanse. Også her skiller imidlertid skoleklasse 3 seg dramatisk ut fra de andre skoleklassene i materialet ved at den muntlige aktiviteten i denne klassen i langt større grad har en hverdagsreferanse.

Tabell 2: Prosentvis fordeling av delkoder til hovedkategorien *Referanse* i de seks skoleklassene

Skoleklasse	1	2	3	4	5	6
1. Hverdagsreferanse	1	18	45	18	15	13
2. Matematikkfaglig referanse	99	82	55	82	85	87

2.3.3 Overføring til SPSS

Kodingen på begge de omtalte analysenivåene ble altså utført innenfor programmet Videograph. Denne kodingen ble gjort på sekundnivå, klasse for klasse og time for time. Når en time var ferdigkodet, var det mulig å overføre de kodete dataene til Excel. Vi tok da en utskrift som ga oss en oversikt over hvilke koder som var benyttet, sekund for sekund. På denne utskriften i Excel var det endringene i bruken av koder som ble markert, det vil si at hvis kun én kode (for eksempel kode 2.2) var benyttet innenfor et bestemt tidsintervall, for eksempel fra og med det femte minuttet og til og med det niende, ble dette markert slik: 2.2: 05.00-09.59. Dersom neste kode (2.5) deretter ble benyttet i 25 sekunder, ble dette markert slik: 2.5: 10.00-10.25. Vi ønsket å kunne analysere våre data fra kodingen i statistikkprogrammet SPSS, og derfor overførte vi resultatene fra Excel til SPSS. Dette ble gjort manuelt og etter følgende prinsipp: Hvert kodet minutt ble gjennomgått for hver hovedkategori. Den delkoden som hadde blitt mest markert innenfor ett minutt, ”vant” dette minuttet, og i SPSS ville kun denne koden stå oppført for dette minuttet. Denne tilpasningen til SPSS ble altså gjort på minuttnivå og førte til at informasjonsmengden i datamaterialet ble redusert, noe som gjorde det mer meningsfylt å behandle og analysere sammenhenger mellom dataene statistisk.

2.4 Metodevalg i mitt prosjekt

2.4.1 Intervjuer

Elevintervjuene jeg gjennomførte i etterkant av de videofilmede matematikktimene utgjør en viktig del av mitt empiriske datamateriale. I dette kapitlet vil jeg forsøke å relatere min intervjuform til teoretiske begreper innenfor den vitenskapelige intervjutradisjonen. Deretter vil jeg beskrive strukturen i intervjuene, hvilken type data de genererte og hvordan disse dataene er benyttet i mine analyser. Jeg vil også gjøre rede for hvilke seleksjonskriterier jeg har benyttet i utvelgelsen av sitater fra disse intervjuene.

2.4.2 Utforskende versus strukturerte intervjuer

Intervju kan sies å være en konversasjon som har en struktur og en hensikt (Kvale 1997). Selv om man med litt velvilje kan si at intervjutradisjonen innenfor forskning strekker seg helt tilbake til Sokrates' dialoger, er det først og fremst i løpet av de siste tiårene at denne type datainnsamling har blitt systematisk benyttet innenfor samfunnsvitenskapene. Freud (1963) med sine psykoanalytiske samtaler, og Piaget (1930) med sine intervjuer av barn, er to av de store pionerene innenfor denne metodikken.

Kvale (1997) skiller mellom to typer intervjuer, *utforskende intervju* og *strukturerte intervju*. Hensikten med et utforskende intervju er å framskaffe informasjon om et område som skal kartlegges, eller et problemkompleks som skal avdekkes. Det vil da være viktig for intervjueren å følge opp den intervjuedes svar slik at han får fram nye opplysninger om temaet, og på den måten får det belyst fra flere innfallsvinkler. En ulempe med en slik type intervju kan være at de vil sprike i så mange retninger at det er vanskelig å sammenfatte og sammenlikne intervjuer gjort med ulike personer. Bakgrunnen for et strukturert intervju vil ofte være at man ønsker å teste hypoteser om et bestemt saksanliggende. Det vil da være best å standardisere så vel formuleringene av spørsmålene som deres rekkefølge. Sammenlikning av svarene vil da lettere kunne utføres. Ulempen med et strukturert intervju er særlig at man reduserer ens egen mulighet til å se virkeligheten fra den intervjuedes side. Innenfor antropologisk forskning skiller man mellom *emiske* og *etiske* forklaringsmåter, hvor den emiske er knyttet til det å forstå og forklare samfunn ut fra deres egne kategorier, mens den etiske tar utgangspunkt i forskerens egne forståelsesmåter (Keesing 1976). Dette begrepsparet illustrerer på mange måter den prinsipielle og grunnleggende forskjellen på et utforskende og et strukturert intervju.

I mine elevintervjuer har jeg forsøkt å benytte en intervjuform som på sett å vis forsøker å ta vare på og forene fordelene med disse to intervjutypene. Intervjuene jeg gjennomførte kan betegnes som semi-strukturerte, delvis *strukturerte* og delvis *utforskende*. *Strukturerte* i den forstand at rammene for intervjuet var lagt på forhånd, ved at den samme stamme av forberedte spørsmål ble brukt i alle intervjuene. Malen som dannet utgangspunktet for disse spørsmålene var, som tidligere beskrevet, intervjuguiden som ble benyttet i LPS-studien. *Utforskende* med tanke på at den intervjuformen som ble benyttet, ga mulighet til å forfølge elevkommentarer som ble ansett som spesielt interessante. Dette ligger for øvrig også inne som en retningslinje i LPS-malen for intervjuer.

2.4.3 Elevintervjuene

I tabell 3 presenteres noen utvalgte kvantitative data knyttet til elevintervjuene i matematikk. Som det framgår av denne tabellen, gjennomførte jeg totalt 31 intervjuer med til sammen 61 elever. Ved utvelgelsen av elever til intervjuene ble det lagt vekt på spredning ut fra kriteriene *kjønn og faglig prestasjonsnivå*. Lærer ble konsultert i relasjon til sistnevnte kriterium. I og med at elevintervjuer også ble utført etter naturfagtimene, forsøkte vi i tillegg å unngå at de samme elevene ble intervjuet i begge realfagene. Noen få elever ble imidlertid intervjuet to ganger, altså i tilknytning til både matematikktimer og naturfagtimer.

Tabell 3: Utvalgte kvantitative data knyttet til elevintervjuene i matematikk

	Sk. 1	Sk. 2	Sk. 3	Sk. 4	Sk. 5	Sk. 6	Totalt
Antall intervjuer	3	6	5	8	5	4	31
Antall elever intervjuet	5	12	10	15	10	8	60

Alle intervjuene var parintervjuer bortsett fra ett. Intervjuene tok fra 25 til 45 minutter, det mest vanlige var i overkant av en halv time. Dersom intervjuet ble gjennomført i skoletiden, måtte jeg ta hensyn til at elevene skulle rekke andre timer eller gjøremål og dersom intervjuet foregikk etter skoletid, hendte det at elevenes fritidsaktiviteter gjorde at jeg hadde begrenset tid til rådighet. Likeledes måtte jeg ta tidshensyn i forhold til andre forskere i prosjektet som skulle gjøre sine intervjuer, og benytte det samme tekniske utstyret. Vi måtte selvsagt alle være fleksible i forhold til de lokaliteter skolen kunne tilby for intervju. Alt i alt var det likevel aldri slik at noen av disse faktorene resulterte i at intervjuene ble vesentlig forhindret eller forstyrret, slik at de på grunn av dette fikk lavere kvalitet. Samarbeidet med skolen,

lærerne, elevene, forskerkollegaene og teknikerne fungerte utmerket og bidro til at innsamlingen av intervjudataene foregikk smidig og uten betydelige problemer.

Intervjuene ble som regel gjennomført umiddelbart etter at den aktuelle matematikktimen var avsluttet. Kun dersom dette av praktiske årsaker var umulig å få til, ble intervjuet utsatt til etter skoletid. Alle intervjuene ble imidlertid tatt samme dag som elevene hadde hatt den matematikktimen som dannet utgangspunktet for intervjuet. Begrunnelsen for at dette ble gitt høy prioritet, var ønsket om at elevenes minne om timen skulle være så ferskt og uforstyrret som mulig. Antagelsen var at dette formodentlig ville optimalisere kvaliteten på elevenes kommentarer til det som hadde funnet sted i timen.

I forkant av intervjuene, umiddelbart etter timens slutt, ble det tatt kopier av fokuselevens skriftlige arbeider i timen. Dette bidro til å gi meg et supplerende bilde av deres faglige meningskonstruksjon og disse arbeidene var derfor også relevante i forhold til elevintervjuet. Spørsmålene i intervjuguiden var formulert slik at det åpnet opp for å spørre konkret om det som hadde skjedd i den aktuelle matematikktimen. Det ble lagt vekt på at elevene skulle få anledning til å kommentere episoder og hendelser i den forutgående timen.

Jeg var selv personlig tilstede i alle matematikktimene som dannet basis for de intervjuene jeg gjennomførte. Som observatør noterte jeg da ned interessante episoder eller uttalelser som jeg kunne trekke inn i intervjuet. Jeg benyttet stoppeklokke for å notere ned det nøyaktige tidspunktet for disse hendelsene, slik at jeg under intervjuet hadde anledning til raskt å finne dem på videofilmen fra timen. Stoppeklokken ble synkronisert med videoopptaket i forkant av hver time. Jeg hadde også trådløst utstyr som gjorde det mulig å lytte på samtalen mellom fokuselevene i timen. Elevene ble gjort oppmerksom på at vi var i besittelse av dette utstyret og hadde denne avlyttingsmuligheten. Spesielt interessante replikker i dialogene mellom disse fokuselevene ble tatt opp i intervjuet, og elevene ble da bedt om å utdype eller generelt kommentere sine uttalelser fra timen.

Rent teknisk forløp forberedelsene til elevintervjuene slik: Umiddelbart etter at den aktuelle matematikktimen var avsluttet, ble alle tre datafilene av videoopptakene fra timen kopiert fra vår hoved-PC og over til en ekstern harddisk. Dette tok ca. 10-12 minutter. Deretter ble denne harddisken koplet opp mot en bærbar PC og intervjuet kunne starte. I de minuttene det tok å kopiere filene rigget vi ofte til kameraer for opptak av intervjuet. Disse minuttene ga også intervjueren anledning til raskt å se gjennom notatene fra timen og kopiene av elevenes arbeider. En betydelig del av intervjuet var knyttet til hendelsene fra timen. Opptakene fra lærerkameraet og elevkameraet (evt. helklassekameraet om ønskelig) kunne mikses sammen

til et ”split-screen” bilde (skjermen viser bilder fra to eller tre videoopptak samtidig) som ble brukt som utgangspunkt for noen av spørsmålene i intervjuet. Elevene ble da bedt om å kommentere de utvalgte episodene. De fikk forøvrig også muligheten til selv å plukke ut sekvenser fra timene som de anså for å være spesielt betydningsfulle. Denne rettigheten er lagt inn i LPS-malen, men det skulle vise seg at svært få elever benyttet seg av denne opsjonen. De som gjorde det, hadde også en tendens til å fokusere på ting som var lite interessante i et matematikkdiraktisk perspektiv, for eksempel hårfasong, klesstil, tonefall og lignende. Majoriteten av relevante elevkommentarer var derfor knyttet til episoder som ble valgt ut av meg.

Observasjoner gjort allerede tidlig i prosjektperioden tydet på at arbeidsplan var et læringsverktøy av stor betydning for elevenes arbeid i matematikk. Det var derfor naturlig å modifisere og utvide intervjuet ved å trekke inn spørsmål knyttet til elevenes arbeid ut fra denne planen. Særlig fant jeg det interessant å stille spørsmål om hvilke strategier elevene valgte i forhold til tidsbruk, altså å få informasjon om når de jobbet med matematikk i løpet av den to/treukers-perioden som en arbeidsplan varte. Likeledes ønsket jeg gjennom intervjuet å få elevene til å kommentere andre aspekter ved deres erfaring med bruk av arbeidsplan, som for eksempel hva de la til grunn ved valg av differensieringsnivå, hvilke tilgjengelige muligheter for støtte de opplevde å ha, hvilken betydning de tilla læringsmålene i faget, og lignende. Ettersom arbeidsplan som sentralt læringsverktøy later til å være lite brukt utenfor Norge og Sverige, var disse spørsmålene ikke med i LPS-intervjuguiden, men ble tatt inn i elevintervjuene av meg. Artikkel I og artikkel II er relatert til ulike analyser av utfordringer knyttet til det å gi arbeidsplan en slik sentral plass i arbeidet med matematikkfaget. Elevsvarene på spørsmålene knyttet til bruk av arbeidsplan har vært av stor betydning som empirisk grunnlag for disse analysene.

Generelt er det grunn til å fastslå at intervjuene forløp svært udramatisk teknisk sett. Ingen av intervjuene i matematikk ble således ødelagt på grunn av mangler eller uhell ved teknisk utstyr. Et gjennomgående trekk var også at elevene var velvillige og positive i forhold til det å la seg intervjuet, og mange elever hadde svært reflekterte og interessante kommentarer til det som hadde foregått i timen. Det skjedde aldri at de avbrøt intervjuet fordi de for eksempel syntes det var kjedelig eller tok for mye tid. Tvert i mot virket det som om majoriteten av elevene syntes det var interessant og spennende å bære trådløst utstyr, bli videofilmet og få anledning til å uttrykke sine meninger om det som foregikk i timen. Det var kort sagt svært

populært å bli valgt ut til å være fokuselev og å bli gjenstand for så mye oppmerksomhet. Elever som ble intervjuet, fikk for øvrig alle et gavekort som belønning for sin innsats.

2.4.4 Lærerintervjuene

Selv gjennomførte jeg i PISA+ kun elevintervjuer. Intervjuene av matematikklærerne, basert på en oversatt og bearbeidet versjon av lærerintervjuguiden i LPS, ble utført av daværende postdoc i PISA+, Marianne Ødegaard. Hun var også vikar for meg ved ett av elevintervjuene i matematikk, da jeg ikke hadde anledning til å være tilstede. Som en følge av det svært tette samarbeidet vi hadde internt i vår prosjektgruppe, fikk vi anledning til å drøfte de to intervjuguidene som ble benyttet til henholdsvis elev- og lærerintervjuene med de andre forskerne i prosjektet. Dette ga muligheter til å få innspill og støtte til bearbeidelsen og tilpasningen av spørsmålene til norsk skole. Etersom jeg allerede tidlig i prosjektperioden fattet interesse for arbeidsplanens betydning i matematikk, ba jeg derfor Ødegaard om å inkludere spørsmål om bruk av arbeidsplan i intervjuet med lærerne. Dette ønsket ble etterkommet, og jeg har derfor også data på dette. Sitater fra lærerintervjuene er i artikkel II brukt til å dokumentere arbeidsplanens sentrale betydning for læringsarbeidet i matematikk, sett ut fra et lærerperspektiv.

2.4.5 Transkribering av intervjuer

Alle intervjuene ble videofilmet, og det ble i tillegg også benyttet separate digitale lydopptakere, både som en forsikring mot eventuelle tekniske feil ved videoopptaket, og fordi det var enklere å benytte disse digitale lydopptakerne ved transkribering av intervjuene. Alle intervjuene ble transkribert. Dette var et svært tidkrevende arbeid og prosjektmidler ble benyttet for å finansiere ekstern hjelp til deler av dette arbeidet. Jeg transkriberte selv ca. 50 prosent av mine intervjuer, mens den resterende halvparten ble transkribert av timebetalte studenter. Jeg gikk i ettertid nøye gjennom hvert enkelt transkriberte intervju, både for å rette opp feil på detaljnivå og for å skaffe meg en oversikt over innholdet i intervjuene. Noen av intervjuene ble for øvrig transkribert i den perioden klasseromsobservasjonene ble utført, men det meste av dette arbeidet måtte stilles i bero til etter at den empiriske delen av studien var avsluttet.

Selve transkripsjonen ble utført med tanke på nøyaktig å gjengi det som ble sagt i intervjuet av de tilstedeværende. Ikke-verbal mimikk og kroppsspråk er ikke beskrevet. Pauser og

avbrudd er heller ikke systematisk markert, det er korrekt gjengivelse av verbale ytringer som er prioritert. Dette er begrunnet i den type analyser som blir utført på intervjumaterialet.

2.4.6 Seleksjonskriterier for refererte intervjuutsagn

Transkripsjonene av de 31 elevintervjuene utgjør over 400 sider. Også transkriberingen av lærerintervjuene utgjør mange sider. Ikke minst på grunn av at intervjumaterialet har vært så omfangsrikt, har det vært nødvendig å være selektiv i forhold til utvelgelse og referering av intervjuutsagn i de tre artiklene. Jeg vil her beskrive hvordan denne seleksjonen har foregått.

I forbindelse med de to artiklene som har problemstillinger knyttet til bruk av arbeidsplaner, har jeg gått gjennom samtlige lærer- og elevintervjuer i matematikk med tanke på å studere og analysere de deler av intervjuene som har vært relatert til temaet *arbeidsplan*. Alle realfagslærerne fikk spørsmål om sin bruk av arbeidsplan i matematikk, og i artikkel II har jeg referert til uttalelser fra samtlige seks lærere i vårt utvalg. Hensikten med å gjengi disse uttalelsene er å vise hvordan disse lærerne selv uttrykte sin oppfatning av arbeidsplanens betydning for læringsarbeidet i matematikk. Det er for øvrig grunn til å bemerke at kun en liten del av disse lærerintervjuene var knyttet til spørsmål om bruk av arbeidsplan og arbeidsplanens betydning. Det kan derfor innvendes at lærerne ikke fikk anledning til grundig å utdype sine kommentarer om dette temaet. Selv om sitatene er utdrag fra lengre resonnementer, bidrar imidlertid det faktum at samtlige lærere siteres til å understøtte mine påstander om at lærerne synes å være temmelig samstemte i sin vurdering av arbeidsplanens sentrale betydning som læringsverktøy. Lærernes uttalelser har slik bidratt sterkt til å gi meg empirisk dekning for å trekke slutninger om arbeidsplanens dominerende stilling. Det er hovedsakelig for å styrke dette argumentet at lærernes uttalelser i intervjuene siteres såpass utførlig i artikkel II.

Alle elevene som jeg intervjuet, ble stilt spørsmål knyttet til sin bruk av arbeidsplan. Bakgrunnen for dette var at jeg ønsket at de skulle fortelle meg om hvilke strategier de selv brukte i sitt arbeid med matematikk. Jeg ville gjerne vite for eksempel når de gjorde matematikkoppgavene som var listet opp på planen, hvor de gjorde dem, om de samarbeidet med andre elever eller jobbet alene, hvilke ressurspersoner de kunne få hjelp av, hva de syntes om arbeidsmengden på planen, og lignende. Flere av elevene var svært reflekterte og nevnte både positive og negative trekk ved det å jobbe ut fra arbeidsplan. Mange elever ga uttrykk for at de syntes det var fint at de selv kunne avgjøre når de gjorde matematikkoppgavene, mens noen elever fortalte at de fant det problematisk å strukturere sitt eget arbeid, og at de derfor

ofte endte opp med å gjøre alt de to siste dagene av arbeidsplanperioden. Ut fra de overordnede spørsmålene i PISA+ har jeg, særlig i artikkel II, vært opptatt av å analysere trekk ved bruk av arbeidsplan som synes å redusere elevenes muligheter for å lære matematikk. De to artiklene som er viet analyser av arbeidsplan, artikkel I og artikkel II, er derfor ikke en fullstendig analyse av arbeidsplanen som læringsverktøy i matematikk. Det er særlig problematiske trekk ved bruk av arbeidsplan i faget matematikk som er i fokus. Elevintervjuene er ikke blitt kodet, men ved utvelgelsen av sitater fra elevintervjuene har jeg lagt vekt på at disse på en god måte skal illustrere de aspektene ved bruk av arbeidsplan som drøftes. Samtidig er disse problematiske aspektene nettopp valgt ut på bakgrunn av lærer- og elevuttalelser i intervjuene og mine egne klasseromsobservasjoner. Det er altså her benyttet en induktiv tilnærming; de problematiske aspektene ved bruk av arbeidsplan som argumenteres fram, bygger på mine empiriske data. Troverdigheten av tolkningen av egne observasjoner styrkes ved at den er blitt fortløpende diskutert med både den klasseromsobservatøren som var tilstede i matematikktimene sammen med meg, og med andre medlemmer i vår forskergruppe, underveis i analyseprosessen.

For å vise at opplevelsene og erfaringene med bruk av arbeidsplan ikke kun er knyttet til en enkelt skoleklasse, har jeg lagt vekt på å trekke inn lærer- og elevsitater fra flere av klassene. Dette bidrar til å vise at de problematiske trekkene det fokuseres på ikke kun er lokale, men synes å være knyttet til bruk av læringsverktøyet *arbeidsplan* mer generelt. Både i artikkel I og artikkel II brukes derfor lærer- og elevsitater fra flere av skolene i vårt utvalg.

Det er også ytterligere en årsak til at jeg ved drøftingen av enkelte problemstillinger har valgt å bruke flere sitater for å illustrere det samme poenget. Noe divergerende kommentarer knyttet til den samme problemstillingen vil kunne bidra til å belyse det aktuelle fenomenet på en grundigere måte.

Som det er redegjort for i kapittel 1.3.3, er artikkel III knyttet til en analyse av én spesiell undervisningssekvens ved én av skolene i vårt utvalg. I denne artikkelen presenteres ikke sitater fra elevintervjuene, men utdrag fra dialogen mellom de to fokuselevne og fra helklassesamtalen. Sitatene fra dialogen mellom de to elevene er her valgt ut for å vise hvilke situasjoner som oppsto i løpet av den timen hvor elevene skulle arbeide på egen hånd, og hvordan elevene håndterte disse utfordringene. For å styrke analysens troverdighet, er det i denne artikkelen lagt vekt på å gjengi betydelige deler av dialogen mellom elevene. Dette gir leseren et solid grunnlag for å vurdere analysens holdbarhet. Det samme innholdet kunne åpenbart vært analysert ut fra andre teoretiske perspektiver, for eksempel ved hjelp av et

diskursanalytisk eller et mer rendyrket konstruktivistisk begrepsapparat, og man ville da muligens valgt å vektlegge andre utdrag fra dialogen. Likevel vil jeg hevde at de utdragene som presenteres er så vidt fyldige at de gir et relativt godt og presist bilde av den type diskusjoner disse to elevene hadde seg i mellom i denne timen. Det er også lagt vekt på utførlig å beskrive hvordan læreren regisserte og styrte helklassesamtalen, slik at leseren har mulighet til å vurdere holdbarheten i de analysene som foretas av den siste delen av denne undervisningssekvensen.

2.4.7 Ethiske betraktninger i forhold til intervjuer og publisering

Jeg har tidligere beskrevet elevintervjuene som en slags blanding av en samtale og et intervju, men det er viktig å erkjenne det illusoriske i å tro at det er et symmetrisk maktforhold i disse intervjuene, og at de derfor kan sammenlignes med en åpen og fortrolig samtale. Det er jeg som forsker som definerer premissene for intervjuet, og det er gjennom dette faktum en påtakelig asymmetri i maktforholdet mellom intervjuer og respondent. Dette kommer ikke minst til uttrykk i den kjensgjerning at det er *jeg* som skal finne ut noe om *dem*. Intervjuet kjennetegnes altså av ikke å være gjensidig, men derimot å utgjøre noe som skal benyttes i en profesjonell sammenheng, som skal *brukes* til noe (Fog 2004). På tross av at det kvalitative intervjuet og samtalen på flere punkter skiller seg ad, sikter de likevel begge mot åpenhet, tillit og dialog (Bergem 1994). Man ønsker fortrolighet også i intervjusituasjonen, men det ligger altså et forførerisk element begravd her – fortrolighet blir instrumentelt i forskningsarbeidet. Nå er det grunn til å påpeke at både lærerne og elevene selvfølgelig forsto at intervjuet ikke på noen som helst slags måte burde oppfattes som innledningen til et varig vennskap. Det er likevel grunn til å reflektere over etiske aspekter både ved de premisser som ligger til grunn for intervjusituasjonen, og i relasjon til hvordan informasjonen innsamlet gjennom intervjuene gjøres offentlig tilgjengelig. Jeg vil her gjøre oppmerksom på at ettersom jeg kun gjennomførte elevintervjuer, vil mine refleksjoner særlig være knyttet til innholdet og gjennomføringen av disse.

Elevene var i intervjusituasjonen svært villige til å uttale seg om organisatoriske trekk ved matematikkfaget. Jeg forsøkte i disse intervjuene også å stille spørsmål direkte relatert til elevenes konkrete matematiske refleksjoner i timen, men synes selv at jeg ikke lyktes særlig godt i å få elevene til å uttale seg om dette. Dette kan skyldes at jeg selv manglet erfaring som intervjuer, at jeg ikke var profesjonell nok på dette området, men også at jeg nok opplevde at jeg gjennom denne type spørsmål ble dratt mot en slags ”lærerrolle” jeg ikke ønsket å gå inn i.

Jeg var redd for at elevene ville oppfatte spørsmål direkte knyttet til oppgavene fra timen som en type kunnskapsspørsmål, som lå tett opp til de spørsmål læreren ville kunne stille den enkelte, og jeg fryktet at dette kunne bidra til å ødelegge den tilliten jeg i intervjusituasjonen ønsket å bygge opp. Spørsmål knyttet direkte til matematiske oppgaver kan oppleves truende av elevene, særlig de som føler de ikke er flinke i faget. Jeg opplevde allerede tidlig i prosjektperioden, dvs. under piloteringen, personlig et visst ubehag ved å stille denne type spørsmål, fordi jeg så at det slo ulikt ut for ”flinke” og ”svake” elever. Mens de flinke elevene ikke opplevde slike spørsmål som ubehagelige, ble svake elever mer tause. Jeg mente derfor at denne type spørsmål kunne bidra til at jeg reduserte mine muligheter til å få bred informasjon om andre typer forhold som jeg var interessert i å få utdypet av alle de intervjuede elevene. Etter hvert nedtonet jeg disse spørsmålene. Dette skyldes også at denne informasjonen ikke var nødvendig for å besvare mine utviklede forskningsspørsmål.

En annen årsak til at denne type spørsmål til dels ble møtt av taushet, kan være at elevene har liten trening i å uttrykke seg muntlig i matematikk, at dette faget i stor grad er et skriftlig fag. Dette har blitt påpekt også i andre forskningsarbeider (Klette 2003; Alseth *et al* 2003). Et av våre funn, framkommet gjennom Videograph-analysene i PISA+ (nivå 1), viser at matematikkundervisningen i våre seks klasser generelt kjennetegnes av å være todelt, bestående nærmest utelukkende av de to elementene ”teoretisk gjennomgang” og ”individuell arbeid”. Selv om den teoretiske gjennomgangen i stor grad har en dialogisk form, bidrar dette til å gi faget et skriftlig preg og gir følgelig elevene liten trening i å uttrykke seg muntlig i faget.

På den annen side var elevene svært meddelsomme og flinke til å beskrive hvordan de arbeidet med matematikk, for eksempel hvor mye tid de brukte på arbeidsoppgavene i faget, om de jobbet med matematikk hjemme eller på skolen, hvilken strategi de benyttet i forhold til arbeidsplanen, dvs. når de jobbet med matematikk, om de likte/ mislikte faget osv. Dette er områder hvor jeg mener å ha lykket godt med å få elevene til selv å uttrykke og formulere sine tanker og erfaringer.

Allerede i innledningen til intervjuet fortalte jeg elevene at intervjuet var konfidensielt, det vil si at ingen utenom forskergruppa ville ha tilgang til den. Særlig poengterte jeg at lærere og lokale skolemyndigheter ikke ville få informasjon på bakgrunn av intervjuet. Både visuelle studier av intervjuene, og transkripsjonene av intervjuene, viser etter min mening at jeg lyktes godt med å skape en fortrolig atmosfære under intervjuet. Individuelle trekk vil selvsagt innvirke på elevenes evne til å formidle sine opplevelser, og her var det selvsagt forskjeller

mellom elevene. Generelt er likevel inntrykket at jeg evnet å skape en trygg atmosfære som gjorde at det store flertall av de intervjuede elevene ga uttrykk for egne, personlige tanker om de temaene som ble tatt opp i intervjuet. Noen få elever, i første rekke gutter, var litt fâmælte og åpnet seg i mindre grad enn de andre, men dette var ikke typisk. Det er grunn til tro at elevene derfor ikke oppfattet meg som truende i selve intervjusituasjonen. Tvert i mot virket det som om mange av elevene syntes det var fint å få anledning til å luften sine tanker om sitt arbeid med matematikkfaget gjennom et slikt intervju.

Offentliggjøring av forskningsresultater gjennom publisering eller andre typer presentasjoner er også forbundet med etiske krav. Som nevnt i kapittel 2.2.1, ble det innhentet skriftlig tillatelse fra foreldrene til elevene om deltakelse i prosjektet. Dette inkluderte både det å bli filmet og det å bli intervjuet. Elever som ga uttrykk for at de ikke ønsket å være fokuselever, ble ikke mot sin vilje presset til dette, men det var heller ikke en situasjon som oppsto ofte. Det var snarere slik at elevene ga uttrykk for at det var spennende og morsomt å bli filmet og intervjuet, og mange tok direkte kontakt og spurte om det ikke snart var deres tur til å få denne rollen. Vi har innad i prosjektgruppa spekulert i om dette til en viss grad kan skyldes et ”big brother” syndrom, populariteten til diverse ”reality” programmer på TV hvor deltakerne ofte bærer det samme tekniske utstyret som våre intervjuobjekter måtte gå med. Elevenes overveiende positive holdning opplevdes av oss forskere som både sosialt hyggelig og forskningsmessig gunstig for gjennomføringen av vårt prosjekt.

Vi har vært svært opptatt av å ta hensyn til elevenes krav på anonymitet i presentasjonen av empirien som ligger til grunn for analysene. Alle elevene er anonymisert ved at fiktive navn er benyttet. Lærernes navn er for øvrig også anonymisert ved at de omtales ved hjelp av nummer eller fiktive navn. I mine artikler refereres det også til de enkelte klassene ved hjelp av ulike nummer.

Etiske betraktninger vil også være relevante i forhold til hvilke typer problemstillinger som formuleres, og hvordan det empiriske materialet benyttes i relasjon til de valgte analytiske perspektiver. Fog (2004) peker på det etiske problem forskeren møter når funnene og analysene publiseres, på den ene siden de forskningsmessige forpliktelser ovenfor offentligheten, og på den annen side omsorgen og de etiske forpliktelsene ovenfor de menneskene som har bidratt til å framskaffe den informasjonen som analysene bygger på. Problemet som Fog beskriver, er absolutt aktuelt for mitt forskningsarbeid og mine analyser, men jeg har ikke opplevd at det i praksis har gitt meg betydelige utfordringer. Det er høyst sannsynlig først og fremst lærerne som vil ha noen som helst mulighet for å ”finne seg selv

igjen”, eller kan stå i fare for å bli gjenkjent, i empirien som presenteres gjennom artiklene. Som nevnt i avsnittet over, er imidlertid alle informantene fullstendig anonymisert i mine artikler. De ulike problemstillingene som behandles er imidlertid nært knyttet til de samme informantenes skolehverdag, og episoder fra klasserommet og uttalelser fra intervjuene er brukt som empirisk grunnlag for de analysene som blir gjort. Det empiriske materialet jeg benytter er likevel ikke relatert til episoder eller uttalelser som kan betraktes som svært personlige, eller som tilhørende intimsfæren. I de to artiklene som er knyttet til analyser av bruk av arbeidsplan, har jeg lagt vekt på å beskrive og analysere trekk ved dette læringsverktøyet som i stor grad later til å være allmenne og generelle, ikke spesifikke og lokale. For å understøtte dette bruker jeg også empirisk materiale fra flere klasser. Jeg mener derfor at jeg i disse analysene har tatt hensyn til de etiske forpliktelsene jeg har i forhold til mine informanter, og at ingen av dem har grunn til å føle seg beklemt over det som presenteres.

Artikkel III tar utgangspunkt i en konkret undervisningssekvens i én av våre klasser. Denne sekvensen beskrives såpass detaljert at det nok vil være mulig for den læreren som her omtales å kjenne seg igjen, dersom hun skulle komme til å lese artikkelen. Selv om vi i denne artikkelen har kritiske bemerkninger til den første delen av denne undervisningssekvensen, er ikke disse formulert på en måte som skulle gi grunn for denne læreren til å føle seg forulempet. Vi bruker episodene som her beskrives først og fremst som grunnlag for å peke på allmenne problemstillinger knyttet til det temaet som tas opp, og ikke som utgangspunkt for kritikk av den aktuelle læreren. Tvert imot fremheves denne læreren for sin vilje til å ta i bruk spennende nye læringsverktøy og for at hun evner å integrere disse i sitt faglige undervisningsopplegg i matematikk. Det at hun lykkes i å variere det faglige arbeidet blir i artikkelen også positivt fremhevet.

Silverman (2000) påpeker at et problem i mange kvalitative forskningsarbeider kan være at forskeren gjennom sine beskrivelser framstår som en type ”besserwisser”, eller ”konge”, som alltid kan se tvers gjennom andre menneskers motiver og vurderinger og selv har alle de riktige svarene. Han advarer mot at en slik ”ovenfra og ned”- holdning høyst sannsynlig vil kunne bidra til å skape en unødvendig stor avstand til informantene, og derfor være uheldig både i forhold til kvaliteten på datainnsamlingen og analysene. Datamaterialet vil bli ufullstendig fordi informantene ikke har den nødvendige tillit, og dette vil igjen kunne medføre at analysene blir mindre verdifulle. I tillegg vil en slik holdning kunne anses for å være betenkelig ut fra etiske prinsipper, som for eksempel Kant’s kategoriske imperativ om

ikke å handle slik at man bruker andre mennesker kun som et middel (Saugstad & Serck-Hanssen 2006). Hvorvidt vi som deltok i PISA+ har blitt oppfattet som ”besserwissere” i de involverte klassene er vanskelig for oss selv å vurdere. I og med at vi kommer fra Universitetet, er det grunn til å anta at vi i noen grad har blitt betraktet som eksperter på det pedagogiske og fagdidaktiske området. Noen av lærerne har da også gitt uttrykk for en viss nervøsitet i forhold til det å bli observert over en lengre periode av oss som forskere. Som omtalt i forordet, ville ikke PISA+ vært mulig uten den positive viljen til samarbeid som lærerne la for dagen. Dersom vi har framstått som ”didaktikk-konger” med tilgang til alle rette svar, er dette svært beklagelig, men det har imidlertid ikke kommet til uttrykk i møte med lærerne, og det er å håpe at vi derfor har unngått å ufrivillig havne i denne rollen. Ambisjonene med mitt eget forskningsarbeid har vært å belyse visse problematiske sider ved det faglige arbeidet i matematikk, med tanke på at det her er et potensial for forbedring. Som forskningsgruppe inviterte vi for øvrig våren 2007 alle involverte lærere til vårt fakultet for å drøfte noen av de problemstillingene som tas opp i våre forskningsarbeider. De fleste lærerne takket ja til dette, og arbeidsplaner var et av de temaene som da ble debattert. På denne måten har vi forsøkt å gi noe tilbake til de skolene og lærerne som deltok i vårt prosjekt.

2.5 *Klasseromsforskning, matematikkdiraktisk forskning og videostudier*

I dette kapitlet vil jeg kort redegjøre for klasseromsforskning som forskningsfelt samt peke på utvalgte trekk ved klasseromsforskningens historiske utvikling, særlig knyttet til bruk og valg av ulike forskningsmetoder. Jeg vil videre skissere utviklingen av ulike teoretiske perspektiver innenfor matematikkdiraktisk forskning fra 60-tallet og fram til vår tid, og hvilke konsekvenser dette har fått for valg av studieobjekter og metoder. Gjennom de siste tiårene har det vært en økende interesse for studier av prosesser i klasserommet (Klette 1998). Dette har ført til en utbredt bruk av kvalitative metoder innenfor det matematikkdiraktiske fagfeltet. Det at matematikkdiraktisk forskning i større grad enn tidligere fokuserer på hva som foregår i klasserommet, bidrar til at denne type fagdidaktisk forskning nå må kunne sies å være en integrert del av det som betegnes som ”klasseromsforskning”.

Den hurtige teknologiske utviklingen har bidratt til at videostudier har økt i omfang og betydning. Jeg vil argumentere for at de metodologiske fortrinn som videostudier kan tilby generelt vil kunne bidra til å styrke klasseromsforskningen, heri inkludert den fagdidaktiske forskningen, som forskningsfelt. For å underbygge dette vil jeg referere til funn fra

videobaserte klasseromsprosjekter knyttet til matematikk , som har vist seg betydningsfulle for det matematikdidaktiske forskningsfeltet.

Gjennom argumentasjonen i dette kapitlet vil jeg altså forsøke å vise hvordan matematikdidaktisk forskning er relatert til klasseromsforskning, og hvordan videostudier har bidratt til utvikling av dette fagfeltet.

2.5.1 Klasseromsforskning som forskningsfelt.

Klasseromsforskning er et relativt nytt forskningsområde. Selv om man finner enkelte individuelle forskningsprosjekter allerede på slutten av 1800-tallet som nok kan klassifiseres som klasseromsforskning, vil det kunne sies at denne forskningen først i etterkrigstiden, særlig fra 60-tallet og framover, har fått en viss bredde (Alexander 2000). Gudmundsdottir (1998) definerer klasseromsforskning som forskning på praksis, det vil si at alt det som skjer innenfor klasserommet blir gjenstand for forskning. Dette er en så vidt vid definisjon av klasseromsforskning at den inkluderer både forskning på lærerrollen, elevrollen, fagdidaktisk forskning, implementeringsorientert forskning og interaksjonsforskning. Gudmundsdottirs definisjon av forskningsfeltet gir dermed også rom for ulike metodiske tilnærminger, fra de kvalitativt orienterte, via systematisk observasjon ut fra på forhånd fastsatte kategorier, til bruk av hovedsakelig kvantitative metoder. Man kan følgelig si at en slik tilnærming til klasseromsforskning gir muligheter for et utall forskjellige perspektiver og metodologiske tilnærminger, inkludert videobaserte klasseromsstudier som PISA+, samtidig som den avgrenser forskningsfeltet til: *”klasserommet som et institusjonalisert historisk rom for pedagogiske prosesser”* (Klette 1998, s. 15). Klette oppsummerer det videre slik:

”Samlet kan vi hevde at klasseromsforskning er forskning på praksis i den forstand at man søker å belyse individer og prosesser innenfor den institusjonaliserte, historiske enhet som klasserommet representerer. Videre gir klasseromsforskningsperspektivet informasjon om hvordan individene fortolker og agerer i ulike situasjoner”.

2.5.2 Utviklingstrender innenfor klasseromsforskning

Det var fagfeltet psykologi som dominerte forskningsfeltet i dets første fase. På 50-tallet var man særlig interessert i kartlegging av lærerpersonlighet og lærerkarakteristika for å forsøke å finne fram til personlighetstrekk som kunne predikere graden av læreregnethet. Man anvendte i stor grad spørreskjemaer og statistiske metoder for å finne svar på sine forskningsspørsmål. Utover på 60-tallet økte interessen for kognitive spørsmål, og klasseromsforskere så i økende grad muligheten og fordelene ved bruk av fenomenologiske og etnografiske metoder og

tilnæringsmåter. Samtidig økte kritikken mot den ensidige bruken av overveiende kvantitative metoder innenfor fagfeltet (Klette 1998). Det bør nevnes at dette i stor grad skjedde parallelt med den generelle positivismekritikken innenfor humaniora og samfunnsvitenskapene, hvor de problematiske sidene ved utelukkende å benytte naturvitenskapelige, kvantitative forskningsmetoder i disse fagfeltene ble påpekt, og til dels kraftig kritisert (Lyngdal & Rønning 1975; Skjervheim 1976). I de påfølgende decennier ble meningsbegrepet svært sentralt i klasseromsforskningen, forskeren ble selv ansett som det fortolkende instrument (Klette 1998). Helt sentralt var oppfattelsen av mennesker som sosiale aktører, og menneskelige handlinger som sosialt konstruerte via individers aktive fortolkning og forståelse av sine omgivelser (Berger & Luckmann 1967; Barth 1972). Tyngdepunktet innenfor denne forskningen forflytter seg dermed både faglig og metodisk. Fra hovedsakelig å være knyttet til psykologifaget og en overveiende kvantitativ tilnærming, blir sosiologiske og antropologiske perspektiver med sine kvalitative forskningsmetoder ansett som mer interessante, og som særlig godt egnet til å gi klasseromsforskningen større dybde.

2.5.3 Utviklingstrender innenfor matematikdidaktisk forskning

Også fagdidaktikere har i økende grad vist interesse for prosesser som foregår innenfor klasserommet. Internasjonalt har utviklingen innenfor matematikdidaktisk forskning, ikke overraskende, klare likhetstrekk med det som er beskrevet for klasseromsforskningen generelt. Som en følge av det såkalte "Sputnik-sjokket" kom realfagsundervisningen sterkt i fokus på 60- og 70-tallet (Maasz & Schloeglmann 2006). "New Math" bevegelsen, som særlig la vekt på at matematikundervisningen måtte ta utgangspunkt i fagets basisstrukturer, fikk stor innflytelse. Generelt var interessen for det matematikdidaktiske fagfeltet økende. Innenfor matematikdidaktisk forskning dominerte på denne tiden bruken av kvantitative metoder (Maasz & Schloeglmann 2006). Etter at det ble klart at man ikke lyktes å nå de høye ambisjonene man hadde satt til det utviklede matematikkprogrammet, basert på de nevnte ideene om vektlegging av basisstrukturer, ble disse teoriene satt under sterk kritikk. Matematikdidaktiske forskere deltok aktivt i denne kritikken, og det ble etter hvert et større fokus på meningsaspekter knyttet til læring av matematikk. Parallelt var det en økende interesse for å undersøke og problematisere hvilken status matematisk kunnskap hadde i ulike samfunn. Etnomatematikk ble etablert, og begreper hentet fra matematikkfilosofi, matematikkhistorie og kritisk teori ble anvendt og tilpasset det matematikdidaktiske forskningsfeltet. Utover på 80-tallet ble i tillegg begreper fra kognitiv psykologi stadig oftere benyttet i analysene av læring i matematikk. Konstruktivistiske ideer, utledet fra Piaget's

teorier, ble grunnlaget for det nye forskningsparadigmet som vokste fram. Eleven ble satt i sentrum som forskningsobjekt, og spørsmål knyttet til hvordan enkeltindividet konstruerer sin egen kunnskap sto sentralt. Dette førte til en dreining i bruk av forskningsmetoder.

Kvantitative metoder ble nå i større grad supplert med klasseromsobservasjoner, intervjuer og andre kvalitativt orienterte forskningsmetoder. De konstruktivistiske ideene som lå til grunn for utviklingen av dette nye forskningsparadigmet, ble imidlertid etter hvert kraftig kritisert for å være for individualistiske, og for at de ikke maktet å integrere sosiale og kulturelle faktorer i sine forklaringsmodeller av læring og kunnskapsutvikling (Kilpatrick 1987; Lerman 1996; Waschescio 1998; Sfard 2006). Vygotskys (1978; 1981; 1986) ideer fikk en stadig større innflytelse innenfor matematikdidaktisk forskning og teoridannelse.

Lerman (2000b; 2006) betegner utviklingen innenfor det matematikdidaktiske forskningsfeltet de seneste år som ”*the social turn in mathematics education research*”. Han hevder at denne trenden startet på midten av 1980-tallet og etter dette har økt i omfang og betydning. Denne trenden kjennetegnes av at sosiale og kulturelle elementer er dominerende forklaringsfaktorer i de læringsteoretiske perspektivene som anvendes. Hovedfokuset flyttes altså fra enkeltindividet til det sosiokulturelle miljøet hvor læringen finner sted. Dette innebærer at de ulike prosesser som utspilles i klasserommet blir interessante studieobjekter for den matematikdidaktiske forskningen.

I likhet med den utviklingen som ble skissert for klasseromsforskning generelt, ser vi altså at interessefeltet også innenfor matematikdidaktisk forskning i noen grad flyttes fra de psykologiske aspektene ved læring og over til de sosiologiske og antropologiske. Denne siste formuleringen må ikke tolkes slik at jeg hevder at disse aspektene ved læring kan studeres separat. Waschescio (1998) hevder at hovedforskjellen mellom konstruktivisme og sosiokulturelle teorier som bygger på Vygotsky, er at de sistnevnte ikke lokaliserer psykologiske prosesser kun i individet, men også mellom individer. Det blir innenfor sosiokulturell teori således ikke mulig å kontrastere individuelle og kognitive aspekter med sosiale og kulturelle.

Indeed, the central claim of Vygotskian theory is that these levels – cultural, interpsychological, and inner-psychological- cannot be separated.

(Waschescio 1998, s. 240)

Lerman & Tsatsaroni (2003) har, gjennom en kvantitativ undersøkelse av sentrale matematikdidaktiske tidsskrift, påvist at antall artikler skrevet ut fra sosiokulturelle perspektiver økte markant i perioden 1990-2001. En viktig konsekvens av sosiokulturelle

teoriers ”inntog” i matematikdidaktisk forskning er, som tidligere påpekt, at studier og observasjoner av prosessene i klasserommet har fått høy prioritet.

2.5.4 Videostudier

Videostudier ble først benyttet i klasseromsforskning på 1960-tallet (Kleven & Strømnes 2003). Den hurtige teknologiske utviklingen de siste årene har redusert noen åpenbare ulemper ved denne type undersøkelser, blant annet er utstyret blitt langt mindre plasskrevende og mer mobilt. En av de største videoundersøkelsene som er blitt gjennomført innenfor klasseromsforskning er TIMSS 1999 Video Study (Hiebert *et al.* 2003). Dette var en internasjonal, komparativ videostudie knyttet til TIMSS, hvor man hovedsakelig benyttet en kvantitativ metodologi. De positive sidene ved å benytte videostudier i stedet for ordinære observasjonstudier blir her oppsummert i følgende punkter:

1. Videostudier gir større mulighet til å studere komplekse prosesser ved at materialet kan spilles om igjen. Dette gjør at man kan få tak i flere detaljer enn om man kun observerer og tar notater.
2. Videostudier øker observatørreliabiliteten ved at uenigheter kan løses ved å se gjennom materialet på nytt.
3. Videostudier gir muligheter for å kode ut fra flere ulike perspektiver ved at materialet kan observeres av andre forskere.
4. Videostudier gjør det mulig å lagre data slik at senere analyser kan bli gjort.
5. Videostudier forenkler integrering av kvalitative og kvantitative data ved at for eksempel hypoteser generert fra en kvalitativ studie av enkelttimer kan testes kvantitativt mot en større del av materialet.
6. Videostudier forenkler kommuniseringen av resultatene ved at det er mulig å gi konkrete eksempler fra klasserommet (Hiebert *et al.* 2003, forfatters oversettelse).

Ingen av disse seks punktene er knyttet til bruk av spesifikke forskningsmetoder. De positive aspektene ved videostudier som her formuleres, vil være gyldige uavhengig om det benyttes et fortrinnsvis kvantitativt eller kvalitativt forskningsdesign. Et annet viktig poeng er forøvrig at internasjonale, komparative videoundersøkelser innenfor klasseromsforskning kan stimulere forskere til bedre å sette seg inn i undervisningspraksisen i andre land. TIMSS Video Study har for eksempel bidratt til økt fokus på fenomenet *lesson study groups* (Stigler & Hiebert 1999), slik dette praktiseres i Japan. (I *lesson study groups* drøfter små grupper av

lærere hvordan et bestemt faglig tema bør presenteres og arbeides med i klasserommet for at elevene skal få et optimalt læringsutbytte.) Særlig amerikanske forskere har forsøkt å initiere denne type pedagogisk utviklingsarbeid i sitt eget land (Fernandez & Yoshida 2004).

Også videostudier har imidlertid blitt utsatt for metodologisk kritikk. Et aspekt ved store internasjonale komparative undersøkelser, for eksempel TIMSS, som har blitt problematisert, og dette gjelder så vel den ordinære undersøkelsen som videostudien, er at læreplaner behandles som en konstant og ikke en variabel (Keitel & Kilpatrick 1999). Lokale og kulturelt betingede verdier og prioriteringer vil da i stor grad måtte ignoreres, og slike undersøkelser vil derfor kunne bidra til en ensretting av undervisningssystemer (Clarke *et al.* 2006a). Denne type kritikk vil imidlertid i mindre grad ramme kvalitativt orienterte videostudier som PISA+ (og LPS), hvor de komparative ambisjonene er av en annen type og i liten grad er relatert til elevenes faglige prestasjoner.

Det er de siste årene blitt gjennomført en rekke internasjonale videostudier innenfor matematikdidaktisk klasseromsforskning som har generert forskningsartikler innenfor dette fagfeltet (for eksempel: Cobb & Bauersfeld red. 1995; Hiebert *et al.* 2003; Kunter & Baumert 2005; Clarke *et al.* 2006a; Clarke *et al.* 2006b; Depaepe, De Corte & Verschaffel 2007; Pauli, Reusser & Grob 2007). Forskjellige metoder og teoretiske rammeverk er benyttet i disse studiene. Cobb og Bauersfeld's (1995) bok inneholder kapitler skrevet av flere fremstående tyske og amerikanske matematikdidaktikere. De analyserer alle det samme videomaterialet, ut fra ulike perspektiver (jfr. pkt. 1 og 3). Videoopptakene er hentet fra ett amerikansk klasserom på 2. trinn, hvor reformpedagogiske undervisningsmetoder anvendes. Klassen følges gjennom et helt år. Temaer som tas opp er: matematisk læring i relasjon til gruppebasert undervisning (Cobb 1995), elevenes bruk av språk i matematikktimene (Yackel 1995), hvordan intersubjektivitet oppnås i klasserommet (Voigt 1995), kommunikasjonsprosesser og deres innflytelse på elevenes personlige utvikling (Bauersfeld 1995), med mere. Temaene drøftes ut fra sosialkonstruktivistiske og interaksjonistiske perspektiver.

Depaepe, De Corte og Verschaffel (2007) analyserer videoopptak av 20 matematikktimer i 10 forskjellige sjetteklasser. De undersøker hvorvidt man i disse klassene har lyktes med å implementere visse reformpedagogiske ideer relatert til (a) sosio-matematiske normer (Yackel & Cobb 1996), (b) variasjon i organiseringsformer, og (c) kognitivt krevende oppgaver knyttet til en realistisk kontekst (jfr. pkt. 1 over).

Pauli, Reusser og Grob (2007) har utført en kvantitativ analyse av 79 matematikktimer på åttende trinn i Sveits, for å undersøke hvorvidt lærere evner å stimulere både selvregulert læring og dypere begrepsmessig forståelse. I denne undersøkelsen brukes i tillegg til videodata også spørreskjemaer og prestasjonsdata (jfr. pkt. 5). De øvrige tre punktene som nevnes i listen over (pkt. 2, 4 og 6) vil for øvrig kunne knyttes til alle de nevnte studiene.

TIMSS Video Study (Hiebert *et al.* 2003) og LPS-studien (Clarke 2000; Clarke *et al.* 2006a; Clarke *et al.* 2006b) er tidligere omtalt. Jeg vil likevel kort nevne noen markante forskjeller mellom disse undersøkelsene. Den førstnevnte, TIMSS Video Study, har hovedsakelig et kvantitativt design. Med utgangspunkt i et representativt utvalg av klasserom i alle deltakerlandene, ønsker man å trekke statistisk gyldige konklusjoner for den aktuelle populasjonen. Én time i hver av de 100 utvalgte klasserommene videofilmes. Deretter kodes disse timene ut fra felles definerte kategorier. Resultatene presenteres kvantitativt, og gjennomsnittsverdi, median, og standardavvik er mye benyttede statistiske sentralmål. Det foretas komparasjon landene imellom ut fra verdiene på disse målene. Innenfor LPS-studien benyttes derimot et overveiende kvalitativt design, hvor tre klasser videofilmes i 10 påfølgende matematikktimer i alle land som deltar i studien. Videomaterialet analyseres ikke ut fra definerte felleskategorier med tanke på statistisk bearbeiding og komparasjon landene i mellom. Ett av målene er derimot: ”*reporting the diversity of practice in the classrooms of competent teachers around the world*” (Clarke *et al.* 2006a, p. 4). Fokuset for analysene fastsettes i stor grad lokalt, innenfor et bredt definert felles rammeverk (Clarke 2000; Clarke *et al.* 2006a; Clarke *et al.* 2006b). Også i LPS-studien har det imidlertid blitt gjennomført sammenlikninger mellom matematikklasser i deltakerlandene, noe som er en av delambisjonene med studien. Denne komparasjonen begrenses imidlertid til spesifikke faktorer eller perspektiver (se Clarke *et al.* 2006b).

Disse fem empiriske studiene er skissert for å illustrere og dokumentere variasjonsbredden i bruk av teoretiske perspektiver og metodologiske tilnærminger innenfor videostudier av matematikklasserommet. Det er grunn til å håpe at dette mangfoldet vil kunne bidra til å gi oss utvidet kunnskap om viktige prosesser i klasserommet og at videostudier derfor generelt vil kunne styrke klasseromsforskningen, heri inkludert deler av den matematikkdidaktiske forskningen, som fagfelt. De metodologiske fordelene videostudier gir i forhold til regulære observasjonsstudier, som oppsummert i punktene 1-6 over, er såpass betydelige at det bør gi grunn for en viss optimisme i forhold til framtidige resultater innen de angitte forskningsfelt.

2.6 Kvantitativ versus kvalitativ metode i klasseromsforskning

Det har altså innenfor klasseromsforskning, heri inkludert så vel den matematikdidaktiske forskningen som videostudier, blitt benyttet ulike forskningsmetoder, bestemt så vel av historiske trender som av prosjektenes design. I perioden på 50- og 60-tallet hvor psykologifaget dominerte forskningsfeltet, foregikk klasseromsforskningen hovedsakelig innenfor et kvantitativt paradigme (Klette 1998). Fra 70-tallet og fram til i dag har, som tidligere nevnt, kvalitative metoder blitt benyttet i langt større grad, kanskje særlig i mikroorienterte studier hvor forskningsspørsmålene har vært knyttet til kommunikasjon og interaksjon, men også mer generelt innenfor det forskningsfeltet som klasseromsforskning vidt definert utgjør. I dette kapitlet vil jeg drøfte aspekter ved noen av de kvalitetskravene som stilles til forskning. Etersom PISA+ i hovedsak har et kvalitativt design, vil jeg først og fremst omtale de krav som stilles til kvalitativ forskning.

2.6.1 Reliabilitet, validitet og relevans

Reliabilitet og validitet er forskningsmessige krav som i utgangspunktet er hentet fra det kvantitative paradigmet. Østerud (1998) advarer mot bruken av begrepene reliabilitet og validitet som rent tekniske metoderegler, fordi deres anvendelse har klare epistemologiske og ontologiske implikasjoner. Dersom validitets- og reliabilitetsbegrepet for eksempel knyttes til et krav om verifisering, at ens funn korresponderer med virkeligheten, vil dette kunne innebære en type *realisme* eller *naiv realisme* som generelt vil være en problematisk filosofisk posisjon. Særlig vil det være vanskelig å kombinere en slik posisjon med et konstruktivistisk grunnsyn, som innebærer oppfatningen at individet selv tolker og konstruerer sanseinntrykk ut fra tidligere erfaringer. Fenomener og begivenheters mening vil da betraktes som et produkt av ulike språklige, sosiale, kulturelle, og historiske faktorer innflytelse på individet, og prinsipielt vil derfor ingen tolkninger av virkeligheten kunne verifiseres. Det synes imidlertid å være en uholdbar posisjon å skulle oppgi alle kvalitetskrav til forskning, og noen synspunkter på slike krav vil derfor her presenteres.

Reliabilitet

Innenfor kvantitativ metode kan reliabilitet beregnes rent statistisk. Man benytter i noen sammenhenger reliabilitetskoeffisienter som *Cronbach's alpha*, eller *Spearman-Brown prediction formula* (Crocker & Algina 1986). Innen kvalitativ metode synes det langt vanskeligere å enes om felles mål for reliabilitet, det er her divergerende oppfatninger av hvordan reliabilitet bør forstås og dokumenteres. Silverman (2000) hevder at reliabilitet

innenfor kvalitativ metode først og fremst refererer til hvor konsistent ulike observatører vil kategorisere samme hendelser/handlinger, eller hvor konsistent én observatør vil kategorisere samme hendelse/handling ved ulike anledninger. Reliabilitet vil innen kvalitativ forskning slik av mange hovedsakelig knyttes til repeterbarheten av vitenskapelige observasjoner og kategoriseringer (Pelto & Pelto 1978). Hammersley (1992) argumenterer imidlertid for at det i synet på reliabilitet innenfor kvalitativ forskning fins tre ulike hovedposisjoner.

Representanter for den første hevder at all type vitenskapelig forskning, så vel kvantitativ som kvalitativ, prinsipielt bør tilfredsstillende de samme kriterier. Kvalitativ metode er altså ifølge dette synet en av flere og bør ikke assosieres med en bestemt metodologisk filosofi, men bør underlegges de samme strenge kvalitetskrav med hensyn til reliabilitet og validitet som annen type forskning. Den andre posisjonen hevder at kvalitativ forskning bør vurderes ut fra andre kriterier enn kvantitativ forskning. Dette begrunnes særlig med at det empiriske datamaterialet ofte vil være svært annerledes innenfor kvalitativ forskning. Mens kvantitative studier, som begrepet tilsier, fortrinnsvis har et kvantitativt datamateriale som kan behandles statistisk, vil datamaterialet i mange kvalitative studier i liten grad kunne kvantifiseres. De kvalitetskravene som stilles til analysene innenfor et kvalitativt forskningsparadigme må derfor utformes og tilpasses denne type forskning. Representanter for den tredje posisjonen hevder, i følge Hammersley, at det ikke fins kriterier for å vurdere produktene av kvalitativ forskning. Dette begrunnes først og fremst i at virkeligheten er individuelt konstruert, og at det ikke eksisterer objektive kriterier for å avgjøre hvilken konstruksjon eller tolkning som er den riktige. Et åpenbart problem for denne siste posisjonen er å kunne diskriminere mellom vitenskapelig forskning og for eksempel rent litterære beskrivelser. Hammersley (1992) mener de fleste kvalitative forskere heller mot det som her er omtalt som den andre posisjonen. Dette vil også være mitt ståsted i denne debatten.

Selve designet på mange kvalitative forskningsprosjekter vil ofte være av en slik karakter at det å repetere dem under like forhold strengt tatt er umulig. Intervjuer vil for eksempel i liten grad kunne repeteres. Tvert i mot vil det være slik at når intervjuet eller samtalen er avsluttet, har deltakerne i en viss forstand forandret seg. Det ville oppleves temmelig meningsløst om intervjuet så skulle gjentas av de samme aktører (evt. med en ny intervjuer) og med de samme spørsmålene. Repeterbarhet strider således mot intervjuets eller samtalens karakter av spontan ytring (Fog 2004). Motivet må i så fall være å utdype uklarheter i intervjuet, men da vil på den annen side spørsmålene bli endret. Fog argumenterer for at intervjuet i stedet bør vurderes med hensyn til om det gir et pålitelig bilde av den intervjuede og det aktuelle sakskomplekset,

at det kort og godt er til å stole på, og at ingen systematiske forvrengninger av innholdet forekommer i presentasjonen. I siste instans vil reliabiliteten hvile på det konkrete materialets prinsipielle offentlighet og tilgjengelighet, og på forskerens skjønn, som i videst mulig omfang må gjøres eksplisitt, hevder Fog (2004). De kriteriene som Fog her formulerer, vil også kunne sies å være relevante for kvalitativ forskning som ikke kun består av intervjudata. Dersom man har et konstruktivistisk grunnsyn, vil man måtte stille seg avvisende til reliabilitetskrav som innebærer overensstemmelse med en objektiv virkelighet. Alternativet vil da være at forskningsresultatene må kunne vurderes ut fra graden av mening, konsistens og sammenheng, og at fremstillingen totalt sett må virke troverdig (Streitlien 2006).

Kort oppsummert kan man si at en studies reliabilitet styrkes ved at forskeren overfor leseren eksplisitt redegjør for datainnsamlingsprosedyrer, databehandlingen, analyser og funn. Denne redegjørelsen bør vise at alle disse fasene av studien er gjennomført på en etterrettelig måte.

Validitet

Selv om også begrepet validitet kan sies å ha noe ulikt innhold innenfor kvantitativ og kvalitativ metode, vil man generelt innenfor begge metodene særlig anvende det i forbindelse med vurderinger av hvorvidt man måler eller beskriver det man gir seg ut for å måle eller beskrive. Innenfor kvantitativ metode er validitet først og fremst knyttet til tolkning av resultatene fra en test. Validitet kan der betraktes som prosessen knyttet til å samle evidens til støtte for de slutninger man trekker fra måleresultatene for en undersøkelse (Crocker & Algina 1986). Det er altså brukerne av testen som må begrunne og rettferdiggjøre sine slutninger og: *the appropriateness of their use of the scores* (Ebel & Frisbie 1991, s.102).

Også innenfor kvalitativ forskning vil det være viktig å kunne argumentere for at man har undersøkt det man hevder å ha undersøkt, og dessuten at man kan knytte sine analyser av empiriske funn til eksisterende forskning innen feltet. Det kan imidlertid synes som om det innenfor kvalitativ metode er vanskeligere å etablere et klart skille mellom begrepene reliabilitet og validitet. I dette sitatet fra Fog ser man at de prosesser som ble beskrevet som ønskelige i forhold til det å øke reliabiliteten til en kvalitativ undersøkelse, også knyttes til validitetsbegrepet, eller til det Fog beskriver som ”gyldighet”:

Kravet om gyldighed drejer seg om, at forskeren i arbejdet med sit empiriske materiale dels skal sikre sammenhæng og konsistens i den udførte analyse, dels skal sikre analysens overensstemmelse med andre analyser eller andre forskningsresultater i det hele taget.(Fog 2004, s. 194)

I stedet for kun å knytte validitet til de slutninger man gjør fra sitt datamateriale, relateres altså her kravene til mening, sammenheng og konsistens også til validitetsbegrepet.

Hammersley (1992) argumenterer også for at forskere må vise at deres funn er så sannsynlige og troverdige at de ikke kun må aksepteres ut fra ens egne oppgitte synspunkter, men også ut fra andre forskeres vurderinger. Validiteten styrkes ved at det er mulig å identifisere de begrunnelser som gis for funnene.

Ettersom validitet ikke kan måles eksakt, vil det kunne herske uenighet om hvorvidt et bestemt forskningsarbeide har høy validitet eller ikke. Enkelte vitenskapsteoretikere hevder derfor at det for forskere som arbeider innenfor det kvalitative paradigmet, vil være mer fruktbart å benytte andre kvalitetskriterier. I stedet for validitet bør man søke noe annet, kvaliteter som peker mot identifisering av kritiske elementer:

”and wringing plausible interpretations from them, something one can pursue without becoming obsessed with finding the right or ultimate answer, the correct version, the Truth” (Wolcott 1994).

For Wolcott er dette ”annet” rett og slett en økt forståelse av de fenomener, handlinger eller hendelser man undersøker.

Relevans

Hammersley (1992) argumenterer for at forskning, i tillegg til å tilfredsstille reliabilitets- og validitetskrav, prinsipielt bør gi sann og relevant informasjon innen felt som er av sosial betydning, og at dette bør gjelde for så vel kvantitativ som kvalitativ forskning. Begge typer forskning bør derfor underlegges kvalitetskriterier, ikke bare knyttet til validitet og reliabilitet, men også til relevans. Hammersley (1992, s. 76) begrunner dette slik:

...in my view, the ultimate justification for social research is its contribution of relevant knowledge useful to other forms of practice, that contribution is a collective one.

2.6.2 Refleksjoner rundt reliabilitet, validitet og relevans i relasjon til mine analyser

De synspunktene på reliabilitet, validitet og relevans som her er presentert, har vært viktige som refleksjonsgrunnlag for min presentasjon av analyser. Det ville på bakgrunn av det datamaterialet som er samlet inn gjennom PISA+, åpenbart vært mulig å fokusere på helt andre temaer enn det jeg gjør. I kapittel 1.3.3 ble det redegjort for hvorfor jeg har valgt å analysere problemstillinger knyttet til bruk av arbeidsplan (artikkel I og II), og bakgrunnen for ønsket om å drøfte ulike diskurstyper i relasjon til anvendelse av hverdagsrelaterte

matematikkoppgaver (artikkel III). Her vil jeg argumentere for disse temaers sosiale og fagdidaktiske relevans.

I og med at vi i PISA+ har et svært omfattende datamateriale, vil det selvsagt være umulig å presentere alt uprioritert. Det har følgelig vært nødvendig å foreta et utvalg og for eksempel trekke fram visse deler av dialogene og intervjuene på bekostning av andre. På grunn av det omfangsrike videomaterialet, blant annet det store antall intervjuer som ligger til grunn for min avhandling, vil det være vanskelig for andre forskere å kunne vurdere hvorvidt de utdrag som presenteres kan anses for å være representative for materialet som helhet, eller om det forekommer systematiske skjevheter. Selv om alle intervjuene er transkriberte, foreligger dialogene mellom fokuselevne og opptakene av undervisningen og samtalene i timene, med noen få unntak, kun på video. Prinsipielt vil det være mulig for andre forskere å få tilgang til dette, men i praksis vil det være svært tidkrevende og problematisk. Jeg vil derfor her frambringe argumenter som gir leseren et bredere fundament for å kunne vurdere hvorvidt min framstilling kan betraktes for å være troverdig og konsistent, og om mine analyser og slutninger slik oppfyller de refererte krav til reliabilitet, validitet og relevans. Jeg vil altså nå forsøke å drøfte disse kravene opp mot egne analyser.

Ad relevans:

Skole og utdanning må generelt regnes for å være et felt av stor sosial betydning både nasjonalt og internasjonalt. Dette kommer for eksempel til uttrykk i den betydelige økonomiske ressursbruken og politiske satsingen på utdanning (OECD 2007), og i den omfattende offentlige debatten omkring temaer knyttet til skole og utdanning, eksemplifisert gjennom den brede omtalen TIMSS- og PISA-resultatene får i media. Flere av vårt lands ledende aviser har jevnlig store oppslag om utdanningsspørsmål, og i statsministerens TV-kringkastede nyttårstale til det norske folk ved årsskiftet 2007/2008 ble PISA-resultatene for 2006 viet betydelig oppmerksomhet. Matematikk anses i tillegg for å være blant de aller viktigste skolefagene (KD 2006). Ut fra dette kan man si at jeg har fått mye ”gratis”; matematikk i grunntdanningen er generelt et felt av stor sosial betydning, den påstanden er det vanskelig å opponere mot. All matematikdidaktisk forskning vil likevel ikke nødvendigvis bli oppfattet som like sosial relevant utenfor fagets egne kretser. Et argument til støtte for at mitt første valg av tema, bruk av arbeidsplaner i matematikk, er av stor sosial betydning, er imidlertid den oppmerksomheten denne delen av mitt arbeid allerede har fått i media (se for eksempel intervju med førstesideoppslag i Aftenposten 27.01.08, 03.02.08,

intervju i Utdanning nr. 17/2007, intervju i Lektorbladet nr. 3/2008, referert i OECD Economic Survey NORWAY 2008).

Jeg vil også hevde at emnet som behandles i artikkel III har relevans utenfor den engere matematikdidaktiske kretsen av forskere. Vi drøfter i denne artikkelen hvordan bruk av matematikkoppgaver relatert til dagliglivet, gjennom ulike typer klasseromsdiskurser, gir grobunn for faglig læring. I L97 er et overordnet krav at matematikkundervisningen i grunnskolen skal være relatert til dagliglivet (KUF 1996). Internasjonalt har særlig Nederland profilert seg på viktigheten av å knytte matematikkundervisningen til dagliglivet (Freudenthal 1991; Gravemeijer 1994). I rammeverket i PISA legges det likeledes stor vekt på at oppgavene skal være autentiske (OECD 2003). Det er derfor grunn til å mene at også analysene i artikkel III oppfyller Hammersley's krav om å gi relevant informasjon om et felt som er av sosial betydning.

Til slutt i denne drøftingsdelen vil jeg gjerne legge til at begge disse temaene har relevans også utenfor de klassene som er med i vårt utvalg. Som tidligere påpekt, er bruken av arbeidsplaner svært utbredt i grunnskolen her i landet. De aspektene ved bruk av arbeidsplan som drøftes i artikkel I og II, er av generell karakter, og har derfor også relevans utenfor vårt utvalg av klasser. Problemstillingene i artikkel III er likeledes så vidt formulert at de bør anses for å være relevante for matematikkundervisningen i grunnskolen generelt.

Ad validitet og reliabilitet:

Et påtrengende spørsmål i forhold til Hammersley's kvalitetskriterier blir nå om jeg i mine analyser også evner å gi pålitelig og "sann" informasjon om mine utvalgte tema, sett i lys av det større sosiale perspektivet, omtalt over. Mitt hovedargument i kapittel 1.3.3, i relasjon til temaet bruk av arbeidsplaner i matematikk, er at arbeidsplaner ut fra både egne observasjoner og elever og læreres uttalelser i intervjuene, synes å ha en svært sentral betydning for det faglige arbeidet med matematikk. Jeg har tidligere påpekt at jeg selvsagt ikke har gitt en fullstendig analyse av alle aspekter relatert til bruken av arbeidsplaner i matematikk. Det er særlig problematiske sider ved dette læringsverktøyet i forhold til elevenes muligheter for å lære matematikk som har vært i fokus. Mine analyser kan derfor ikke betraktes som pålitelige og "sanne" i den forstand at de gir et komplett bilde av alle aspekter ved bruk av arbeidsplaner i matematikk. I tillegg er det jeg som har plukket ut det spesifikke empiriske materialet som analyseres, noe som forårsaker en type "skjevhet". Som grunnlag for en bred evaluering av arbeidsplaner som læringsverktøy i matematikk, vil det følgelig ikke være tilstrekkelig kun å ta utgangspunkt i de analyser jeg har gjort. Disse må da suppleres med analyser som for

eksempel i større grad også inkluderer positive aspekter ved bruk av arbeidsplan, blant annet det at elevene i større grad får mulighet til å planlegge sin tidsbruk. Mine analyser er derimot ”sanne” og relevante i den betydningen at det empiriske materialet som presenteres, og som danner grunnlaget for analysene, ikke systematisk har blitt forvrengt eller framstilt på en tendensiøs og skjev måte. Jeg har bestrebet meg på å bruke empiriske eksempler fra flere av klassene, for derigjennom grundig å underbygge de analytiske vurderingene som blir foretatt, og de konklusjonene som trekkes. I tillegg har jeg også argumentert for at de aspektene som analyseres er viktige i relasjon til elevenes muligheter for å lære matematikk. Her støtter jeg meg på andre arbeider innenfor matematikkdiraktisk forskning. De momentene som slik blir påpekt, er følgelig knyttet til vurderinger av reliabilitet og validitet. Ved å underbygge analysene med empiri fra flere av klasserommene, styrkes leserens grunnlag for å vurdere påliteligheten og gyldigheten av de analyser som foretas. Det er likeledes i detalj gjort rede for hvordan datainnsamlingen har foregått, og hvilke seleksjonskriterier som er benyttet ved utvalg av sitater fra intervjuene og episoder fra klasserommet. Dette burde bidra til å øke leserens mulighet til å vurdere troverdigheten av analysene. Ved å legge betydelig vekt på å relatere analysene til andre forskningsarbeider innenfor det læringsteoretiske og matematikkdiraktiske forskningsfeltet, er validitetskravene til analysene forsøkt imøtekommet.

Det er tidligere blitt påpekt at vi i artikkel III, ved flittig å sitere fra dialogen mellom de to fokuselevne og ved å gi en fyldig beskrivelse av lærerens orkestrering av klassesamtalen, også her gir leseren en mulighet til selv å vurdere den empiriske basisen for våre fagdidaktiske analyser. Ved i tillegg å knytte våre analyser teoretisk til andre forskningsarbeider innen dette fagdidaktiske feltet, gir vi leseren anledning til bedre å kunne vurdere grunnlaget for våre analytiske grep og holdbarheten til våre påstander og konklusjoner. Dette gir også muligheter til å identifisere sammenhengen og konsistensen i argumentasjonen, og evaluere troverdigheten til de slutninger som trekkes. På denne måten har vi også her forsøkt å tilfredsstille kravene til reliabilitet og validitet.

3. TEORETISKE PERSPEKTIVER

3.1 *Krav til teoretisk redegjørelse*

All forskning er forankret i bestemte faglige oppfatninger og teorisyn. Kun gjennom å knytte empiriske data til et sett av teoretiske forutsetninger, vil disse dataene kunne fungere som evidens for de hypoteser som søkes bekreftet (Bourdieu & Wacquant 1993). For å bidra til å gi leseren et grunnlag for å forstå og tolke de analysene som presenteres, er det derfor viktig at forskeren selv redegjør for sin egen teoretiske fortolkningsramme (Bergem 1994). I dette kapitlet vil kravet om teoretisk forankring bli forsøkt imøtekommet.

3.1.1 Læringsteorier og epistemologi

Alle læringsteorier er knyttet til og begrunnet i mer grunnleggende epistemologiske prinsipper og betraktninger. Både læringsteoriene og disse bakenforliggende epistemologiske posisjonene blir gjennom den vitenskapelige diskursen utsatt for kritikk. Jeg vil ikke her gå nærmere inn på den vitenskapsteoretiske debatten om hva dette innebærer i forhold til vitenskapenes rasjonelle utvikling (se Popper 1959; Kuhn 1970; Feuerabend 1975), men peke på at det også innenfor pedagogisk/matematikkdidaktisk læringsteori har foregått en kontinuerlig debatt om så vel læringsteori og kunnskapssyn, som forholdet mellom disse (Ernest 1991; Lerman 1994; 1996; 2000a; Phillips 1995; Greeno 1997; Sfard 1998; 2006; Waschescio 1998; Steffe 1999; Steffe & Thompson 2000; Cobb 2007). Ens dypere forståelse av den løpende fagkritiske diskursen vil være avhengig av en viss kunnskap om tidligere retningers epistemologiske og læringsteoretiske grunnsyn. For at leseren bedre skal kunne være i stand til å vurdere mine valg av teoretiske perspektiver, og hvilken bakgrunn disse perspektivene har, vil jeg videre i dette kapitlet presentere noen fundamentale epistemologiske spørsmål knyttet til synet på matematisk kunnskap. Deretter vil jeg forsøke å relatere min drøfting av disse spørsmålene til ulike hovedretninger innen læringsteori. Gjennom denne drøftingen vil jeg også plassere de perspektivene jeg har valgt å bruke i relasjon til dette teoretiske landskapet. Jeg vil poengtere at dette er så vidt omfattende problemstillinger, og med så mange kompliserte aspekter, at det ikke vil være mulig å gi dem den grundige behandling de fortjener innenfor rammene av dette kapitlet. Noen viktige prinsipielle skillelinjer vil imidlertid bli forsøkt belyst.

3.1.2 Teoretisk forankring av eget ståsted

Analysene i alle mine tre artikler er knyttet til sosiokulturell teori. Det finnes flere retninger innenfor sosiokulturell teori (se for eksempel Cobb 2007), men et viktig og fundamentalt trekk som binder dem sammen, er synet på matematikk som en kulturell praksis (Lave & Wenger 1991; Wertsch 1991; Renshaw 1996; Nunes 1999). Likeledes eksisterer det en grunnleggende enighet om å definere læring i relasjon til deltakelse i slike praksiser, som en utvidelse av ens diskursive repertoar (Sfard 2000a; Sfard 2001; Sfard 2006), alternativt uttrykt som en forbedret/utvidet deltakelse i et interaktivt system (Greeno 1997). Sfard (2000b) peker på et svært viktig og distinkt trekk ved sosiokulturell læringsteori når hun argumenterer for at begrepet *diskurs* kun gir mening innenfor en sosial interaksjonell kontekst, hvilket innebærer at det blir umulig å se på læring som et individuelt prosjekt. Både i artikkel II og artikkel III knyttes analysene av den utvalgte empirien til sentrale begreper hentet fra denne sosiokulturelle teoretiske plattformen.

Aktivitetsteori, som benyttes i analysene i artikkel I, plasserer seg også innenfor rammene av det som kan omtales som det sosiokulturelle paradigmet. Her vektlegges det særlig at individuelle handlinger medieres av tegn og andre kulturelt utviklede artefakter, og at analyseenheten innenfor samfunns- og utdanningsvitenskapelig forskning følgelig bør være *mediert handling*, knyttet til historiske og kontemporære kontradiksjoner (Engeström 1987; 1999).

I mine tre artikler blir de anvendte sosiokulturelle teorier og begreper relativt fyldig beskrevet. For å unngå å gjenta disse teoretiske utlegningene, har jeg i denne delen av min avhandling valgt å belyse dem ut fra et litt annet perspektiv. Jeg vil i dette kapitlet mer spesifikt argumentere for at læringsteoretiske posisjoner, heri inkludert det sosiokulturelle, kan knyttes an til spesifikke epistemologiske og matematikkfilosofiske synspunkter og perspektiver. At dette er interessant i forhold til de temaer som behandles i mine artikler, begrunnes i at bruken og legitimeringen av de nye læringsverktøyene som der analyseres, later til å være relatert til spesifikke tolkninger av visse læringsteoretiske prinsipper. Disse kan altså igjen føres tilbake til bestemte epistemologiske posisjoner, det vil i denne forbindelse si bestemte oppfatninger av hvilken status matematisk kunnskap har.

Konstruktivistisk teori, som hevder at individet selv konstruerer sin matematiske kunnskap (Glaserfeld 1995), ligger åpen for tolkninger som innebærer at matematikk kun er en av mange tilfeldige menneskelige konstruksjoner. Dette er da også et av poengene i beskrivelsen

av hva en fallibilistisk posisjon innebærer (Ernest 1991). En av konsekvensene av et slikt konstruktivistisk/fallibilistisk syn er at læring av matematikk relativt uproblematisk kan anses for i hovedsak å være et individuelt prosjekt (Sfard 2006). Sosiokulturelle teorier understreker derimot at læring av matematikk er knyttet til innføring i sosialt etablerte matematiske diskurser, gjennom deltakelse i matematiske praksiser (Waschescio 1998; Van Oers 2006; Sfard 2006). De kollektive aspektene ved matematisk læring blir altså her poengtert. Sfard (2006) bruker begrepene *acquisitionist* og *participationist* for å karakterisere disse to ulike posisjonene som her er beskrevet. Hun knytter forskjellene i læringssyn til grunnleggende antakelser og beskrivelser av hvordan menneskelig bevissthet konstitueres. Mens *acquisitionists* poengterer at menneskets biologiske beskaffenhet former våre persepsjoner, og dermed vår erkjennelse av tingenes tilstand, legger *participationists* vekt på at mennesker er sosiale vesener, engasjert i kollektive aktiviteter fra fødselen av og ut hele livet. Et individualistisk syn på læring er forenlig med posisjonen betegnet som *acquisitionist*, men ikke med den hun beskriver som *participationist*. Her vil læring knyttes tett opp mot kommunikasjon – en kollektivt utført, regldrevet aktivitet som medierer og koordinerer andre kollektive aktiviteter (Sfard 2006).

Vi ser altså at Sfard relaterer henholdsvis konstruktivistisk orienterte og sosiokulturelle læringsteorier til grunnleggende antagelser om konstituering av menneskelig erkjennelse. I dette kapitlet har jeg, på bakgrunn av denne skisserte forskjellen mellom konstruktivistisk og sosiokulturell læringsteori, valgt å presentere og drøfte visse sammenhenger mellom epistemologi og læringssyn innenfor matematikkdiraktisk teori. Som argumentert over, vil denne drøftingen være nært relatert til framtreddende analyseperspektiver i mine artikler, ved at den knyttes til de nevnte læringsteorienenes ulike vektlegging av kunnskapsutviklingens individuelle og kollektive aspekter.

3.1.3 Matematikkdiraktikk og ulike syn på matematisk kunnskap

Mens matematikkdiraktikk er en relativt ny akademisk fagdisiplin, er matematikk en av våre aller eldste. På tross av at den samfunnsmessige nytten av matematisk viten har blitt vurdert ulikt opp gjennom historien, har matematisk kunnskap stort sett alltid hatt svært høy sosial status. I dag er realfagenes, deri inkludert matematikkens, høye status imidlertid nært knyttet til den åpenbare nytten av disse fagene (Sjøberg 2004; Niss 1996). Vårt høyteknologiske informasjonssamfunn baserer seg på avansert teknologi utviklet på bakgrunn av matematisk viten (Ernest 2000). Men hva er matematikk? Hvilken status har matematisk viten rent

epistemologisk? Er matematisk kunnskap å anse som sikker viten, eller er matematikk kun en av mange menneskelige teoretiske konstruksjoner som ikke har krav på noen spesiell og privilegert epistemologisk status? Dette er spørsmål som har opptatt mennesker i snart 2500 år og som fremdeles blir viet stor interesse. Innenfor den delen av det matematikdidaktiske forskningsfeltet som betegnes som *philosophy of mathematics education* (Ernest 1991), er dette sentrale problemstillinger. De svar som gis på slike grunnleggende spørsmål, må anses for å ha betydning for hvordan man besvarer andre, mer praksisnære problemstillinger (Van Oers 2001; Ernest 2000), for eksempel: Hvorfor bør matematikk undervises i skolen? Hvilke fundamentale antagelser ligger til grunn for vårt syn på matematikkundervisning og hva bør være målene for skolens matematikkundervisning? Hvilke arbeidsmetoder og læringsverktøy bør benyttes for at disse målene i størst mulig grad skal nås? Dette siste spørsmålet aktualiserer også følgende problemstilling; hvilke læringsteoretiske prinsipper bør ligge til grunn for matematikkundervisningen? Disse spørsmålsformuleringer synliggjør også den nære relasjonen mellom matematikkfilosofi og matematikdidaktisk læringsteori.

3.1.4 Absolutisme/Platonisme

Det er Platon som tilskrives æren for først å ha formulert epistemologiske problemstillinger som matematikere har vært tvunget til å forholde seg til, helt opp til vår tid. Platon hevdet at vi som mennesker kunne ha sikker viten, i form av objektiv og universelt valid kunnskap, og forsøkte å dokumentere dette gjennom sin argumentasjon. Han hevdet at sann kunnskap ikke kunne oppnås gjennom sansning, men kun gjennom bruk av fornuften, og at sann kunnskap var kunnskap om det allmenne, ikke det partikulære. Matematisk kunnskap, og da særlig geometrien, ble ansett for å oppfylle dette sannhetskriteriet. Geometrien var ikke knyttet til de konkrete, empiriske figurene matematikerne arbeidet med, men til de ideelle figurene som kun kan beskues gjennom tanken (Coplestone 1962). Platon hevdet at disse ideelle figurene, i likhet med alle andre universalier, hadde en egen eksistens i idéverdenen. Platons teori om ideenes egen eksistens baserte seg på følgende tanke; hvordan kan vi forholde oss til disse ideene og gjøre dem til gjenstand for vår tankevirksomhet dersom de ikke eksisterer? Ifølge Platon oppdager vi ideene, også de matematiske, vi oppfinner dem ikke. Matematiske teoremer er således ikke menneskelige konstruksjoner, de eksisterer allerede i matematikkens idéverden og venter nærmest bare på å bli oppdaget av mennesket. Dette var for øvrig en tanke som så vel St. Augustine som Descartes senere bifalt. Descartes hevdet at matematiske proposisjoner sannhet påtvinger seg vår fornuft, i og med at de intuitivt framstår som klare og distinkte (Coplestone 1963).

Selv om idélæren er blitt kritisert av flere framstående filosofer opp igjennom historien, allerede Platons egen elev Aristoteles (1961) polemiserer mot sin mester på dette punktet, er det liten tvil om at Platon har hatt en enorm innflytelse på vestlig tenkning. Han regnes som grunnlegger for den retningen innenfor matematikkfilosofien som kalles *absolutisme*. Den fundamentale tanken i denne retningen er at matematisk kunnskap anses som sikker viten, ettersom den er basert på fornuften alene og ikke er avhengig av empiriske forhold (Ernest 1991).

3.1.5 Kant og sikker viten

Mens Hume (1978) og Locke (1959) hevdet at all vår kunnskap hadde sitt utspring i vår erfaring, noe som medførte at ingen form for kunnskap kunne anses som sikker uten ved en eventuell henvisning til en guddommelig autoritet, argumenterte Kant (1965) for at sikker menneskelig viten var mulig. Særlig var han opptatt av å begrunne hvorfor Euklids geometri var å anse som sikker viten. Kant forsøkte å etablere et skille mellom syntetisk/analytisk og apriori/aposteriori kunnskap. Analytisk apriori kunnskap var for Kant tautologisk kunnskap som ikke utsier noe om erfaringsverdenen. ”Alle sirkler er runde” og ”alle ungarer er ugifte” er eksempler på dette. Syntetisk aposteriori kunnskap er på den annen side regulær empirisk kunnskap som prinsipielt må anses som reviderbar, og dermed usikker. Kants mer kontroversielle påstand var at det også finnes syntetisk apriori kunnskap. Dette er fornuftsbaserte begreper og prinsipper som utsier noe om virkeligheten. Kant hevdet at for eksempel kausalitetsbegrepet, som Hume så kraftig hadde angrepet, er et apriori begrep i og med at det ikke utspringer av erfaringen, men blir anvendt på erfaringen og på sett og vis styrer den. Kant hevdet at disse apriori begrepene og prinsippene som utspringer fra den menneskelige fornuft, er ”rene” i den forstand at de ikke har noe empirisk innhold, og Kant klassifiserer dem altså som syntetiske og apriori (Coplestone 1964). Kant plasserer matematikk, og i særdeleshet geometri, i denne kategorien. Han hevder at matematisk kunnskap kun er mulig og kan forklares gjennom det at tid og rom er rene apriori intuisjoner, og at mennesker er utstyrt med evnen til slike apriori intuisjoner. Disse intuisjonene er likevel ikke psykologisk subjektive, men allmenne og i den forstand objektive. Denne delen av Kants filosofi er regnet for å være relativt vanskelig tilgjengelig, ikke minst på grunn av den spesielle bruken av begrepet intuisjon. For mer utfyllende kommentarer, se Cohen 1871; Frege 1971; Ewald 1996 eller Merrick 2006. Rommet som en apriori intuisjon, en ren menneskelig anskuelsesform, er ifølge Kant en forutsetning for geometrien. Matematikk er altså for Kant ikke bare en analytisk vitenskap som gir oss kunnskap om begreper, men en

syntetisk apriori vitenskap som besørger informasjon om objekter. Dette rokker etter Kants mening imidlertid ikke ved oppfatningen av matematikk som sikker viten.

Mens Platon altså begrunnet matematikk som sikker viten gjennom sin idélære, ser vi at Kant knytter den til sin lære om apriori intuisjoner, eller anskuelsesformer.

3.1.6 Logisisme, formalisme og konstruktivisme

Leibniz var historisk sett en forgjenger av Kant og har også hatt stor innflytelse for matematikkfilosofiens utvikling. For Leibniz kan alle matematiske proposisjoner, inkludert aksiomene, demonstreres ved hjelp av definisjoner, slutninger ut fra disse, og kontradiksjonsprinsippet (Ernest 1991). Dette er en mer klassisk måte å begrunne matematikk som sikker viten på, og disse tankene har senere blitt videreutviklet av blant annet Frege (1893) og Russell (1919). Russell hevdet at matematikk i siste instans kan reduseres til logikk, at ren matematikk i prinsippet fremkommer gjennom deduksjon fra visse fundamentale logiske begreper og aksiomer, og at matematisk kunnskap følgelig er å anse som sikker viten. Det å kategorisere ren matematikk som en del av logikken har fått tilnavnet logisisme (Ernest 1991). Problemet for denne retningen var at det viste seg umulig å utlede alle matematiske teoremer utelukkende fra logiske aksiomer. Dette kalles "Gödels ufullstendighetsteorem", etter den tsjekkiske matematikeren Kurt Gödel, som publiserte sitt bevis for dette allerede i 1931 (Gödel 1992). Logikk kan dermed ikke sies å gi matematikk et sikkert fundament (Ernest 1991).

Andre retninger innen absolutisme er formalisme og konstruktivisme (må ikke forveksles med konstruktivismen som læringsteori innenfor pedagogisk teori). For en nærmere analyse av disse, se Ernest 1991 og Dummett 1977.

3.1.7 Kritikk av absolutisme fra klassiske vitenskapsteoretikere

Kritikken mot absolutismen har kommet fra flere hold. Vitenskapsteoretikere som Kuhn (1970), Feyerabend (1975) og Popper (1959) har alle generelt argumentert mot muligheten for sikker kunnskap, men deres kritikk har særlig vært knyttet opp mot naturvitenskapelig teori og dens sannhetspretensjoner. Lakatos (1976) var imidlertid særlig opptatt av matematikkfilosofi. I sin metode: Logic of Mathematical Discovery, ofte forkortet til LMD, gjør han rede for hvordan matematisk kunnskap utvikles gjennom en syklisk prosess som ligger nær Poppers teori om hvordan naturvitenskapelig kunnskap genereres. En spesifikk matematisk teori, et bevis, eller en løsningsmetode, danner utgangspunktet for framveksten av

ny matematisk kunnskap ved at de utsettes for kritisk gjennomgang, som ender opp i reviderte teori/bevis/løsningsmetoder. Disse danner så igjen utgangspunktet for en ny syklisk gjennomgang osv. Denne prosessen gjentas uavlatelig og har således ikke et absolutt endepunkt. Matematisk kunnskap er følgelig prinsipielt sett reviderbar og ikke å anse som absolutt sikker viten. Lakatos hevdet imidlertid at matematikken var rasjonell og ikke basert på sosial enighet (Ernest 1998).

3.1.8 Oppsummering av kritikken mot absolutistiske retninger

Med utgangspunkt i Ernest (1991) kan vi oppsummere hovedkritikken mot absolutismen i følgende punkter:

- Sannheten til matematikkens grunnleggende aksiomer kan ikke begrunnes uten ved henvisning til subjektiv intuisjon, konvensjoner, sosial enighet eller lignende usikre kilder. Dette er knyttet til det klassiske filosofiske problemet med uendelig regress, som gjør det umulig å finne en første sikker grunn.
- Selv om man skulle akseptere matematiske aksiomer som sikker viten, blir slutninger fra aksiomer til teoremer utført ved hjelp av logiske regler. Logikk er imidlertid beheftet med den samme usikkerheten som matematiske aksiomer. De kan heller ikke i siste instans begrunnes, igjen ut fra argumentet om uendelig regress. Avhengigheten av logiske deduksjoner bidrar altså kun til at man må gjøre flere usikre antakelser.
- Ifølge absolutismen er matematikk fundamentalt sett feilfri. Dette er rent empirisk en tvilsom påstand. For eksempel er det å transkribere uformelle matematiske bevis til rigorøse formelle bevis en oppgave som krever stor menneskelig kreativitet og genialitet. Her vil det i praksis måtte anses for umulig å kunne oppnå en total sikkerhet. Derfor kan ikke matematiske bevis anses for å være absolutt sikre, selv om man valgte å se bort fra de to foregående punkter knyttet til argumentet om uendelig regress.

Ernest (1991) hevder at avvisningen av den absolutistiske argumentasjonen innebærer at man aksepterer en fallibilistisk posisjon. Den fallibilistiske posisjonen inneholder to teser, en positiv og en negativ. Den negative er knyttet til avvisningen av absolutismen; matematisk kunnskap er ikke absolutt sann og har ikke absolutt validitet, mens den positive uttrykker at matematisk kunnskap er korrigerbar og åpen for uavlatelig revisjon.

3.2 Læringsteoretiske og epistemologiske posisjoner innenfor matematikdidaktikk

3.2.1 Radikal konstruktivisme og matematisk kunnskap

Innenfor radikal konstruktivisme opprettholder man det kantianske skille mellom "Ding an sich" og tingene slik de framtrer for oss. Den eneste virkeligheten vi har mulighet til å erkjenne er i følge radikal konstruktivisme vår erfaringsbaserte verden. Menneskelig kunnskap reflekterer følgelig ikke en objektiv ontologisk virkelighet, men har sitt grunnlag i vår måte å organisere vår erfaring på (Glaserfeld 1984). Piaget, som von Glaserfeld ofte henviser til i sine arbeider, uttrykker det slik: "*Intelligence organizes the world by organizing itself*" (Glaserfeld 1984, s. 24). Mennesket som kognitiv organisme former og koordinerer sin erfaring og transformerer og strukturerer verden, slik at den henger sammen. Det vil si at det er vår oppfatning av verden som er konsistent eller i balanse, ikke verden som objektiv virkelighet. Innenfor radikal konstruktivisme avviser man derfor tanken om at kvaliteten på vår kunnskap skal kunne vurderes ut fra om den er i overensstemmelse med den objektive virkeligheten, ettersom vi ikke har mulighet til å erkjenne denne. De lanserer i stedet uttrykket *viable*, som oftest oversettes til *levedyktig*, for å karakterisere våre begreper og oppfatninger. Menneskelig kunnskap er levedyktig hvis den samsvarer med vår individuelle erfaring og gjør oss i stand til å lage prediksjoner og framskaffe eller eventuelt unngå visse hendelser eller fenomener (Glaserfeld 1984). Som en konsekvens av dette, avviser man innenfor radikal konstruktivisme hele det tradisjonelle sannhetsbegrepet. Man hevder i stedet at enhver beskrivelse av et fenomen er relativ til den som observerer eller erfarer (Glaserfeld 1995). Matematisk kunnskap blir innenfor radikal konstruktivisme heller ikke gitt noen privilegert sannhetsstatus. Glaserfeld argumenterer mot Platons tanker om at vi alle er født med objektive, dog latente matematiske ideer, som kun venter på å bli erkjent av det individuelle subjekt, gjennom erfaringen av de ikke-perfekte etterlikningene. Han hevder i stedet at geometriske begreper slett ikke er abstraksjoner hentet fra erfaringsverdenen, men at de framkommer gjennom våre individuelle kognitive strukturer. De er hva Piaget kaller *operative* fordi de er abstrahert fra operasjoner vi selv utfører (Glaserfeld 1995).

I likhet med all annen kunnskap blir altså matematisk kunnskap innenfor radikal konstruktivisme ansett for å være en menneskelig konstruksjon som prinsipielt sett er feilbarlig og reviderbar.

3.2.2 Sosialkonstruktivisme og matematisk kunnskap

Radikal konstruktivisme som lærings- og kunnskapsteori har blitt kritisert for å ha et ekstremt individualistisk utgangspunkt. Kritikken har særlig vært rettet mot dens manglende evne til å redegjøre for sosiale og kulturelle faktorerens betydning for læring og kunnskapstilegnelse. Innenfor matematikkfilosofi har Kilpatrick (1987), Ernest (1991) og Lerman (1996) vært framtrepende eksponenter for denne kritikken. Ernest påpeker at radikal konstruktivisme ikke evner å forklare hvordan menneskelig kommunikasjon overhodet er mulig og hvordan enighet mellom individer oppstår.

”For the sole constraint of fitting the external world does not of itself prevent individuals from having wholly different, incompatible even, subjective models of the world.” (Ernest 1991, s. 71)

Lerman (1996) tar i sin kritikk av radikal konstruktivisme utgangspunkt i Vygotskys fundamentale tese om at det sosiale er det primære, at menneskelig bevissthet konstitueres gjennom sosiale praksiser hvor ikke minst de ulike kommunikative diskursene er av stor betydning. Lerman uttrykker det slik:

“...it is necessary to recognize the shift from a view of the autonomous cognizing subject constructing her or his subjectivity and knowing to one of the constructing of human consciousness in and through communication. Thus the individual is, in a primary sense, a product of her or his time and place.” (Lerman 1996, s. 136.)

Lerman og Ernest plasserer seg selv begge innenfor det man kan kalle et bredt sosialkonstruktivistisk paradigme, selv om Lermans argumentasjon vel må sies å befinne seg innenfor det som nå mer spesifikt betegnes som sosiokulturell teori. Det vil nok uansett herske delte oppfatninger om i hvilken grad tilhørighet til et bredt definert sosialkonstruktivistisk paradigme innebærer en felles epistemologisk plattform, særlig på bakgrunn av at sosiokulturell teori etter hvert har utviklet seg i retning av et eget paradigme hvor man generelt er sterkt kritisk til individualistiske grunnprinsipper innenfor konstruktivismen (Waschescio 1998). Ernest hevder dog at premissene for sosialkonstruktivistisk epistemologi er at all kunnskap genereres av menneskelig intellektuell aktivitet og slik sett har det samme fundament, nemlig ”human agreement” (Ernest 1991). Dette synet medfører ifølge Ernest at all kunnskap prinsipielt sett er sammenvevd. Matematisk kunnskap er derfor uløselig knyttet til andre kunnskapsområder. Gjennom felles røtter er følgelig også matematisk kunnskap for eksempel verdiladet og reviderbar, og den kan ikke sies å ha noen privilegert status som sikker viten innenfor en ren og beskyttet autonom matematisk virkelighet. Selv om det radikalkonstruktivistiske paradigmet på enkelte områder er blitt sterkt angrepet fra

sosialkonstruktivistisk hold, kan det i et matematikkepistemologisk perspektiv synes som om det er relativt lite som skiller disse retningene.

3.2.3 Wittgenstein – matematikkfilosofi mellom to leire

Wittgenstein blir av mange trukket fram som en tenker som har hatt stor betydning for utviklingen av sosiokulturelle teorier. Særlig har hans språklige analyser, med hovedvekt på hva som kjennetegner vår bruk av språket (Wittgenstein 1978), bidratt til å gjøre problemstillinger knyttet til menneskelig kommunikasjon svært relevante innenfor den samfunnsvitenskapelige diskurs (Valsiner & van de Veer 2000; Kieran, Forman & Sfard 2002). Wittgenstein har også publisert betydelige arbeider innenfor matematikkfilosofi (Wittgenstein 2001), og dette gjør ham svært relevant for de problemstillinger som ble presentert innledningsvis i dette kapitlet. Wittgensteins ikke-lineære framstilling av egen filosofi, den presenteres i relativt korte og delvis frittstående paragrafer, gjør at tolkningen av hans ideer er sprikende. Den framstillingen som her gis, vil derfor kun være en av mange mulige. Jeg vil støtte meg på visse utvalgte tolkninger som jeg anser for å ha særlig relevans.

Først ad matematikkens epistemologiske grunnlag: Putnam (2000) drar linjer fra Wittgenstein tilbake til Kant som hevdet at logikk verken kan eller skal forklares, men tvert imot er en forutsetning for overhodet å kunne forklare noe, ja, en forutsetning for all rasjonell aktivitet. Logiske lover er derfor uten innhold i og med at de ikke beskriver hvordan ting er eller burde være. Deres sannhetsgrunnlag består i at de er formale forutsetninger for vår mulighet til å felle dommer. Putnam mener at vi må kunne fastslå at vi ikke kan tenke oss noen situasjon hvor kjernen av matematiske sannheter ville bli avkrefte, uten eventuelt ved å endre meningsinnholdet til de matematiske termene. Å insistere på at matematiske termer, utsagn eller proposisjoner må være falsifiserbare, regner han for å være et nytt empirisk dogme. Han argumenterer for at det ikke gir mening å si at man har oppdaget at aritmetikken er feil. Det blir derfor også meningsløst å skulle grunngi hvorfor den ikke er feil. Problemet med å snakke om epistemologi innenfor matematikk er at det forutsetter en slags idé om at det er et behov for en begrunnelse av matematikkens sannhet. Putnam stiller spørsmålstegn ved denne ideen. Han spør retorisk om det kanskje heller er slik at matematikken ikke trenger begrunnelser, men teoremer.

Gerrards (1996) eksegesi av Wittgenstein går først og fremst ut på å plassere ham i en mellomposisjon, et sted midt mellom tilhengere av ulike former for absolutisme og fallibilisme. Wittgenstein (2001) stiller selv spørsmålet: *“But then what does the peculiar*

inexorability of mathematics consist in?" (§4, s. 37). Mye av hans arbeid innenfor matematikkfilosofi er nettopp et forsøk på å besvare dette spørsmålet. Svaret finner han i en analyse av språket; *"Why should I not say that what we call mathematics is a family of activities with a family of purposes"* (Wittgenstein 2001, s. 273). Wittgenstein hevder at matematikk består av et sett av mer eller mindre tett sammenvevde språkspill. Dette er imidlertid andre typer språkspill enn de som er knyttet til empiriske spørsmål. Matematiske proposisjoner kan ifølge Wittgenstein ikke revideres med henvisning til erfaringen. De har simpelthen en annen rolle i språket vårt. Han uttrykker dette slik: *"What I want to say is this; mathematics as such is always measure, not thing measured"* (Wittgenstein 2001, s. 201). Som Gerrard (1996) påpeker, bruker vi matematikk til å vurdere empiriske spørsmål, og ikke omvendt. Dette forhindrer ikke at det er et empirisk faktum at vi har den matematikken vi faktisk har, at vår matematikk er betinget av visse fysiske og psykologiske fenomener. Som vi tidligere har sett, er dette et av sosialkonstruktivismens kronargumenter. Det er imidlertid viktig å ikke blande sammen disse to nivåene. En ting er å si at matematikk ikke ville eksistert uten visse empiriske betingelser, noe annet å hevde at matematiske påstander uttrykker disse empiriske betingelsene eller kan bli falsifisert av dem (Gerrard 1996). Selv om alle matematikkens regler er betinget av visse fysiske og psykologiske fenomener, betyr ikke dette at innholdet i reglene er empirisk betinget. Det kan synes som om det er en slik sammenblanding av nivåer radikal/sosial- konstruktivistene gjør seg skyldig i.

Ifølge Wittgenstein er det altså slik at matematiske påstander ikke beskriver empiriske fenomen, men stiller til rådighet et rammeverk for å beskrive dem. Matematiske påstander kan derfor ikke revideres ut fra empiriske observasjoner. Vi kjenner her igjen noe av Kants argumentasjon. Dette betyr ikke at matematisk teori generelt ikke kan endres, men at det kun skjer i lys av rasjonelle kriterier, som for eksempel at det oppdages indre inkonsistens eller kontradiksjoner, eller ved at et eksisterende begrepsapparat utvikles videre.

Hva er det så som kjennetegner matematiske språkspill? Wittgenstein forsøker å forstå og beskrive matematikkens spesielle karakter og bruker mye tid på å diskutere hva det vil si å følge en regel, ettersom dette i mange henseender kjennetegner matematikk. Han argumenterer for at det ikke er en empirisk påstand at regelen (+1) gjør at en kommer fra 4 til 5. Tvert imot er det slik at resultatet 5 må betraktes som kriteriet for at man har fulgt regelen. Wittgenstein (2001) hevder at sannheten til påstanden $4+1=5$ slik sett er *"overdetermined"*.

Dette forklarer han slik:

”Overdetermined by this, that the results of the operation is defined to be the criterion that this operation has been carried out. The proposition rests on too many feet to be an empirical proposition. It will be used as a determination of the concept “applying the operation +1 to 4”. For we now have a way of judging whether someone has followed the rule. Hence $4+1=5$ is now itself a rule, by which we judge proceedings (Wittgenstein 2001, s.320).

Wittgenstein knytter det å følge en regel opp mot livsformer og praksis. Alle typer språk, inkludert det matematiske, hører til i en praksis innenfor en bestemt type livsform (Peters 2002). Slik sett er disse språkene betinget av visse empiriske fenomener. Det er imidlertid ikke slik at matematikk er frittflytende konvensjoner eller regler som endres etter individuelle forgodtbefinnender. Reglene, som befinner seg innenfor visse språkspill, er deler av en felles sosial praksis, vi ”tvinges” til å bruke dem. Som i et sjakkspill kan vi ikke lage våre egne private regler dersom vi ønsker å delta. En praksis avhenger av en viss regularitet. Eksisterer det for mye forvirring rundt hva som er regelen, etableres ingen praksis. Det er for eksempel vårt tallsystem som gir oss kriterier for å avgjøre hvor mange bokstaver det er på denne linjen. Uten vårt tallsystem ville ikke dette være et spørsmål som kunne stilles, det ville ikke være en del av vår praksis, ikke gi mening. Uten en felles praksis ville derfor ikke matematikk være mulig. For at vi overhodet skal kunne avgjøre om noe er korrekt eller ikke, må det være en praksis; *”outside of the practice there is not falsehood, but nonsense”* (Gerrard 1996, s.191). Wittgenstein advarer oss mot å forveksle denne bakgrunnen for praksisen med dens innhold. I en ofte sitert paragraf uttrykker Wittgenstein det slik:

*So you are saying that human agreement decides what is true and what is false? – It is what human beings say that is true and false; and they agree in the language they use. That is not agreement in opinions, but in forms of life.
(Wittgenstein 1978, s. 88)*

Gjennom det at matematiske språkspill fundamentalt sett anses som del av en sosial praksis, innvevd i menneskelige livsformer, kan Wittgensteins filosofi tolkes som en overskridelse av den problematiske dikotomien mellom absolutistiske og fallibilistiske posisjoner. Dette synliggjøres i dette sitatet:

Knowledge in mathematics: Here one has to keep on reminding oneself of the unimportance of the “inner process” or “state” and ask: “Why should it be important?” What does it matter to me? What is interesting is how we use mathematical propositions.

(Wittgenstein 1969, # 38, s. 7)

3.2.4 Sosiokulturell teori og matematisk kunnskap

Flere teoretikere innenfor den sosiokulturelle tradisjonen gir uttrykk for å ha hentet inspirasjon fra Wittgensteins språklige analyser, ikke minst hans begreper *språkspill* og *livsformer*, og har brukt hans refleksjoner som utgangspunkt for sine egne teoretiske utlegninger (se for eksempel Bauersfeld 1995; Lerman 1998; Sfard 2001; 2006; 2008). Dette vil jeg komme nærmere tilbake til senere i dette kapitlet. Først vil jeg imidlertid redegjøre for noen av de mest sentrale ideene og begrepene innenfor sosiokulturell teori, med særlig henblikk på det matematikkdiraktiske fagfeltet.

Cobb (2007) hevder at det som generelt kjennetegner det sosiokulturelle teoretiske perspektivet, er at intellektuell utvikling og selve prosessen som gjør at mennesker i økende grad involveres i og deltar i ulike kulturelle praksiser, behandles som en enhetlig prosess. I motsetning til kognitive teoretikere, som analyserer det epistemiske individets aktiviteter, vil sosiokulturelle forskere derfor typisk se på individet-i-den-kulturelle-praksis. Vygotsky (1978; 1981; 1986) og hans ideer blir i betydelig grad benyttet som utgangspunkt innenfor denne teoretiske retningen. Blant Vygotskys mest sentrale tanker er at tegnsystemer, med språket i en særstilling, og andre artefakter er kulturelt og historisk utviklede redskaper. Disse redskapene, eller kulturelle artefaktene, medierer omverdenen for oss gjennom vår deltakelse i ulike aktiviteter (Säljö 2006). Menneskers bevissthet formes nettopp gjennom approprieringen av disse tegnsystemene og artefaktene (Cobb 2007). Slik skaper vi mening ved hjelp av medierende artefakter som vi har tilegnet oss gjennom våre kulturelle erfaringer. Disse medierende artefaktene gjør at vi konstituerer omverdenen i tråd med sosiale og kulturelle mønstre (Säljö 2006). Vår bevissthet formes gjennom denne apropieringen av tegnsystemer og andre artefakter. Vi internaliserer altså erfaringer ved å benytte kulturelle artefakter i ulike situasjoner og i relasjon til forskjellige formål (Säljö 2006). Vygotskys utlegning om hvordan dette skjer forklares i et ofte referert sitat:

Every function in the child's cultural development appears twice: first, on the social level, and later, on the individual level; first, between people (interpsychological), and then inside the child (intrapsychological). This applies equally to voluntary attention, to logical memory, and to the formation of concepts. All the higher functions originate as actual relations between human individuals.

(Vygotsky 1978, s. 57)

Vygotsky argumenterer slik for at individets bevissthet formes gjennom en internaliseringsprosess og at denne utviklingen går fra det sosiale planet og til det individuelle.

Den skarpe kritikken av (radikal)konstruktivistisk læringsteori, særlig rettet mot at den ikke evner å integrere sosiale og kulturelle faktorer i sin forklaring av læring og kunnskapsutvikling (Kilpatrick 1987; Lerman 1996; Waschescio 1998; Sfard 1998; 2006;), har innenfor matematikdidaktisk forskning ført til stor interesse for teorier knyttet til det sosiokulturelle læringsteoretiske paradigmet. I perioden fra 1990 og utover på 2000-tallet har et økende antall forskningsartikler innenfor det matematikdidaktiske fagfeltet blitt skrevet ut fra ulike sosiokulturelle perspektiver (Lerman & Tsatsaroni 2003; Cobb 2007). De læringsteoretiske perspektiver som dominerer innenfor matematikdidaktisk forskning er, ikke overraskende, nært knyttet til den tilsvarende diskursen innenfor generell pedagogisk teori, hvor sosiokulturelle perspektiver har vært svært framtrædende fra midten av 80-tallet. Vygotskys arbeider har inspirert forskjellige retninger innenfor sosiokulturell teoridannelse. Språkets medierende betydning (Wertsch 1991), læringens situerte aspekter (Lave & Wenger 1991; Greeno 1998), og fokus på menneskelig aktivitet som utgangspunkt for analyse av sosiale prosesser (Engeström 1987; Engeström, Mietinen, & Punamäki 1999), eksemplifiserer tre av de mest betydningsfulle retningene. Innenfor matematikdidaktisk forskning finner vi representanter for alle disse tre perspektivene, og det er altså hovedsakelig variasjoner i analytisk fokus som kan sies å skille dem, alle befinner seg innenfor det man kan kalle det sosiokulturelle paradigmet. I mine artikler har jeg referert til arbeider knyttet til alle disse tre perspektivene, men de brukes i noe forskjellig grad som teoretisk fundament i mine analyser. I artikkel I er det særlig det aktivitetsteoretiske perspektivet som benyttes, mens analysene i artikkel II og artikkel III i stor grad relateres til diskursive sosiokulturelle teoretiske betraktninger, blant annet gjennom referanser til Brousseau (1997), Van Oers (2001) og Sfard's arbeider.

Sfard (1998; 2000a; 2000b; 2001; 2006; 2008) drøfter i flere av sine vitenskapelige artikler forholdet mellom ulike klasseromsdiskurser og elevenes læring. Hun peker på at kvaliteten i samtalene omkring de matematiske temaene er av avgjørende betydning for det potensielle læringsutbyttet og at elevene må ledes mot det å bli aktive deltakere i matematisk relevante diskurser. Læreren spiller følgelig en svært viktig rolle ved å være den personen som har hovedansvaret for at klasseromsdialogene på en meningsfull måte knytter an til sosialt etablerte matematiske diskurser. Også Van Oers (2001) poengterer dette:

Part of a school's responsibility is to induct students into communities of knowledge and the teaching of mathematics can be seen as a process of initiating students in the culture of the mathematical community. (Van Oers 2001, s. 59)

Læring knyttes slik til aktiv deltakelse i meningsfulle faglige diskurser. Sfard (2000a) introduserer begrepet *meta-discursive rules* som et redskap for å analysere denne læringen. Hun forklarer dette begrepet slik:

Meta-level rules are those that speak of mathematical utterances, of their structures, and of relations between them, as well as those that deal with producers of the utterances, that is, interlocutors. (Sfard 2000a, s. 167)

Disse reglene læres gjennom deltakelse i matematiske diskurser. Sfard & Kieran (2001) knytter sin utlegning av *meta-level rules* til Wittgensteins idé om språkspill, i det de betegner begge disse begrepene som en type hypoteser som er konstruert av teoretikeren, for å kunne forklare det observerte. (Dette er et analytisk aspekt som også påpekes av Brousseau (1997) i hans utlegning av begrepet *didaktisk kontrakt*). Sfard & Kieran (2001) understreker at aktørene selv som regel ikke vil være seg bevisst disse spillene eller reglene, og at disse begrepene derfor bør betraktes som en del av forskerens forklaringsredskaper. For Sfard & Kieran er *meta-discursive rules* et sentralt begrep i argumentasjonen for at matematisk læring bør anses som en initiasjon til en diskurs som kjennetegnes av å være sosialt veldefinert. Dette viser ytterligere et aspekt ved deres begrep som har likhetstrekk med Wittgensteins språkspill. Kommunikasjon knyttes gjennom disse begrepene generelt til en felles sosial praksis. Vi ser altså her konkret hvordan Wittgensteins språkfilosofi kan knyttes til sentrale sosiokulturelle tanker og ideer. I likhet med det som fundamentalt sett ligger til grunn for Wittgensteins begreper om språkspill og livsformer, vil man innenfor sosiokulturell teori epistemologisk legge størst vekt på at matematikk er en menneskelig aktivitet og at det å lære matematikk er ensbetydende med å forbedre og utvide sine evner til å delta i de ulike matematiske diskurser og aktiviteter (Van Oers 2001).

In the case of mathematical activity, certain ways of doing and talking have developed during cultural history. Real mathematics in the classroom is actually participating in this mathematical practice (Van Oers 2001, s. 72).

Og videre:

In the school context, doing and learning mathematics means improving one's abilities to participate in mathematical practice, both the operational part (the symbolic technology of mathematics) and the discursive part (Van Oers 2001, s. 72).

Jeg vil kort oppsummere denne gjennomgangen med igjen å peke på at Wittgenstein, ved å fokusere på hvordan matematiske språkspill fungerer i praksis, kan synes å overskride den tidligere skisserte dikotomien mellom absolutismen og fallibilismen i synet på matematikkens epistemologiske status. Også innenfor sosiokulturell teori, hvor flere forskere konkret har tatt utgangspunkt i Wittgensteins begreper om språkspill og livsformer, er man særlig opptatt av de diskursive aspektene ved matematisk praksis. Det argumenteres her for at læring av matematikk er knyttet til deltakelse i sosialt definerte matematiske diskurser. I min avhandling er disse sosiokulturelle teoretiske betraktningene svært sentrale som grunnlag for de analyser som er blitt utført.

3.2.5 Epistemologi, læringsteorier og undervisning

Finnes det så sammenhenger mellom epistemologiske grunnsyn, matematikdidaktiske læringsteorier og undervisning i matematikk? Igjen vil jeg bemerke at dette er så vidt omfattende spørsmål at jeg her kun vil måtte foreta en skissemessig argumentasjon og for øvrig henviser til mer utfyllende fagdidaktisk litteratur om temaet.

Cobb (2002) argumenterer for at det begås en kategorifeil når epistemologiske posisjoner direkte overføres til spesifikke metoder for undervisning. Han hevder at dette generelt vil gjelde for alle kunnskaps- og læringsteorier. På den annen side kan det argumenteres for at hensikten med utdanningsforskning, som i stor grad vil bygge på ulike epistemologiske grunnsyn, faktisk er å forbedre undervisningspraksis (Colliver 2002). Læreplaner, hvor visse undervisningsmetoder til tider spesifiseres og anbefales (KUF 1996), vil for eksempel i stor grad måtte ta utgangspunkt i teorier om læring som er anerkjent og akseptert, slik dette kommer til uttrykk innenfor den aktuelle og kontemporære utdanningsvitenskapelige diskurs. Tradisjonelle, lærersentrerte undervisningsmetoder har ofte blitt knyttet til behavioristisk læringsteori (Greeno, Collins, & Resnick 1996; Lerman & Zevenbergen 2004).

Konstruktivisme har likeledes blitt brukt til å begrunne undervisningsmetoder som anses for å være elevsentrerte (Sfard 2000; Kjærnsli *et al.* 2004; Carlgren *et al.* 2006). Cobb (2002) mener at direkte anbefalinger av undervisningsmetoder ut fra kunnskapsteorier er meget uheldige, fordi de er basert på ideologi og ikke empiriske analyser av elevenes læringsprosesser. Selv om Cobb her peker på problematiske aspekter ved relasjonen mellom epistemologi og undervisningspraksis, er det vanskelig å se hvordan hans henvisning til nødvendigheten av empiriske analyser løser dette dilemmaet. Slike empiriske analyser vil

også måtte baseres på epistemologiske antakelser, i likhet med den undervisningspraksisen som eventuelt undersøkes. Dette uttrykkes klart i følgende sitat:

All teaching practice supposes an epistemology, a theory of the knowledge it transmits. (Sensevy, Tiberghien, Santini, Laubé, & Griggs 2008, s. 435)

Kjærnsli *et al.* (2004) stiller seg i likhet med Cobb kritisk til det å utlede spesifikke arbeidsformer fra generelle læringsteorier. De hevder at konstruktivistiske ideer i norsk skolesammenheng har blitt tolket i en retning som innebærer en vektlegging av aktivitet, uten at denne aktiviteten i tilstrekkelig grad har vært knyttet til klare læringsmål. En av grunntesene innenfor konstruktivistisk tenkning, at individer (elever) selv konstruerer sin egen kunnskap og forståelse, har blitt brukt for å understøtte slagord som ”ansvar for egen læring” og prioriteringen av individuelle arbeidsformer. Også i evalueringsrapportene av Reform 97 (Klette *et al.* 2003; Alseth *et al.* 2003) påpekes det at det i norske klasserom later til å være mye aktivitet, men at denne aktiviteten i liten grad knyttes til strukturert og systematisk læringsarbeid. Begge disse rapportene poengterer videre at individuell oppgaveløsning later til å være en dominerende arbeidsmåte i matematikkfaget.

Carlgren *et al.* (2006) peker på at det i Skandinavia er en stor forskjell på hvordan pedagogiske ideer har blitt ”oversatt” til pedagogisk praksis i skolen. Særlig i løpet av de to siste tiårene har individualiserte undervisningsmetoder fått stor utbredelse i Sverige og Norge. Innføringen av disse metodene har særlig blitt begrunnet i ønsket om å kunne oppnå pedagogisk differensiering innenfor rammene av enhetsskolen, men har altså ført til et sterkt fokus på individet på bekostning av klassen som en sosial enhet. Carlgren *et al.* (2006) hevder at denne restruktureringen av utdanningssystemet endrer skolens menings- og innholdsrammer ved at ideen om den utdannede samfunnsborgeren erstattes av et konsept hvor individet anses som ansvarlig for sitt eget liv. Arbeidsplaner blir identifisert som en av de faktorene som sterkest bidrar til å individualisere elevenes skolearbeid. Denne individualiseringen medfører at det legges stor vekt på skriftlig dokumentasjon, og bidrar til at de muntlige diskursive aktivitetene i klasserommet får redusert betydning.

Since the amount of time for plenary activities is reduced along with multiple activities going on at the same time, classrooms as collective spaces for knowledge formation are further diminished and changed. (Carlgren et al. 2006, s. 309)

Som denne gjennomgangen illustrerer, argumenterer altså flere skandinaviske utdanningsforskere for at reformpedagogiske tanker, kombinert med konstruktivistisk læringsteori, må anses for å være en viktig årsak til den sterke betoningen av individualistiske

arbeidsformer i norsk skole. Arbeidsplaner betraktes som den enkeltfaktor som kanskje sterkest har bidratt til en individualisering av elevenes arbeid. Det kan altså virke som om tolkningen av konstruktivistiske ideer, sammen med en sterk kritikk og skepsis til bruk av tradisjonelle, lærersentrerte undervisningsmetoder, har bidratt til en utvikling hvor elevene selv blir gitt et større ansvar for egen læring, og hvor individuelle arbeidsmåter prioriteres.

Hvilken sammenheng kan så spores mellom denne tolkningen av konstruktivistisk læringsteori og den fallibilistiske epistemologiske posisjonen? Ernest (1991) argumenterer for at et konstruktivistisk grunnsyn fører til at absolutistiske aksiomer må forkastes og uttrykker videre at dette innebærer en aksept av de fallibilistiske teser. Disse kan syntetiseres i følgende formulering: matematisk kunnskap er menneskeskapt og åpen for uavlatelig revisjon, altså prinsipielt sett "usikker". Det synes å være en viss fare for at slike formuleringer kan tolkes i en retning som medfører at det enkelte individ, her elevene, selv anses for på egen hånd å være i stand til å "konstruere" eller "skape" sin egen matematiske kunnskap, at "anything goes", og å overse de aspektene ved læring av matematikk som framheves innenfor sosiokulturell teori; at læring av matematikk er knyttet til deltakelse i sosialt etablerte matematiske praksiser (Sfard 2000; Van Oers 2001). Bruk av realistiske oppgaver – motivert blant annet av ønsket om å gjøre matematikkundervisningen relevant for elevene – har også blitt kritisert ut fra denne type argumenter. Freudenthal (1973; 1991) anbefaler for eksempel en type matematikkundervisning hvor det legges vekt på at elevene skal arbeide med realistisk baserte matematikkoppgaver og forsøke å løse matematiske problemer ved hjelp av egenutviklede symbolske redskaper. Matematikk betraktes her som *problemløsende menneskelig aktivitet*. Van Oers kritiserer dette matematikksynet for å være reduksjonistisk, og spør:

How could a child ever discover that he or she is doing mathematics, let alone what mathematical argumentation, proof or systemacy implies, by just getting involved with (real life) problems? (Van Oers 2001, s. 64)

Han fullfører sitt resonnement ved å påpeke følgende problem knyttet til dialoger mellom elever overlatt til seg selv:

But still, there is no basis for assuming that children in their dialogue should select per se the mathematically relevant propositions. Dialogues between actually present non-expert pupils lack the criteria to link their own actions to the meanings of the cultural (mathematical) practice. (Van Oers 2001, s. 64)

Waschescio (1998) kritiserer likeledes Cobb og kollegaer (Cobb 1995 ; Cobb & Yackel 1998) for deres påstand om at sosio-matematiske normer utvikles i det enkelte klasserom, dette er å gi elevene en større innflytelse enn de i virkeligheten har (og også burde ha). Waschescio

(1998) påpeker at det gir liten mening å snakke om normer dersom disse må konstitueres på nytt hver gang lærere og elever kommer sammen i klasserommet. Det er derfor problematisk å knytte normer til lokale enheter, uten å bringe inn et mer omfattende sosialt normsystem. De sosio-matematiske normene er knyttet til den sosialt etablert og anerkjente matematiske diskursen. Normer for hva som anses for å være matematisk legitime påstander utformes ikke i det enkelte klasserom. De matematiske tegnene, begrepene og reglene er typiske eksempler på artefakter som konstitueres innenfor et større sosialt univers. Forhandling av mening kan være svært verdifullt for elevers utvikling av matematisk tenkning, men kun dersom dette resulterer i at de intersubjektive, forhandlede meningene blir appropriert og derigjennom blir en integrert del av elevens begrepsmessige forståelse. Også Van Oers (2001) påpeker at menneskers kommunikative ytringer i en bestemt situasjon ikke kun reguleres av de prosessene som utspiller seg i den direkte interaksjonen, men også på bakgrunn av den historisk utviklede kommunikasjonsstilen innenfor den aktuelle *community of practice*. Han hevder videre at dette kommer til syne i lærerens evaluering av uttalelser i klasserommet:

On the basis of their mathematical epistemology, teachers make observations of pupils' activities and select some actions as relevant or not, they value certain actions as "good" or assess others as false or insignificant. Obviously there is some normative idea at stake here about what mathematics really is, or – more modestly formulated – a norm that helps in deciding whether a particular action or utterance may count as "mathematical" or not. (Van Oers 2001, s. 60-61)

Waschescio (1998) hevder at forholdet mellom interaksjon og læring må spesifiseres og at dette i liten grad synes å finne sted når sosial-konstruktivistisk teori anvendes på empiri fra klasserommet. Hun stiller spørsmålene: Hvordan påvirker forhandlingen av mening elevens læring? Hvordan endres elevenes begrepsstrukturer gjennom forhandling? Hun argumenterer for at relasjonen mellom de sosiale prosessene og de indre prosessene eksplisitt må gjøres rede for, og at dette framstår som en "missing link" innenfor sosialkonstruktivistisk teori. I sosiokulturell teori forklares dette forholdet gjennom Vygotskys teori om internalisering. Denne internaliseringen skal presumptivt skje gjennom en interaksjon mellom subjektets eksisterende begreper og det nye begrepet, og foregår gjennom subjektets aktive konstruksjon av dette nye begrepet (Waschescio 1998).

I dette delkapitlet har det blitt påpekt at det synes svært problematisk å utlede spesifikke arbeids- og undervisningsmetoder direkte fra generelle læringsteorier. Like fullt har det blitt hevdet at det eksisterer en nær sammenheng mellom læringsteorier – tolkninger av disse – og konkret undervisningspraksis. Innenfor sosiokulturell teori knyttes læring i matematikk til

innføring i eksisterende matematiske diskurser og praksiser. Det vil heller ikke med bakgrunn i denne læringsteorien kunne gis noen eksplisitt ”oppskrift” på hvilke undervisningsmetoder som bør anvendes i matematikk. Som Niss (2007) påpeker, har man innenfor matematikdidaktisk forskning lyktes bedre med å påvise og forklare hvorfor visse undervisningsmetoder ikke fungerer, enn å begrunne det motsatte. Likevel vil det kunne hevdes at dersom elevene skal kunne lære matematikk, det vil si utvide sitt diskursive repertoar innen matematikk, må de få anledning til å delta i matematisk relevante diskurser, eller språkspill. Det vil da være viktig at læreren sørger for at samtalene i klasserommet er knyttet til de sosialt etablerte matematiske språkspillene (Waschescio 1998; Sfard 2000; 2001; Sfard & Kieran 2001; Van Oers 2001).

At least one of the persons involved must have the attitude of acting according to the meta-rules, of operating systematically, critically, non-contradictorily, and of looking for proofs and for forms of symbolization. In fact, this mathematical attitude is the interiorized tendency of the meta personal dynamics of the mathematical speech genre that has developed in the history of a particular community. (Van Oers 2001, s. 68)

Som det framgår av tidligere argumentasjon, vil det ut fra sosiokulturell læringsteori også være viktig at individuelt arbeid ikke ensidig prioriteres på bekostning av kollektive diskurser i klasserommet. Dette samsvarer for øvrig med nyere klasseromsforskning som knytter elevenes læringsresultater til kvaliteten ved lærerens interaksjon med elevene, spesielt lærerens systematiske bruk av klasseromssamtaler og ”higher order questions” (Klette 2003).

4. KONKLUSJON

4.1. *Mitt forskningsarbeid*

Min konklusjon består av tre ulike deler. Mitt viktigste anliggende er å oppsummere mitt arbeid og mine funn i relasjon til egne spesifikke forskningsspørsmål. Sekundært vil jeg imidlertid også kort redegjøre for hvordan mitt arbeid har bidratt til å belyse de overordnede forskningsspørsmålene for hele prosjektet PISA+. Avslutningsvis vil jeg vurdere verdien av mitt forskningsprosjekt i relasjon til generelle mål og ambisjoner for matematikdidaktisk forskning, som formulert av Niss (2007).

4.1.1 **Mitt forskningsarbeid i relasjon til egne forskningsspørsmål**

Mine tre artikler er alle relatert til en drøfting av ulike læringsverktøy i matematikk, og de analytiske perspektivene som benyttes, er hovedsakelig forankret i sosiokulturell teori.

I artikkel I argumenterer jeg for at visse reformpedagogiske og læringsteoretiske ideer synes å ha motivert bruken og utformingen av arbeidsplaner i grunnskolen. Jeg viser videre hvordan arbeidsplaner later til å løse visse didaktiske og pedagogiske utfordringer i skolen, men at bruken av denne artefakten genererer nye kontradiksjoner som synes problematiske i et matematikdidaktisk perspektiv. I artikkel II argumenterer jeg for at bruk av arbeidsplaner endrer den *didaktiske kontrakten* (Brousseau 1997) mellom lærer og elev, og at visse aspekter ved den nye didaktiske kontrakten som forhandles fram, kan redusere elevenes *opportunity to learn* (Hiebert *et al.* 2007). Jeg gir i begge disse artiklene flere eksempler på hvordan elevenes bruk av arbeidsplan synes å mediere aktivitetene i matematikklasserommet, og beskriver likeledes det jeg anser for å være noen av de mest problematiske konsekvensene for elevenes læringsarbeid i matematikk. Blant annet peker jeg på at bruk av arbeidsplaner synes å lede til at elevene opplever det som svært viktig å *bli ferdig* med de angitte matematikkoppgavene, det vil si ha gjort alle oppgavene på planen, men at derimot læringsmålene får liten oppmerksomhet. Ved at det i tillegg er mulig å *gjøre seg ferdig* med matematikkoppgavene i løpet av en dag eller to, velges det kontinuerlige arbeidet med faget av mange elever bort. Dette er et valg som forsterkes og legitimeres gjennom bruken av arbeidsplan. Matematisk læring som utvikling av matematisk kompetanse gjennom kontinuerlig arbeid med faget, får slik sett svakere vekstvilkår.

At det fokuseres på det å bli ferdig med matematikkoppgavene, og ikke på læringsmålene knyttet til de ulike temaene som det arbeides med, kan knyttes til Wartofsky's (1979) distinksjon mellom sekundære og tertiære artefakter.

En annen viktig konsekvens av bruk av arbeidsplan er at skriftlig individuelt arbeid synes å få en uforholdsmessig stor og dominerende plass i elevenes matematikkfaglige praksis. Dette funnet synes å harmonere godt med andre skandinaviske skoleforskeres identifisering av arbeidsplaner som en av de faktorene som sterkest bidrar til å individualisere elevenes skolearbeid (Carlgren *et al.* 2006). Jeg har videre argumentert for at en slik prioritering av individuelt arbeid finner liten støtte i ledende matematikdidaktiske læringsteorier. Særlig innenfor sosiokulturell læringsteori legges det vekt på de kollektive aspektene ved læring, at kunnskap og læring er situert og vokser fram gjennom deltakelse i sosiale praksiser (Säljö 2006).

I artikkel III drøftes problemstillinger knyttet til læring av matematikk i relasjon til bruken av hverdagsrelaterte matematikkoppgaver og ulike samtaleformer. Analyser av dialogen mellom to elever som blir satt til å drøfte hverdagsrelaterte matematikkoppgaver, viser at de i liten grad evner å relatere sine innspill til en matematisk diskurs. Dialogen dem imellom karakteriseres først og fremst av å være en del av en ordinær hverdagsdiskurs, med liten matematikkfaglig relevans. I den lærerstyrte helklassesamtalen observeres derimot et annet mønster. Gjennom å knytte sine spørsmål om de dagsaktuelle temaene til et matematisk vokabular, og ved personlig å gjenta, eller reformulere, det hun anser for å være matematikkfaglige verdifulle elevyttringer, sørger læreren for at samtalen relateres til den sosialt etablerte matematiske diskursen. Analysene av disse to ulike diskursive kontekstene, pararbeid og helklassesdiskusjon, illustrerer Van Oers' (2001) poeng om hvor viktig det er at minst en av deltakerne i samtalen evner å bringe inn matematiske gyldige begreper og argumenter, slik at dialogen får matematikkfaglig relevans. Det er stor enighet blant matematikdidaktiske forskere om at matematiske samtaler kan være et utmerket redskap for læring. Sfard (2000) hevder imidlertid at disse samtalen må fylle visse kvalitetskriterier for å kunne være læringsfremmende. Det matematiske innholdet må sikres ved at samtalen knyttes til den sosialt utviklede matematiske diskurs.

4.1.2 Mitt forskningsarbeid i relasjon til de overordnede forskningsspørsmålene i PISA+

Analysene i mine artikler synes også å være relevante i forhold til de overordnede forskningsspørsmålene for PISA+, noe jeg i det følgende vil eksemplifisere. Jeg vil imidlertid igjen minne om at vårt utvalg av klasser og elever ikke er tilfeldig i statistisk forstand, og at vi derfor ikke uproblematisk kan generalisere våre funn til å gjelde en større elevpopulasjon. Som det argumenteres for i kapittel 1.2.4 og 2.6.2, er det likevel grunn til å anta at de temaene som behandles i mine artikler er aktuelle, og at analysene følgelig har relevans også utenfor de klassene som er med i vårt utvalg. Argumentasjonen under må ses i lys av dette.

Først ad forskningsspørsmål P1:

P1) Hvordan kan vi forstå og fortolke det generelle mestringsnivået og mønstrene i de norske PISA-funnene?

Ett av de funnene som regnes som problematiske i PISA, er at spredningen for norske elever er større enn forventet i alle fag, inkludert matematikk (Kjærnsli *et al.* 2004; 2007). Sett i et internasjonalt perspektiv, er denne spredningen i liten grad knyttet til hvilken skole elevene går på, variansen er mest framtrædende innad i den enkelte skole (Kjærnsli *et al.* 2004; 2007). Mine analyser (artikkel II) antyder blant annet at elever i ulik grad velger fornuftige strategier i forhold til det å jobbe ut fra arbeidsplan. Dette kan bidra til å aksentuere allerede etablerte forskjeller mellom elever og dermed være med på å skape det mønsteret som altså avtegner seg i PISA. Ytterligere forskning er imidlertid nødvendig for å kunne dokumentere en slik hypotese. Det ville for eksempel være interessant om PISA 2009/2112 i sine spørreskjemaer for Norge inkluderte et konstrukt knyttet til bruk av arbeidsplan.

Et annet funn som klassifiseres som problematisk i PISA, er fallende elevprestasjoner i alle involverte fag, også matematikk (Kjærnsli *et al.* 2007). Både i artikkel I og artikkel II peker jeg på aspekter ved bruk av arbeidsplan som kan synes problematiske i forhold til elevenes *opportunity to learn* (Hiebert *et al.* 2007). Økende grad av individualisering, uklare ansvarsforhold mellom lærer/elev og lavt læringstrykk er blant de faktorene som identifiseres som hemmende for elevenes muligheter til å øke sin matematiske kompetanse.

Ad forskningsspørsmål P2 i PISA+:

P2) Hvordan kan vi forstå de pedagogiske prosessene som er med på å forme disse resultatene?

Min PhD-avhandling er i sin helhet rettet mot matematikkfaget, og analysene i mine artikler vil følgelig være særlig relevante for å forstå de pedagogiske prosessene som ligger bak PISA-resultatene i dette faget. (Arbeidsplaner brukes også i de andre fagene, men hvilke konsekvenser dette har for elevenes arbeid og resultater i disse fagene, krever egne analyser.) Jeg har argumentert for at arbeidsplaner er en viktig medierende artefakt for læringsarbeidet i våre observerte matematikklasserom. I tillegg bekrefter funn fra andre klasseromsstudier at bruk av arbeidsplaner nå er svært utbredt i norsk skole (Carlgren *et al.* 2006; Klette 2007). Det synes derfor svært viktig å øke vår forståelse av hvordan bruken av dette verktøyet påvirker de pedagogiske prosessene i klasserommet. For å kunne lykkes med dette, synes en forutsetning å være at vi gjennom nitidige empiriske observasjoner, og innenfor et teoretisk rammeverk, foretar grundige analyser av de ulike aspektene ved denne artefakten. En viktig ambisjon for mitt arbeid har vært å bidra til å rette søkelyset mot hvordan arbeidsplan medierer de pedagogiske prosessene i klasserommet, og i lys av dette peke på noen av de betydelige utfordringer som bruk av arbeidsplan i matematikk medfører (jfr. de faktorene som ble påpekt mot slutten av forrige avsnitt).

Ad forskningsspørsmål P3 i PISA+:

P3) Hvordan kan vi omforme noen av PISA-funnene til konkrete forslag for å forbedre norsk utdanning og opplæring i et perspektiv på livslang læring?

Gjennom de analysene som jeg har foretatt i forhold til egne problemstillinger, trekkes visse aspekter ved bruk av arbeidsplan fram som problematiske i forhold til elevenes muligheter for å lære matematikk. Dette betegnes som utfordringer relatert til bruken av arbeidsplaner i faget. Selv om det av dette ikke direkte kan utledes noen *konkrete forslag for å forbedre norsk utdanning*, slik dette formuleres i denne problemstillingen i PISA+, innebærer det et forslag om å ta disse utfordringene på alvor, så vel i den fagdidaktiske som i den skolepolitiske debatten rundt matematikkfaget.

Avslutningsvis vil jeg tilføye at analysene som blir gjort i artikkel III, vil kunne bidra til å sette lys på utfordringer knyttet til bruk av hverdagsrelaterte matematikkoppgaver i tilknytning til ulike diskursive settinger. Slik sett vil også innholdet i denne artikkelen kunne danne utgangspunkt for didaktiske refleksjoner og diskusjoner, for eksempel innenfor lærerutdanningen, med sikte på en forbedret matematikkundervisning.

4.1.3 Mitt forskningsarbeid i relasjon til grunnleggende mål for matematikdidaktisk forskning

Niss (2007) framhever følgende grunnleggende motiv for matematikdidaktisk forskning:

We do research on the teaching and learning of mathematics because there are far too many students of mathematics, from kindergarten to university, who get much less out of their mathematical education than would be desirable for them and for society. We believe that they could learn much more, and in much better ways, if the conditions and circumstances for teaching and learning were different (s. 1293).

Niss påpeker videre at vi gjennom matematikdidaktisk forskning ønsker å finne ut *hvorfor* eleven ikke får nok ut av matematikkundervisningen og *hva* vi kan gjøre for å bøte på situasjonen. Han skisserer videre en utopisk situasjon hvor vi har funnet svaret på alle våre viktigste spørsmål innen fagfeltet. To av de spørsmålene vi da vil ha svaret på, er henholdsvis hvordan matematisk læring finner sted, og hvordan matematikkundervisning kan bidra til å støtte individers og gruppers optimale læring av matematikk, ut fra deres egne behov og potensial. De målene og motivene for matematikdidaktisk forskning som Niss gjennom sine framtidsvisjoner slik beskriver, er det ikke vanskelig å enes om. Jeg vil derfor avslutningsvis forsøke å beskrive hvordan mitt arbeide kan vurderes i forhold til disse enkelt formulerte, men samtidig ambisiøse målsetningene.

I to av mine artikler peker jeg på problematiske aspekter ved bruk av arbeidsplan, som økt grad av individualisering av det matematikkfaglige arbeidet, uklare ansvarsforhold mellom lærer/elev, legitimering av uheldige valg av arbeidsstrategier, og lavt læringstrykk. Slik har jeg belyst visse sider ved matematikkundervisningen i de observerte klasserommene som kan bidra til å forklare hvorfor elever her ikke får nok ut av matematikkundervisningen (jfr. ett av spørsmålene til Niss). Mitt arbeid vil forhåpentligvis kunne føre til en øket offentlig interesse for problemstillinger knyttet til bruk av arbeidsplan som læringsverktøy, og til en ytterligere forskningsinnsats rundt dette temaet.

I artikkel III drøftes bruk av hverdagsrelaterte matematikkoppgaver i relasjon til ulike typer diskurser i klasserommet. Det pekes her på at elevene uten assistanse lett havner i en type hverdagsdiskurs med liten matematisk relevans, og at læreren må sikre at elevenes dialoger knyttes til sosialt etablerte matematiske diskurser. Hvis ikke læreren lykkes med dette, vil denne elevaktive, dialogiske arbeidsmetoden kunne ende opp med å bli det som Sfard (Sfard *et al.* 1998) kaller ”*a waste of time*”. Artikkel III er slik sett et bidrag til den fagdidaktiske debatten omkring så vel bruk av hverdagsrelaterte oppgaver i matematikk, som anvendelse av

ulike typer diskurser i klasserommet. Dette er temaer nært knyttet til *hvorfor-* og *hva-* spørsmålene til Niss.

Ut fra argumentasjonen over, vil jeg derfor anse mitt arbeid i denne avhandlingen for å være et bidrag til å besvare de to spørsmålene Niss (2007) stiller i det refererte sitatet, nemlig:

- Hvorfor får ikke elevene nok ut av matematikkundervisningen i skolen?
- Hva kan vi gjøre for å bøte på situasjonen?

Disse spørsmålene er for øvrig nært knyttet til så vel de overordnede forskningsspørsmålene i PISA+, som forskningsspørsmålene for mitt eget prosjekt, presentert i kap. 1.3.3.

Gjør vi som Niss (2007), og retter fokuset mot det vi som matematikdidaktiske forskere ønsker skal være framtidens scenario, vil Van Oers (2001) formulering under uttrykke det som ifølge også mine analyser synes å burde bli det første betydelige skritt:

For the educational agenda we may conclude now that the further improvement of mathematics education requires that pupils be enticed by the teacher to take part in a mathematical practice and especially in mathematical discourse within that practice. (Van Oers 2001, s. 81)

Noter

¹ I vårt prosjekt har vi valgt å kalle de to elevene som spesifikt filmes i hver time, og deretter intervjues, for ”fokusgruppe”. Likeledes kalles kameraet som filmer dem for ”fokusgruppekameraet”. Vi har valgt å gjøre dette av mangel på bedre uttrykk, men er klar over at det ikke er i tråd med bruken av begrepet innenfor kvalitativ pedagogisk forskningstradisjon. Der benyttes dette begrepet først og fremst for uformelle grupper på 6-12 personer som dybdeintervjues av en forsker. Se for eksempel Vaughn, Schumm & Sinagub (1996).

Referanser

- Alexander, R. (2000). *Culture & Pedagogy – International Comparisons in Primary Education*. Malden, MA: Blackwell Publishing.
- Alseth, B., Breiteig, T. & Brekke, G. (2003). *Evaluering av Reform 97. Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering – matematikkfaget som kasus*. Notodden: Telemarksforskning-Notodden.
- Arnesen, N. & Ødegaard, M. (2005). *Categories for video analysis of science classroom activities*. Oslo: University of Oslo.
- Aristoteles (1961). *Metaphysics*. New York, NY: Everyman's Library.
- Angrosino, M. V. & Perez, K. A. M. d. (2003). Rethinking observation – From Method to Context. I Denzin, N.K. & Lincoln, Y. S. (red.), *Collecting and Interpreting Qualitative Materials*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Barth, F. (1972). Introduction. I Barth, F. (red.): *The Role of the Entrepreneur in Social Change in Northern Norway*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Bartolini Bussi, M., G. (1998): Joint activity in mathematics classrooms: A Vygotskian Analysis. In Seeger, F., Voigt, J. & Waschescio, U. (red.), *The Culture of the Mathematics Classroom*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bauersfeld, H: (1995). "Language Games" in the Mathematics Classroom: Their Function and Their Effects. I P. Cobb & H. Bauersfeld (red.), *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Bergem, T. (1994). *Tjener – aldri herre. Om lærerutdanning og yrkesetiske holdninger*. Trondheim: Dr. philos avhandling, Pedagogisk institutt, Universitetet i Trondheim.
- Berger, P. L. & Luckmann, T. (1967). *The Social Construction of Reality*. New York, NY: Doubleday.
- Bourdieu, P. & Wacquant, L. J. D. (1993). *Den kritiske ettertanke: grunnlag for samfunnsanalyse*. (Oversatt og med tillegg av Bjørn Nic. Kvalsvik.) Oslo: Samlaget.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Carlgren, I., Klette, K., Myrdal, S. Schnack, K. & Simola, H. (2006). Changes in Nordic Teaching Practises: From individualised teaching to the teaching of individuals. *Scandinavian Journal of Educational Research, Vol. 50(3)*, s. 301-306.
- Christiansen, T. (2007). "Big brother" i klasserommet. Med video som verktøy for klasseromsforskning i PISA+. Oslo: Hovedfagsoppgave i realfagsdidaktikk ved ILS, UIO.
- Clarke, D. (2000). *The Learner's Perspective Study. Research Design*. Melbourne: University of Melbourne.
- Clarke, D., Keitel, C., & Shimizu, Y. (Eds.) (2006a). *Mathematics Classrooms in Twelve Countries: The Insider's Perspective*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Clarke, D., Emanuelsson, J., Jablonka, E. & Chee Mok, I. A. (red), (2006b). *Making Connections: Comparing Mathematics Classrooms Around The World*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Cobb, P. (1995). Mathematical Learning and Small-Group Interaction: Four Case Studies. I P. Cobb, & H. Bauersfeld (red), *The Emergence of Mathematical Meaning*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P. (2002). Theories of knowledge and instructional design: A response to Colliver. *Teaching and Learning in Medicine, Vol 14 (1)*, s. 52-55.

- Cobb, P. (2007). Putting Philosophy to Work. Coping with Multiple Theoretical Perspectives. I F. K. Lester Jr. (red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics, Information Age Publishing.
- Cobb, P., & Bauersfeld, H. (red.) (1995). *The Emergence of Mathematical Meaning*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Reflective Discourse and Collective Reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol 28(3), s. 258-277.
- Cobb, P. & Yackel, E. (1998). A constructivist perspective on the culture of the mathematics classroom. I F. Seeger, J. Voigt & U. Waschescio (red), *The Culture of the Mathematics Classroom*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Cobb, P., Yackel, E. & McClain, K. (red.) (2000). *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cohen, H. (1871). *Kants Theorie der Erfahrung*. Berlin: Ferd. Dümmler.
- Colliver, J. A. (2002). Constructivism: The View of Knowledge That Ended Philosophy or a Theory of Learning and Instruction? *Teaching and Learning in Medicine*, Vol 14(1), s. 49-51.
- Coplestone, F. (1962). *A History of Philosophy*, Volume 1(1). New York, NY: Image Books.
- Coplestone, F. (1963): *A History of Philosophy*, Volume 4. New York, NY: Image Books.
- Coplestone, F. (1964): *A History of Philosophy*, Volume 6(2). New York, NY: Image Books.
- Crocker, L. & Algina, J. (1986). *Introduction to Classical and Modern Test Theory*. Forth Worth, TX: Harcourt Brace Jovanovich College Publishers.
- Depaepe, F., De Corte, E. & Verschaffel, L. (2007). Unraveling the culture of the mathematics classroom: A video-based study in sixth grade. *International Journal of Educational Research*, Vol 46(5), s. 266-279.
- Dummett, M. (1977). *The Elements of Intuitionism*. Oxford: Oxford University Press.
- Ebel, R.L. & Frisbie, D. A. (1991). *Essentials of Educational Measurement*. Englewood Cliffs, NJ:Prentice Hall.
- Engeström, Y. (1987). *Learning by Expanding: An Activity-Theoretical Approach to Developmental Research*. Helsinki: Orienta-Konsultit.
- Engeström, Y. (1998). Reorganizing the motivational sphere of classroom culture: An activity-theoretical analysis of planning in a teacher team. In F. Seeger, J. Voigt & U. Waschescio (red), *The Culture of the Mathematics Classroom*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Engeström, Y. (1999): Activity theory and individual and social transformation. In Y. Engeström, R. L. Punamaki-Gitai, & R. Miettinen (red), *Perspectives on activity theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Engeström, Y., Miettinen R. & Punamaki-Gitai, R. L. (red.) (1999): *Perspectives on Activity Theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Eriksson, I. (2007). *Decentralized Teaching: A New Division of Labour Between Teachers and Students*. Paper presented at the fourth Nordic Conference on Cultural and Activity Research, June 15-17, 2007. Oslo, Norway.
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. Hampshire: The Falmer Press.
- Ernest, P. (1993). Conversation as a metaphor for mathematics and learning. *Proceedings of the BSRLM Day Conference*. Manchester: Manchester Metropolitan University.
- Ernest, P. (1998). *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*. Albany, NY: SUNY Press.

- Ernest, P. (2000). Why Teach Mathematics? I J. White & S. Bramall (red.), *Why learn Maths?* London: London University Institute of Education.
- Ewald, W. (ed.) (1996). *From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics. Vol. 2.* Oxford: Clarendon Press.
- Fernandez, C. & Yoshida, M. (2004). *Lesson Study, A Japanese Approach to Improving Mathematics Teaching and Learning.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Feuerabend, P. (1975). *Against Method.* London: Thetford Press Limited.
- Fog, J. (2004). *Med samtalen som udgangspunkt. Det kvalitative forskningsinterview.* København: Akademisk Forlag.
- Foucault, M. (1977). *Discipline and Punish: the birth of the prison.* London: Penguin Books.
- Foucault, M. (1980). Two Lectures. I Colin Gordon (red.), *Power/Knowledge: Selected Interviews and other writings 1972-1977.* Brighton: Harvester Press.
- Frege, G. (1893). *Grundgesetze der Arithmetik.* Utvalgte deler oversatt i M. Furth, (red.) (1964), *Gottlob Frege: The Basic Laws of Arithmetic.* Berkeley: University of California Press.
- Frege, G. (1971). *On the Foundations of Geometry and Formal Theories of Arithmetic.* New Haven: Yale University Press.
- Freud, S. (1963). *Therapy and Technique.* New York, NY: Collier.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: D. Reidel.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Gerrard, S. (1996). A Philosophy of Mathematics Between Two Camps. I H. Sluger, & D. G. Stern, (red.), *The Cambridge Companion to Wittgenstein.* Cambridge: Cambridge University Press.
- Glaserfeld, E. von (1984). An Introduction to Radical Constructivism. I P. Watzlawick (red), *The Invented Reality.* New York, NY: W. W. Norton & Company.
- Glaserfeld, E. von (1995). A Constructivist Approach to Teaching. I L. P. Steffe & J. Gale (red), *Radical Constructivism in Action. Building on the Pioneering Work of Ernst von Glasersfeld.* London: Routledge Falmer.
- Gravemeijer, K. P. E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education.* Utrecht: Freudental Institute.
- Greeno, J. G. (1997). On claims that answer the wrong questions. *Educational Researcher, Vol. 26(1),* s. 5-17.
- Greeno, J. G. (1998): The Situativity of Knowing, Learning and Research. I *American Psychologist, Vol. 53(1),* s. 5-26.
- Greeno, J. G., Collins, A. M. & Resnick, L. B. (1996). Cognition and Learning. I D. Berlinger & R. Calfee (red.), *Handbook of Educational Psychology.* London: Prentice Hall Int.
- Grønmo, L. S., Bergem, O. K., Kjærnsli, M., Lie, S. & Turmo, A. (2004). *Hva i all verden har skjedd i realfagene? Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2003.* Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Universitetet i Oslo.
- Gudmundsdottir, S. (1998). ”Skarpt er gjestens blikk – Den fortolkende forsker i klasserommet”. I Klette, K. (red.), *Klasseromsforskning på norsk.* Oslo: Ad Notam Gyldendal.
- Gödel, K. (1992). *On formally undecidable propositions of Principia mathematica and related systems.* New York, NY: Dover Publications.

- Hammersley, M. (1992). *What's wrong with ethnography?: Methodological explorations*. London: Routledge.
- Hammersley, M. & Atkinson, P. (1983). *Ethnography: principles in practice*. London: Tavistock.
- Haug, P. (2003). *Evaluering av Reform 97: sluttrapport frå styret for evaluering av Reform 97*. Oslo: Norges forskningsråd.
- Haug, P. (2004). Sentrale resultat frå evalueringa av Reform 97. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, Vol. 88(4), s. 248-263.
- Hiebert, J. & Wearne, D. (1993). Instructional Tasks, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second Grade Arithmetic. *American Educational Research Journal*, Vol. 30(2), s. 393-425.
- Hiebert, J. (Med 15 kollegaer). (2003). *Teaching Mathematics in Seven Countries. Results From the TIMSS 1999 Video Study*. National Center for Education Statistics, U.S. Department of Education.
- Hiebert, J. & Grouws, D. A. (2007). The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students' Learning. I F. K. Lester Jr. (red), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics. Information Age Publishing.
- Hume, D. (1978). *A Treatise of Human Nature*. London: Collins.
- Imsen, G. (2003). *Skolemiljø, læringsmiljø og elevutbytte: en empirisk studie av grunnskolen 4., 7., og 10. Trinn*. Trondheim: Tapir akademisk forlag.
- Johansson, M. (2006). Textbooks as instruments. Three teachers' way to organize their mathematics lessons. *Nordisk Matematikk Didaktikk*, Vol. 11(3).
- Kant, I. (1965). *Immanuel Kant's Critique of Pure Reason*. New York, NY: St. Martin's press.
- KD. (2006). *Et felles løft for realfagene. Strategi for styrking av realfagene 2006-2009*. Midlertidig utgave 2006. http://odin.dep.no/filarkiv/282823/Et_felles_loft_for_realfagene.pdf.
- Keesing, R. M. (1976). *Cultural Anthropology, A Contemporary Perspective*. New York, NY: Holt, Rinehart & Winston.
- Keitel, C. & Kilpatrick, J. (1999). The rationality and irrationality of international comparative studies. I G. Kaiser, E. Luna & I. Huntley (red.), *International comparisons in mathematics education*. London: Falmer Press.
- Kieran, C., Forman, E. & Sfard, A. (red.)(2002). *Learning discourse: Discursive approaches to research in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Kilpatrick, J. (1987). What Constructivism Seems to Be. I *Proceedings of the 11th PME, Vol 1*, s. 6-26.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (red.) (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington DC: National Academy Press.
- Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R.V., Roe, A. & Turmo, A. (2004). *Rett spor eller ville veier? Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2003*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R.V., & Roe, A. (2007). *Tid for tunge løft. Norske elevers kompetanse i naturfag, lesing og matematikk i PISA 2006*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Klette, K. (1998): "Klasseromsforskning – i spenningsfeltet mellom systematisk observasjon og etnografiske nærstudier". I Klette, K. (red.), *Klasseromsforskning på norsk*. Oslo: Ad Notam Gyldendal.

- Klette, K. (red.) (2003): *Klasserommets praksisformer etter Reform 97*. Oslo: Pedagogisk forskningsinstitutt, Universitetet i Oslo.
- Klette, K. (2004). Lærerstyrt kateterundervisning fremdeles dominerende? Aktivitets- og arbeidsformer i norske klasserom etter Reform 97. I K. Klette (red.), *Fag og arbeidsmåter i endring? Tidbilder fra norsk grunnskole*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Klette, K. (2007). Bruk av arbeidsplaner i skolen – et hovedverktøy for å realisere tilpasset opplæring? *Norsk Pedagogisk Tidsskrift, Vol. 91(4)*, s. 344-358.
- Klette, K., Lie, S., Anmarkrud, Ø., Arnesen, N., Bergem, O.K., Ødegaard, M. & Zachariassen, J.R. (2005). *Categories for video analysis of classroom activities with a focus on the teacher*. Oslo: University of Oslo.
- Klette, K., Lie, S., Ødegaard, M., Anmarkrud, Ø., Arnesen, N., Bergem, O.K. & Roe, A. (2008). *PISA+: Lærings- og undervisningsstrategier i skolen*. Oslo: Norges forskningsråd.
- Kleven, T. A. & Strømnes, Å. L. (1998): Systematisk observasjon som tilnærming til klasseromsforskning. I Klette, K. (red.), *Klasseromsforskning på norsk*. Oslo: Ad Notam Gyldendal.
- KUF. (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.
- Kuhn, T.S. (1970). *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Kunter, M. & Baumert, J. (2005). Linking TIMSS to research on learning and instruction: A re-analysis of the German TIMSS and TIMSS videodata. I S. J. Howie & T. Plomp (red.), *Learning mathematics and science: Lessons learned from TIMSS*. Leiden: Routledge Falmer.
- Kunter, M. & Baumert, J. (2006). Who is the expert? Construct and criteria validity of student and teacher ratings of instruction. *Learning Environments Research, Vol 9(3)*, s. 231-251.
- Kvale, S. (1997). *Det kvalitative forskningsintervju*. Oslo: Ad Notam Gyldendal.
- Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lakatos, I. (1979). *Proofs and Refutations. The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lehmke, L. J. (2003). *Talking Science: Language, learning, and values*. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.
- Leont'ev, A. N. (1978): *Activity, consciousness, and personality*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Leont'ev, A. N. (1981): *Problems of the development of the mind*. Moscow: Progress Publishers.
- Lerman, S. (1994). Articulating theories of mathematics learning. I P. Ernest (red.), *Constructing mathematical knowledge: Epistemology and mathematics education*. Washington, DC: Falmer Press.
- Lerman, S. (1996). Intersubjectivity in mathematics learning: A challenge to the radical constructivist paradigm? *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 27(2)*, s. 133-150.
- Lerman, S. (1998). Cultural perspectives on mathematics and mathematics teaching and learning. I F. Seeger, J. Voigt & U. Waschescio (red.), *The Culture of the Mathematics Classroom*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lerman, S. (2000a). A Case of Interpretation of *Social*: A Response to Steffe and Thompson. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 31(2)*, s. 210-227.

- Lerman, S. (2000b). The Social Turn in Mathematics Education Research. I J. Boaler (red.), *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning*. London: Ablex Publishing.
- Lerman, S. (2006). Cultural Psychology, Anthropology and Sociology: The Developing “Strong” Social Turn. I J. Maasz & W. Schloeglmann (red.), *New Mathematics Education Research and Practice*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Lerman, S. & Tsatsaroni, A. (2003). *A sociological description of changes in the intellectual field of mathematics education research: Implications for the identities of academics*. <http://myweb.lsbu.ac.uk/~lerman/ESRCProjectHOMEPAGE.html>
- Lerman, S. & Zevenbergen, R. (2004). The Socio-Political Context of the Mathematics Classroom: Using Bernstein’s Theoretical Framework to Understand Classroom Communication. I P. Valero & R. Zevenbergen (red.), *Researching the socio-political dimensions of mathematics education. Issues of power in theory and methodology*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Lie, S., Kjærnsli, M. & Brekke, G. (1997). *Hva i all verden skjer i realfagene? Internasjonalt lys på trettenåringers kunnskaper, holdninger og undervisning i norsk skole TIMSS 1995*. Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Universitetet i Oslo.
- Lie, S., Kjærnsli, M., Roe, A. & Turmo, A. (2001). *Godt rustet for framtida? Norske 15-åringers kompetanse i et internasjonalt perspektiv*. Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling, Universitetet i Oslo.
- Locke, J. (1959). *An Essay Concerning Human Understanding*. (Abridged and edited by Raymond Wilburn.) London: J. M. Dent.
- Lofland, J. & Lofland, L. H. (1984). *Analyzing social settings: a guide to qualitative observation and analysis*. Belmont, CA: Wadsworth.
- Lyngdal, L.E. & Rønning, R. (1975). *Vitenskapskritikk*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Mason, J. (1996). *Qualitative Researching*. London: Sage.
- Maasz, J. & Schloeglmann, W. (2006). Introduction. I J. Maasz & W. Schloeglmann (red.), *New Mathematics Education Research and Practice*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Maxwell, J. A. (2004). Causal Explanation, Qualitative Research, and Scientific Inquiry in Education. *Educational Researcher*, Vol. 33(2), s. 3-11.
- Merrick, T. (2006): What Frege Meant When He Said: Kant is Right about Geometry. I *Philosophica Mathematica Vol. III*(14), s. 44-75.
- Moen, Kjell G. (2004). *Nye arbeidsplaner for den aktive elev*. Drøbak: KGM-produksjon.
- Mortimer, E. F. & Scott, P. H. (2003). *Meaning Making in Secondary Science Classrooms*. Philadelphia: Open University Press.
- National Research Council (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics. J. Kilpatrick, J. Swafford & B. Findell (red), *Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education*. Washington, DC: National Academy Press.
- Niss, M. (1996). Goals of Mathematics Teaching. I A. J. Bishop (red.), *The International Handbook of Mathematics Education, Vol. I*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Niss, M. (2007). Reflections on the State of and Trends in Research on Mathematics Teaching and Learning. I F. K. Lester Jr. (red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics, Information Age Publishing.
- Nunes, T. (1999). Mathematics Learning as the Socialization of the Mind. *Mind, Culture, and Activity*, Vol. 6(1), s. 33-52.

- OECD (2000). *Measuring Student Knowledge and Skills – The PISA 2000 Assessment of Reading, Mathematical, and Scientific Literacy*. Paris: OECD Publications.
- OECD: (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science, and Problem Solving Knowledge and Skills*. Paris: OECD Publications.
- OECD (2006). *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy. A framework for PISA 2006*. Paris: OECD Publications.
- OECD. (2007). *Education at a Glance*. Paris: OECD Publications.
- Pauli, C., Reusser, K. & Grob, U. (2007). Teaching for understanding and/or self-regulated learning. A video-based analysis of reform-oriented mathematics instruction in Switzerland. *International Journal of Educational Research*, Vol. 46(5), s. 294-305.
- Pelto, P. J. & Pelto, G. H. (1978). *Anthropological Research, The Structure of Inquiry*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Peters, M. (2002). Wittgenstein, Education and the Philosophy of Mathematics. *Theory and Science*, Vol. 3(3). <http://theoryandscience.icaap.org/content/vol003.002/peters.html> (Besøkt 20.08.08).
- Phillips, D. C. (1995). The Good, the Bad, and the Ugly: The Many Faces of Constructivism. *Educational Researcher*, Vol 24(7), s. 5-12.
- Piaget, J. (1930). *The Child's Conception of the World*. New York, NY: Harcourt, Brace and World.
- Popper, K. (1959). *The Logic of Scientific Discovery*. New York, NY: Basic Books.
- Putnam, H. (2000). Rethinking Mathematical Necessity. I Crary, A. & Read, R. (red.), *The New Wittgenstein*. London & New York, NY: Routledge.
- Renshaw, P. (1996). A Sociocultural View of the Mathematics Education of Young Children. I H. Mansfield, N. A. Pateman & N. Bednarz, (red.), *Mathematics for Tomorrow's Children. International Perspectives on Curriculum*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Richards, J. (1991). Mathematical discussions. I E. Von Glasersfeld (red.), *Radical constructivism in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Rimmele, R. (2002). *Videograph*. Kiel: IPN, Universitetet i Kiel. Nettadresse: http://www.ipn.uni-kiel.de/projekte/video/en_vgfenster.htm. (Besøkt 20.08.08).
- Russell, B. (1919). *Introduction to Mathematical Philosophy*. London: George Allen and Unwin.
- Säljö, R. (2006). *Læring og kulturelle redskaper. Om læreprosesser og den kollektive hukommelsen*. Oslo: Cappelen Akademisk Forlag.
- Saugstad, J. & Serck-Hanssen, C. (2006). Immanuel Kant. I P. Ariansen, I. Bostad, S. Mathisen, Ø. Rabbås (red.), *Lærebok i filosofi- og vitenskapshistorie*. Oslo: Unipub.
- Sensevy, G., Tiberghien, A., Santini, J., Laubé, S. & Griggs, P. (2008). An Epistemological Approach to Modeling: Case Studies and Implications for Science Teaching. *Science Education*, Vol. 92(3) s. 424-446.
- Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the danger of choosing just one. *Educational Researcher*, Vol. 27(2), s. 4-13.
- Sfard, A. (2000a). On Reform Movement and the Limits of Mathematical Discourse. *Mathematical Thinking and Learning*, Vol. 2(3), s. 157-189.
- Sfard, A. (2000b). Symbolizing mathematical reality into being. I P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (red.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Sfard, A. (2001). There Is More to Discourse Than Meets the Ears: Looking at Thinking as Communicating To Learn More about Mathematical Learning. *Educational Studies in Mathematics, Vol. 46*(1), s. 13-57.
- Sfard, A. (2006). Participationist Discourse on Mathematics Learning. I J. Maasz, & W. Schloeglmann (red.), *New Mathematics Education Research and Practice*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as Communicating. Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. New York, NY: Cambridge University Press.
- Sfard, A., Nesher, P., Streefland, L., Cobb, P. & Mason, J. (1998). Learning Mathematics through Conversation: Is It as Good as They Say? *For the Learning of Mathematics, Vol. 18*(1), s. 41-51.
- Sfard, A. & Kieran, C. (2001). Cognition as Communication: Rethinking Learning-by-Talking Through Multi-Faceted Analysis of Students' Mathematical Interactions. *Mind, Culture and Activity, Vol. 8*(1), s. 42-76.
- Silverman, D. (2000). *Doing Qualitative Research, A Practical Handbook*. London: Sage.
- Sjøberg, S. (2004). *Naturfag som allmenndannelse: en kritisk fagdidaktikk*. Oslo: Gyldendal Akademisk Forlag.
- Skjervheim, H. (1976). *Deltakar og tilskodar og andre essays*. Oslo: Tanum-Norli.
- Steffe, L. P. (1999). Intersubjectivity in mathematics learning: A challenge to the radical constructivist paradigm? A reply to Lerman. *Chreods, 13*, s. 1-16.
- Steffe, L. P. & Thompson, P. W. (2000). Interaction or Intersubjectivity? A Reply to Lerman. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 31*(2), s. 191-209.
- Stigler, J.W. & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap. Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. New York, NY: The Free Press.
- Stodolsky, S. S. (1988). *The Subject Matters: Classroom activity in math and social studies*. Chicago: University of Chicago Press.
- Streitlien, Å. (2006). *Rom for deltakelse. En studie av interaksjon og kommunikasjon i matematikkundervisningen*. Oslo: Dr. polit. avhandling, UV-fakultetet, Universitetet i Oslo.
- Valsiner, J. & Veer, R. van der (2000). *The social mind: construction of the idea*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Van Oers, B. (2001). Educational Forms of Initiation in Mathematical Culture. *Educational Studies in Mathematics, Vol. 46*(1-3), s. 59-85.
- Van Oers, B. (2006). An Activity Theory Approach to the Formation of Mathematical Cognition: Developing Topics Through Predication in a Mathematical Community. I J. Maasz & W. Schloeglmann (red.), *New Mathematics Education Research and Practice*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Vaughn, S., Schumm, J. S. & Sinagub, J. (1996). *Focus Group Interviews in Education and Psychology*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Voigt, J. (1995). Thematic Patterns of Interaction and Sociomathematical Norms. I P. Cobb & H. Bauersfeld (red.), *The Emergence of Mathematical Meaning*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Voigt, J. (1998). The culture of the mathematics classroom: Negotiating the mathematical meaning of empirical phenomena. I F. Seeger, J. Voigt & U. Waschescio (red.), *The Culture of the Mathematics Classroom*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

- Vygotsky, L. (1981). The genesis of higher mental functions. I J. V. Wertsch (red.), *The concept of activity in Soviet psychology*. Armonk, NY: M. E. Sharpe.
- Vygotsky, L. (1986). *Thought and Language*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Wartofsky, M. (1979). *Models. Representation and the scientific understanding*. Dordrecht: D. Reidel Pub. Co.
- Waschescio, U. (1998). The missing link: Social and cultural aspects in social constructivist theories. I F. Seeger, J. Voigt & U. Waschescio (red.), *The Culture of the Mathematics Classroom*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wedeg, T. & Scott, J. (2006). *Changing views and practices. A Study of the Kappabel Mathematics Competition*. Trondheim: NTNU-trykk.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice: learning, meaning, and identity*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wertsch, J. V. (1991). *Voices of the mind: A sociocultural approach to mediated actions*. London: Harvester Wheatsheaf.
- Wittgenstein, L. (1969). *On certainty*. (Redigert av G. H. von Wright & G. E. M. Anscombe.) Oxford: Blackwell.
- Wittgenstein, L. (1978). *Philosophical Investigations*. Oxford: Basil Blackwell.
- Wittgenstein, L. (2001). *Remarks on the Foundation of Mathematics*. Oxford: Basil Blackwell.
- Wolcott, H. F. (1994). *Transforming Qualitative Data; description, analysis and interpretation*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Yackel, E. (1995). Children's Talk in Inquiry Mathematics Classroom. I P. Cobb & H. Bauersfeld (red.), *The Emergence of Mathematical Meaning*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 27(4)*, s. 458-477.
- Österlind, E. (ed.) (2005). *Eget Arbete – en kameleont i klassrommet. Perspektiv på et arbetssätt från förskola til gymnasium*. Lund: Studentlitteratur.
- Østerud, S. (1998). Relevansen av begrepene "validitet" og "reliabilitet" i kvalitativ forskning. *Norsk Pedagogisk Tidsskrift, Vol. 82(1-2)*, s. 119-130.

ARTIKKEL I

Bergem, O. K. (2008). The Workplan as a Mediating Artefact in the Mathematics Classroom.
(Upublisert)

The Work Plan as a Mediating Artefact in the Mathematics Classroom

An analysis based on a qualitative video study of six 9th grade Norwegian math classrooms

1. Introduction

1.1 Background and objectives

This article is based on empirical data collected in six 9-th grade Norwegian mathematics classrooms through the video study *PISA+* (Klette *et al.* 2008). At all the six classrooms in this study the teachers used work plans to organise student activity. A work plan is a document that describes what the students are supposed to do in the different school subjects over a certain period of time, including oral and written assignments (Klette 2007). Moen (2004) claims that a work plan should ideally inform the students about topics to be covered, learning goals, assignments, degrees of student participation and forms of assessment. Work plans do, however, vary quite a bit between schools, but basically work plans can be viewed as a way of planning and organizing student work for a period of two to three weeks. One of the main ideas behind work plans is to transfer responsibility for student learning from teacher to students (Klette 2007). In this manner work plans are supposed to contribute to a more student centered teaching, where students' actions are more indirectly regulated than in a traditional classroom in which students are expected to "*listen, participate, and carry out assignments on demand*" (Eriksson 2007, p. 2).

Engeström (1999) claims that research inspired by activity theory (AT), mainly has dealt with questions connected to the Vygotskian concept of internalization and that little effort has been invested in exploring the creation of artefacts, the production of novel social patterns, and the expansive transformation of activity contexts. He advocates the need to seriously study artefacts "*as integral and inseparable components of human functioning*" (Engeström 1999, p. 29). Sfard and Kieran (2001) express a similar view in stating that while students' talk when using artefacts have been investigated in several studies, little attention has been directed towards artefacts in their function as mediating tools. An ambition of this article is to

meet this challenge in discussing how work plans as both a practical artefact and a didactical tool mediates joint activity of students and teachers in the observed mathematics classrooms. Due to this ambition it is particularly interesting to explore the interplay between the work plan as a mediating artefact intended to solve instructional challenges related to overarching goals in Norwegian education and the way it seems to function, as analysed on the basis of our empirical material. This can be formulated as a tension between the work plan as a didactical tool in the activity system of the teacher as opposed to its function as a practical tool in the activity system of the students. In the latter context it is mainly treated as a general list of assignments, covering all subjects. The discussion of this tension will be related to Wartofsky's (1979) hierarchical distinction between primary, secondary, and tertiary artefacts, where primary artefacts are those directly involved in the production of the means of existence, secondary artefacts provide a guidance for the use of primary artefacts, while tertiary artefacts are related to how one can present, analyse, and understand the world.

Some basic principles of activity theory will be applied in the analysis (Leont'ev 1978; 1981; Engeström 1987; 1991; 2001; Engeström and Miettinen 1999). Activity theory is a particularly attractive and powerful theoretical tool for the analysis of work plans due to the opportunity it gives for including historical, social, and cultural factors and at the same time bringing together local, individual, and collective aspects of the object of study. This makes it possible to analyse work-plans from a holistic perspective, by simultaneously viewing and discussing multiple determinant factors. Engeström and Miettinen (1999) agree with Vygotsky (1978) and Wertsch (1991) in that individual action is mediated by signs and other cultural artefacts and that therefore the proper unit of analysis of human activity is mediated action. In addition they stress that individuals act in collective practices and that such collective practices, when extended in time and space, "*require theoretical conceptualization in their own right*" (Engeström and Miettinen 1999, p.11). Engeström's elaboration of activity theory and his development of dynamic concepts connected to this theory are an attempt to comply with such a requirement. Another key reason for using activity theory in this study is the emphasis it gives to the objects/aims of activities, which is a central aspect in the interpretation of my data.

Engeström's (1987) dialectical triangle model, presented in Figure 1 (section 3.1), will be used in the analysis. In his explanation of the triangle model, Engeström (1987) also distinguishes between four levels of contradictions within human activity systems. These contradictions are related to the different constituent components of his model. I will apply these levels of contradictions in my analysis of work plans.

It will be argued that work plans mainly are used in an attempt to comply with the requirements in the Norwegian curriculum related to differentiation, self-regulated learning, student participation, and individually adapted teaching/learning. These pedagogical ideas should be regarded as important elements in the Norwegian school system and are in the curriculum recommended as means to achieve overarching national goals of educating responsible and autonomous students ready to take part in civil life. Analytically, one may point to a contradiction between traditionally organised classrooms, where teacher makes nearly all decisions about students' work, and these overarching educational goals. Bringing in a new mediating artefact, the work plan, is an attempt to change classroom practices in a way that is more in line with these new demands. It should also be noticed that work plans have not been introduced through departmental directives, but have emerged from the field of practice (Klette 2008). By using Engeström's (1987) theoretical concepts and his triangle model as analytical tools in my analysis, I will be able to illustrate how the attempt to solve one particular problem by introducing a new artefact, the work plan, creates new contradictions in and between the components of the activity systems that students and teachers actions are connected to. As it seems, some contradictions may disappear, while new ones appear. Drawing attention to these new contradictions is a way of making sense of the discourse and interaction in the observed mathematics classrooms where work plans were used to organise students' work.

Work-plans do obviously have a history, and both pedagogical theories, practical reform initiatives and constructivist learning theories have influenced the various ways these work plans have been realised in Norwegian schools. I will attend to this issue in section 4.

1.2 Research questions

My main research question in this article is:

- I. *What kind of new contradictions are generated in students' activity systems as a result of the use of work plans in mathematics?*

This question will be discussed in the light of activity theoretical concepts, where Engeström's four levels of contradictions will be particularly important as explanatory devices. My empirical data is gathered from mathematics lessons, and the discussion is particularly aimed at analysing the use of work plans in mathematics. However, parts of the argumentation will be relevant for the use of work plans in general.

Additionally I will attend to the discussion of two subordinate questions, namely:

- *What kind of pedagogical theories and reformatory practices have influenced the formation of work plans?*
- *How are work plans expected to solve challenges related to overarching goals in the Norwegian curriculum?*

My ambition with the discussion of these two questions is limited to sketching a main line of argumentation, and should consequently not be regarded as an overall comprehensive and complete analysis of these issues. As to the first question, I will present a few of the most influential theories and reformatory practices that apparently have influenced the formation of work plans. In tracing the historical roots of this artefact, I will seek support by referring to other publications where work plans have been analysed, authored mainly by Scandinavian educational researchers within the field. In the discussion of the second question, I will also lean on pedagogical analyses of work plans as a relatively recently introduced artefact within our school system. Additionally, I will apply Engeström's triangle model, presented and explained in section 3.1, to illustrate the main contradiction that seemed to prevail before work plans was introduced in Norwegian secondary classrooms.

2. Sample and methods

2.1 PISA+

PISA+ is a classroom video project on learning and teaching strategies in school that comprises mathematics, science and reading. The main goal in PISA+ is to examine problematic findings from the Norwegian PISA 2000/2003 results (Lie, Kjærnsli, Roe & Turmo 2001; Kjærnsli, Lie, Olsen, Roe, & Turmo 2004). Some of the analyses in PISA+ are conducted across all the three subjects involved, while others are for the particular subject. The section of the PISA+ study that has to do with mathematics is part of an international comparative video study in mathematics; *The Learners' Perspective Study* (LPS) (Clarke 2000; Clarke, Keitel & Shimizu 2006a; Clarke, Emanuelsson, Jablonka & Chee Mok 2006b). A central characteristic of the LPS-study is the documentation of the teaching of sequences of lessons, rather than just single lessons. The data related to each lesson comprises:

- classroom video tapes
- video-stimulated student interviews
- teacher interviews
- field notes from classroom observation
- students' productions
- resources used by the teacher

The methodology in PISA+ is strongly influenced by the LPS study, which for instance means that it is based on the same kind of empirical data that is listed above and that data has been collected according to the same principles.

2.2 Sample

In PISA+ our primary sources of informants were grade 9 students, 14 – 15 years old, at the lower secondary level. The study includes 6 classes at as many schools, selected to provide a variation as to certain stated criteria. Demography, pedagogical organizational structure and ethnicity were our most important selection criteria and the variation between the schools in relation to these criteria is presented in Table 1. It should be added that teaching in all the observed classes was regulated by L 97, the Norwegian curriculum at the time being. As

displayed in Table 1, two of the schools in our sample were located in rural areas, two in suburban districts, while the last two were city schools.

Table 1: Variation between the schools in relation to selection criteria.

Schools	1	2	3	4	5	6
Demography	Rural	Suburb	Rural	Suburb	Urban	Urban
Ped. Org.	T.P.O.	T.P.O.	T.P.O.	A.P.O.	A.P.O.	T.P.O.
Ethnicity	Mono C.	Mono C.	Mono C.	Multi C.	Mono C.	Multi C.

Ped. Org. – pedagogical organisation, A.P.O. - Alternative pedagogical organisation, T.P.O. – Traditional pedagogical organisation, Mono C – mono cultural, Multi C – multi cultural

Even if all the six schools in our sample used work plans, there were some differences in pedagogical modelling. Four of the schools are here classified as “traditional” in pedagogical organisational structure. At these schools the teaching and the weekly schedule were structured around each particular subject, lessons were 45 minutes, and the students were seldom grouped in smaller units. The two other schools in our sample had an alternative organisational model (A.P.O.). One of these schools had approximately 8 study/guidance lessons a week. In these lessons the students were free to decide themselves what to do, including which subject to attend to (see section 5.1). This school also used different sized student groups as an organisational device, and the use of work plan were attributed main importance. At the other school which is classified as A.P.O., one day a week was used on projects that involved different subjects, and mixed age grouping was used to organise these projects. This school was brand new and the classroom architecture supported the use of individualised instruction/group work. Several smaller rooms were available for the teachers to use during classes, as well as larger auditoriums.

Finally, two of the schools recruited students from multi-cultural ethnical backgrounds, while the other four schools were dominated by ethnical Norwegian students.

2.3 Methods

Each class was observed for three weeks over a total collection period of almost one full year. The data was collected by video recordings, through observation, student and teacher interviews, and copies of students’ production. We used three cameras; one remotely

controlled camera that followed the teacher; one surveillance camera with a “fish-eye” lens that captured the whole classroom; and another surveillance camera that focused on a dyad of students. I label this dyad *the focus group*. The video filming was recorded directly onto a hard drive, making it possible to retrieve scenes from the filmed lesson in just a few minutes. The use of surveillance cameras made the technology less intimidating since both the camera operator and the main part of the computer equipment could be located outside the classroom, usually in the hall or in a smaller room nearby. This also allowed for two researchers to be present in the classroom without being directly involved in the video filming; one would observe the student dyad and simultaneously make notes in preparation for the upcoming interview, the other would observe the rest of the class, taking general field notes. Since all scenes were video filmed, the need for ordinary field notes was limited. These field notes were regarded as a kind of supplement to the video recordings, and our main object with these notes was to try to capture factors that relied on being present at the time being, for instance by describing the atmosphere in the classroom, interpersonal relations, dialogues, non-verbal communication etc.

Semi-structured interviews with the two students in the focus group were conducted shortly after the end of the video filmed lessons in mathematics and science. We used a general pre-prepared question guide modeled on the one developed and used in the LPS study (Clarke 2000). This interview guide was used with a great deal of flexibility by the interviewer in order to ensure follow-up on comments from the students relevant for the study. During these interviews the students would watch sequences from the previous lesson and were then asked to comment on these episodes and make their own interpretations. The interviews would last approximately 30-35 minutes. On some occasions the interviews would take place after school or during lunch breaks, but due to the accommodating attitude we usually experienced from the involved teachers and students, we succeeded in conducting most interviews shortly after the end of each lesson. Methodologically we considered this to be a great advantage, as it would ensure that the students’ memory was fresh and undisturbed.

The teachers were interviewed twice during the three week period. The first was a kind of

introductory interview where questions of a more general form, concerning their background, educational practice, current position etc., were asked. The second was video stimulated, and the teacher was then asked to comment on certain incidents and episodes from one of his/her lessons. This could be related to the teachers' own presentation of content knowledge, to question-response incidents or to other kind of communication with individual students or groups of students. The teachers were also encouraged to select and comment on episodes that they themselves considered important. Both teacher interviews were thus semi-structured, giving the interviewer an opportunity to follow up on issues introduced by the interviewee.

All the interviews of students and teachers have been transcribed. These transcriptions are quite voluminous, which have made it necessary to use certain criteria in selecting the interview statements to be referred. The selection criteria are somewhat different for the student and teacher interviews. As to the student interviews; in studying the transcriptions, the parts related to the issue of work plans have been marked. Then the statements that appear to be relevant for the issue at hand and representative for the students as a group (which means that the actual statements have been expressed in a similar manner by several students) have been selected. There is only one quotation from the teacher interviews. It has been selected because of its relevance to the issue discussed in that section.

Copies of students' productions were collected in relation to all the video filmed lessons. All kind of written assignments and tasks were also copied, in addition to the work plan document, the weekly schedule, and relevant text book chapters. These documents were all studied, but reference is particularly made to the work plans and the weekly schedules for the sampled classes.

3. Theoretical perspectives

3.1 Activity theory

Activity theory encompasses a variety of positions that each emphasize the important role played by historical, social and cultural processes in individual psychological development (Cobb, Perlwitz & Underwood 1996). The premises agreed upon by these positions are that

all kinds of human activity take place in a given historical, cultural and institutional context and that in order to understand human endeavour it is insufficient to focus on individual acts in isolation or just on the individual in face to face interactions with other social agents (Renshaw 1996; Engeström & Miettinen 1999; Van Oers 2008). It also means that it is not possible to get a comprehensive understanding of how people learn if the unit of study in research is the unaided, self-contained individual with no access to other people or to suitable and available artefacts (Nardi 1996). Thus, learning and cognition have to be understood as actions and activities embedded in a complex socio-cultural context (Kieran, Forman & Sfard 2002, Ludvigsen, Havnes & Lahn 2003, Sfard 2008), and analysis related to teaching and learning need to consider how this activity takes place within a particular historical, cultural and social setting (Engeström 1998).

In activity theory the unit of analysis is an activity. Vygotsky (1979), who introduced this concept into the psychological discourse, claimed that meaningful activity could serve as an explanatory principle of human consciousness. Kozulin (1986) argues that the major achievement of Vygotsky was that he set out to explain consciousness without referring to the very same concept of consciousness, and in this way avoided the circularity of argumentation that both mentalist psychology and behaviourists were accused of, the latter in explaining behaviour by behaviour.

Furthermore, Vygotsky (1978) made a distinction between material tools and psychological tools. Whereas humans use material tools to control processes in nature, psychological tools like sign and language systems are used to master the natural behaviour and cognitive processes of the individual and thus provide mediation between the individual and objective reality. The concept of mediation by tools and signs is not merely a psychological idea, but a very central and important notion in the theory of Vygotsky. Through the idea of mediation, Vygotsky tries to solve the old and stubborn Cartesian problem of connecting the individual mind with culture and society (Engeström 1999). By using mediating artefacts, developed by humans throughout history, we can control our behavior from outside. This is an important theoretical contribution that points to a third solution in the conflict between structuralists and

cognitivists about the determination of human consciousness. Although not all of the theoretical problems related to the connection between the individual and the social are thus permanently solved, this Vygotskian perspective potentially opens the way to the study of tools and artefacts as integral and inseparable components of human functioning (Engeström 1999).

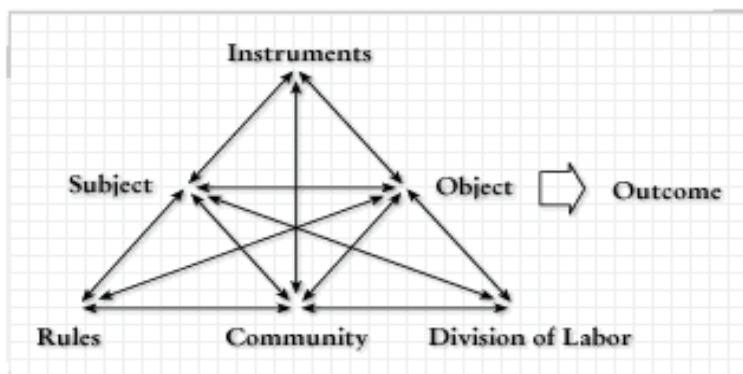
Leont'ev (1978) continued Vygotsky's work connected to cultural-historical theory. A particularly important contribution was his elaborations on the concept of activity by distinguishing between collective activity and individual action. He claimed that the concept of activity is connected to the concept of motive and that: "*non-motivated activity is not activity without a motive, but activity with a subjectively and objectively hidden motive*" (Leont'ev 1978, p.18). Actions on the other hand, are characterized by always having a purpose, by being consciously goal-directed. Actions also have an operational aspect, particular methods by which the actual action is accomplished. This is the third level in Leont'ev's model of activity, and he calls this *operations*. While Leont'ev thus conceptualizes activity as a collective process, actions are goal-oriented processes of individual subjects and operations are conditioned by the prevailing material conditions and the tools that are available at the actual historical time (Hedegaard, Chaiklin, & Juul Jensen 1999).

Engeström (1987/1999) argues that scientific theories based on mono-causal concepts and unilinear explanations are inept when it comes to the analysis of complex phenomena typically encountered in the social sciences. In order to succeed in analysing composite phenomena like social interactions and interpersonal relationships, it is necessary to be able to theoretically account for the constitutive elements of the system under investigation. For this a new unit of analysis is needed. Engeström claims that activity theory has: "*a strong candidate for such a unit of analysis in the concept of object-oriented, collective, and culturally mediated human activity, or activity system*" (Engeström & Miettinen 1999, pp.9).

Figure 1 shows the dialectical triangle developed by Engeström (1987) to be used as a model for analysing activity systems. The minimum elements of such a system include the object,

subject, mediating artefacts (signs and tools), rules, community, and division of labour. In accordance with Leont'evs' conceptualization, the *object* in this model is seen as the motivation of the collective activity in question. *Instruments* are the signs, tools or artefacts that are used, *subjects* are the individual(s) acting in the activity system and they are part of a certain *community*. Further, *division of labor* expresses power relations, and *rules* include both official rules and unwritten norms and expectations. Finally, *outcome* designates the produced result of the activity.

Figure 1. Engeström's dialectical triangle



Engeström (1987) distinguishes between four levels of contradictions in this model. However, these levels should not be regarded as hierarchically ordered. The primary contradiction is within each constituent component of the central activity being analysed. Next, the secondary contradiction is between the different constituents of this central activity, for instance between instruments and object/motive. Third, the tertiary contradiction is between the object/motive of the dominant form of the central activity and the object/motive of a culturally more advanced form of the central activity. Within the classroom this could for instance mean a contradiction between the students' object/motive and the teachers' object/motive. Finally, the quaternary contradiction is between the central activity and neighboring activities that humans are involved in. One example, which apply to students, would be a contradiction between doing homework (central activity), or being with friends (neighboring activity). These contradictions will be further explained in section 5.4, when they are applied to the discussion of my data. It should be noticed that even if all the four levels of contradictions are used in the analysis, they will not be equally central to my discussion. Due to the methodological design and research focus, especially the quaternary contradiction will be treated rather superficially.

It is the internal tensions and contradictions in an activity system that is the driving force behind change and development. These contradictions are accentuated by the continuous transformations that take place within and between the components of this system and between the hierarchical levels of activity, action and operations (Engeström 1999; Leont'ev 1978). Changing one element in an activity system creates new contradictions between the other components of the system (Engeström 1987). Bringing in to the activity system a new object/motive will most often also create new contradictions. The unique strength of this kind of theoretical scheme is that it makes it possible to include both historical continuity and local, situated contingency in the analysis (Engeström 1999).

3.2 Artefacts

The terms *tools* and *artefacts* are often used somewhat interchangeably (McDonald et al 2005), and will in this article be used in accordance with this tradition. Cole (1999, p. 90) defines artefacts as “*material objects that have been modified by human beings as a means of regulating their interactions with the world and each other*”. While Vygotsky distinguished between material and psychological tools, Wartofsky has proposed a three-level hierarchy of artefacts. Primary artefacts, which constitute the first level, are the ones directly used in production (for example axes, needles, computers). Secondary artefacts – the second level – “*are those used in the preservation and transmission of the acquired skills or modes of action or praxis by which this production is carried out*” (Wartofsky 1979, p. 202). Secondary artefacts are instructive and reminds the user of certain ways of acting and classifying. They provide a guidance for the use of the primary artefacts (Säljö 2006). Tertiary artefacts – the third level – is a class of artefacts that can come to constitute a relatively autonomous “world”, “*in which the rules, conventions and outcomes no longer appear directly practical, or which, indeed, seem to constitute an arena of non-practical, or “free” play or game activity*” (Wartofsky 1979, p.208). Tertiary artefacts are related to how one can present, understand, and analyse the world. Scientific reasoning, or in my material mathematical reasoning, in which a deeper understanding of a phenomenon/concept is sought, can be considered to be a tertiary artefact.

Seeger (2001) states that even though Wartofsky's classification appears to be useful, the relation between the different levels of artefacts are somewhat unclear. Consequently, there is some disagreement about the interpretation of these concepts. Engeström (1987) juxtaposes Wartofsky's concept of primary artefacts with Vygotsky's concept of technical tools and secondary artefacts with Vygotsky's concept of psychological tools. Gade (2006), partly drawing on Wells (1999), argues, on the other hand, that in the context of the mathematics classroom the psychological tools of Vygotsky are a given and therefore should be regarded as "primary" in nature. Hence, Gade (2006) relates secondary artefacts to actions connected to the enculturation in mathematics, to the ways of working with primary artefacts.

My use of Wartofsky's classification of artefacts will mainly be in accordance with the interpretations given by Cole (1996) and Säljö (2006), who seem to largely concur in their exegesis of these concepts. In the present study it is particularly the distinction between secondary and tertiary artefacts that is of interest and will be applied in the discussion of work plans as a mediating artefact in the mathematics classroom.

The work plan as an artefact

Work plans can be considered to have aspects connected to both secondary and tertiary artefacts. When treated purely as a list of assignments, to be finished within a certain period of time, the work plan functions as a secondary artefact. The work plan is then treated and comprehended purely as a tool that informs the student of what to do in the different subjects. On the other hand, if the focus is on the learning goals that are formulated in the work plan, and the students are drawn into a reflective discussion about how to attain these goals, the work plan can be considered to have aspects closely related to what appears to characterise tertiary artefacts. In this case the students are stimulated to participate in a discourse, with the work plan as the point of departure, in which the overarching goal is to heighten their consciousness about their own learning processes. Cole (1996, pp.121) states that "*modes of behavior acquired when interacting with tertiary artefacts can transfer beyond the immediate contexts of their use.*" When student responsibility for reaching the learning goals on the work plan is focused in the classroom discourse, it is assumed that students will be able to transfer this meta learning to other learning arenas.

The work plan versus own work

Work plans as a way of organizing student activity has much in common with the corresponding Swedish practice labeled *own work* (Österlind 1998; 2005a). The main intention of both these organising practices is to transfer responsibility for students' work from teacher to students by involving the students in making decisions about what to do in certain subjects, how to do it, when to do it, and with whom (Österlind 2005b; Klette 2007; Bergem 2008). However, even if the use of work plans/*own work* varies considerably between schools (Eriksson 2005; Sternudd-Groth 2005; Klette 2007), there seems to be some characteristic differences between them. The main distinction is that in *own work*, as practiced in many Swedish schools, the students are directly involved in planning their own individual work, often for a period of one week (Olsson 2005; Bergquist 2005). Usually, on Mondays, the students write down what they intend to do for that week, and this is followed by a self-evaluation the following Friday. The teacher will, if necessary, assist the students in both the planning and the evaluation sequence. Work plans, on the other hand, are usually developed by the teachers, and they are not individual, but common for all the students in a class. Often these work plans will have some sort of level differentiation, and the students can choose which level to work on. Some work plans have explicit learning goals formulated by the teacher, while others do not have any learning goals at all, and function mainly as lists of assignments.

Another difference is that *own work* at many schools is limited to particular subjects, often Swedish language and mathematics, whereas work plans cover all subjects. Further, a work plan period will often cover two or three weeks, while a planning period in *own work* is usually only a week. Nevertheless, as *own work* and work plans seem to share many fundamental characteristics, they will be treated as similar organising tools, and references to research on any of these tools will be drawn upon in the discussion. My analysis is, however, solely grounded in work plans as used in Norwegian classrooms.

4. Influential ideologies behind work plans

In activity theory it is considered important to analyse the genesis of social artefacts through

their cultural and historical development (Engeström 1987). In accordance with this principle, I will trace the historical roots for the work plan as a mediating tool in Norwegian secondary schools by giving a short account of some of the pedagogical theories and reformatory practices that have been most influential in this respect.

Influences from reform pedagogy in general

In the pedagogical debate initiated by the reform movement, traditional classroom teaching was heavily criticized for a number of reasons (Jackson 1968; Hoetker & Ahlbrand 1969; Lundgren 1979; Goodlad 1984; Stodolsky 1988; Cohen & Ball 1990; Cuban 1993; Lerman & Zevenbergen 2004). This critique can be summarized in the following dot points; traditional teaching was not:

- sufficiently student centred
- did not treat students as individuals with different interests and needs
- did not train the students to take responsibility for their own personal development
- relied too much on lectures given by the teacher
- put too much weight on rote learning
- gave only teachers the opportunity to formulate arguments and make assessments

Most importantly, particularly from the nineteen seventies onwards traditional teaching has been accused of relying on certain well established and dominating patterns of interaction with few opportunities for student participation and student interaction (Mehan 1979; Edwards and Mercer 1987; Cazden 1988; Dysthe 2001; Klette 2003). As a consequence of this critique, pedagogues taking part in the academic discourse in the field suggested alternative solutions for organizing classroom work. New and experimental ways of teaching were initiated in several countries (Lundgren 1979; Cohen 1988; Cohen & Ball 1990; Cuban 1993; Carlgren, Klette, Myrdal, Schnack, & Simola 2006).

In Scandinavia, particularly Sweden and Norway, the use of *own work/work plans* emerged in the late eighties (Klette 2003; Carlgren 2005; Ståhle 2006). Curricular reforms in Norway in the eighties and nineties, inspired by reform pedagogical ideology, advocated variation in organisation and methods of work. Cross-disciplinary projects and individually adapted

teaching were highly recommended, while self regulated learning was introduced as an important and explicit goal for secondary compulsory education (KUF 1996). Work plans were by many actors within primary and secondary education considered an especially apt tool for complying with the demands from the Ministry of Education, and the use of work plans in Norwegian schools has increased steadily during the last two decades. Klette (2007) argues that this is connected to teachers' general lack of adequate instruments and artefacts for realising and implementing pedagogical ideas, and that it is against this background – the absence of concrete and flexible instruments - that the somewhat sudden embracement of work plans could be interpreted. The decision to use work plans has predominantly been made at local levels, either by groups of teachers or by local school authorities. Their use developed out of a need for appropriate and relevant tools, and not as a consequence of departmental directives (Ståhle 2006; Klette 2008).

Carlgren (2005) claims that the main arguments for using *own work* can be summarized in these five points:

- students are trained to take responsibility for their own schoolwork
- students are stimulated to participate in the planning of school work
- individually adapted teaching is enhanced
- the teacher gets more time to attend to students that need help the most
- students are trained to take responsibility for their own learning

Furthermore, the arguments above are in accordance with overarching goals formulated in the L 97 Norwegian curriculum (KUF 1996).

Education shall contribute to building character which will give the individual the strength to take responsibility for his or her life, to make a commitment to society, and to care for the environment. (KUF 1996)

The use of work plans does not, on the other hand, seem to have a clear pedagogical and didactical theoretical basis. However, some influential ideas are easily traced in the rhetoric linked to the use of this artefact. Particularly important are the ideas originating in constructivist learning theory, in the transatlantic progressive pedagogy and in the European reform movement in pedagogy. This will be commented on in the next paragraphs.

Influences from certain European reform movements

Certain innovative pedagogical movements in Europe seems to have been quite influential for the pedagogical argumentation behind the introduction of work plans in lower secondary schools in Norway. Among these are:

- The Jenaplan-schools
- Integrated day
- Montessori pedagogy

Jenaplan-schools originate from pedagogical ideas developed at the University of Jena, Germany at the beginning of the 20th century. Among the new and innovative ideas considered of importance here were mixed aged groups, the weight put on student participation in planning school educational activities, and the discovery and action-oriented view of learning (Both 2001).

Another line of influence as related to work plans is found in the fundamental ideas connected to *Integrated Day*, which was introduced by a pedagogical movement originating in England (Taylor 1972). A central principle here is the *open classroom*. This is an alternative way of organizing classroom activities in which the children are granted a large degree of freedom to choose between different kind of activities. In addition they are encouraged to assume responsibility for their own educational progress. In this scenario the teacher takes on an advisory role and guides the students in their investigative explorations.

Last we have Montessori pedagogy with the principle of individually-paced learning and development and the idea that each student is responsible for his/her own intellectual development. Generally the Montessori method can be said to encourage independence and freedom with limits and responsibility (Montessori 1934, 2002). These thoughts also seem to have influenced and inspired the development of work plans.

Influences from the transatlantic progressive pedagogy

Under what can be labelled the *Transatlantic Progressive Pedagogy* there are several school-renewal initiatives intended to provide child-centred, humanistic or individualized approaches

to teaching and learning and which seem to have influenced the ideology behind work plans.

Some of the most important are:

- John Dewey's laboratory school
- The NASSP Model Schools Project
- The Dalton Plan

John Dewey's laboratory school, established in Chicago in 1896, was guided by Dewey's educational theories, the most important principles being (Keefe & Jenkins 2000):

- Instruction must concentrate on developing students' minds, not on subject matter.
- Instruction must be project-oriented and integrated, not segmented into short units of time.
- Curriculum must progress through the years of schooling from practical experiences - to formal subjects – to integrated studies.

This school was also committed to relating instruction to everyday life and to presenting subject matter in creative ways. Authentic problem solving was considered to be of great importance, and teachers and students were supposed to collaborate closely in the process.

The NASSP Model Schools Project was another attempt to challenge formal, traditional education and develop alternative ways of organizing the school community. Teachers were encouraged to experiment with school scheduling, curricular content and class sizes (Keefe & Jenkins 2000). The may be most important feature as related to the theme in this article, was that individualized student learning was allocated up to 22 hours of independent study each week, using the self-paced learning packets. Students spent most of their time working alone or with a few others in independent study.

Finally, we have ideas developed by the American pedagogue Helen Parkhurst (1930) in the nineteen twenties. The so-called *Dalton plan* seems to be of particular importance as an ideological precursor for the ideas that work plans apparently are based upon (Dalland 2007; Steen 2007). A central thought in this experimental plan is that pupils work in *laboratory brigades*, on specific assignments for which they make a contract with the teacher. There is no assessment in the form of tests or examinations, and the external discipline is kept to a minimum. Students are to submit progress reports as they work on the different assignments

(Parkhurst 1926). Today Dalton schools, where these pedagogical principles are in use, can be found in several countries around the world. One of these schools was established in Norway in 2004 (<http://www.dalton.no>).

Contemporary influences on the development of work plans

There have been several contemporary initiatives in both North America and Europe which draw on the same critique against traditional schooling and which simultaneously have attempted to follow up on previous alternative pedagogical and organizational experiments. A common denominator has been a focus on in-depth knowledge rather than breadth of coverage, a strong working relationship between student-as-workers and teachers-as-coaches or guides, and on personalizing the learning environment to the optimum degree possible (Newman, Secada, & Wehlage 1995).

In addition, many of the educational reforms in the eighties and nineties had a strong basis in constructivist ideas. The main principles in constructivism are that knowledge is constructed by the individual and that knowledge is not passively received but actively built up by the cognizing subject (Glaserfeld 1991; 1995). These constructivist ideas had a strong impact on the development of work plans in Scandinavian countries and were used to reinforce activity pedagogical principles about the importance of the active and investigative child (Bergqvist 2005; Carlgren *et al.* 2006).

5. Findings and results

5.1 Studying the artefacts; describing work plans in six schools

As mentioned in the introduction work plans were used as an organisational and didactical tool in all the six classes in the study. There were, however, both similarities and differences between the classes with regard to the content of the plans and the way they were used.

Common for all the schools in our study was that the students did not participate in developing the work plan. This was considered to be the responsibility of the teachers and was done by groups of cooperating teachers. None of the schools had individual work plans, but at some of the schools the work plan had levels for differentiation, usually three. These

levels would cover the same mathematical topics, but were differentiated according to the number of tasks, task difficulty, or by a combination of these two criteria. The students were supposed to decide individually which level to work on. In Table 2 some selected features (duration, formulation of learning goals etc.) of the work plans are presented.

Table 2. Selected features of the work plan (WP) at the six schools in PISA+

School	1	2	3	4	5	6
Number of video filmed mathematics lessons	3	7	7	10	7	4
Duration of week plan period measured in weeks	3	2	3	3	2	1
Students expected to work with assignments on the work plan during ordinary math lessons	Yes	Yes	Yes	No	Yes	Yes
Number of study/guidance lessons per week	8	3	0	9	0	2
Formulations of differentiation in the WP	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Explicit learning goals formulated in the WP	No	No	Yes	Yes	Yes	No
Assessment of learning goals at the end of the period			No	Yes	No	

Although we spent about the same period of time at each school, between two and three weeks, Table 2 reveals that the number of video filmed math lessons varies quite a bit. This was mostly due to reasons outside our own control. As can be seen in Table 2, the time span of one work plan period varied between one week and three weeks at the involved schools, although at five out of six schools the work plan period covered two or three weeks. At school 6, which used one week periods, the tradition of using work plans seemed to be quite weak. At the five other schools work plans were more institutionalized.

Study/guidance lessons are lessons where the students are free to decide for themselves what to do and which subject to attend. One or two teachers will often be present to guide the students in their work. As disclosed in Table 2, the number of study/guidance lessons varied between 0 and 9 at these schools.

5.2 Formulation and assessment of learning goals

As displayed in table 2, only 3 out of 6 schools, had work plans where explicit learning goals

were formulated. At school 1 and 6 the work plans functioned like lists of assignments for the different subjects and no learning goals were described. At school 2 some “learning goals” were mentioned in mathematics, but they were formulated in a way that made it difficult both for students and teachers to make any assessments related to these goals. Examples of these types of formulations are:

Work on making graphs that describe situations from daily life

Study linear functions

At schools 3, 4 and 5, on the other hand, the learning goals were formulated in a much more concrete way, making student and teacher initiated assessments at the end of the period possible. Examples of these types of formulations were:

Be able to read and interpret tables with percentages (school 3)

Be able to see the relation between fractions, percentages and decimal numbers (school 3)

Know what the sign of equation, =, means (school 4)

Be able to solve equations where X is divided with a whole number (school 4)

Be able to solve equations with more than one component (school 4)

Be able to solve equations containing parentheses (school 5)

Learn a method to check if the solution is correct (school 5)

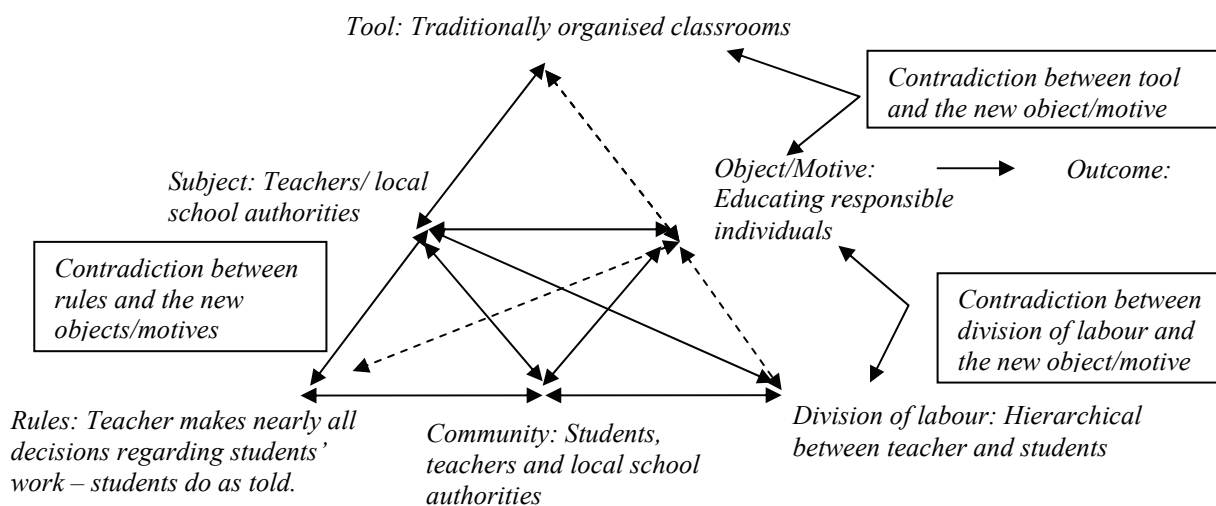
Only at school 4 did the teacher systematically use the last mathematics lesson in the work plan period to assess student attainment of particular learning goals. This was done in oral examination in which the students were given the opportunity to answer questions related to the explicit and differentiated learning goals on the work plan. At all the other schools only written assessments were used. At none of the schools were the students’ work books collected by the end of a work plan period in order to check or comment on the calculations done. However, during regular mathematics lessons the teachers would often encourage the students to complete the requirements on the work plan.

5.3 Curricular requirements attempted solved by the use of work plan

As previously argued, the use of work plans in Norwegian secondary schools can be seen as an attempt to solve didactical challenges connected to pedagogic differentiation, self-regulated learning, student participation, and individually adapted teaching/learning (Klette

2007). These elements are all building blocks in the overarching project in the Norwegian curriculum of educating responsible and autonomous individuals, ready to take part in democratic, social institutions. Traditionally organised classrooms, where the teacher makes nearly all decisions related to students' work are, on the other hand, considered part of an educational system that belonged to the past, with a different set of goals and ambitions. In Engeström's (1987) terminology this could, analytically, be formulated as a contradiction between the objects/motives of compulsory education, as formulated in the L 97 curriculum, imbued with ideas from the reform pedagogical movement of educating responsible and independent individuals, and the tool being used to achieve this object, traditionally organised classrooms. This contradiction is illustrated in fig. 2.

Fig. 2. Contradictions between traditionally organised classrooms and reform pedagogical principles and goals.



A lot of implicit and explicit *rules* could have been mentioned here. However, the maybe most characteristic, implicit rule in traditionally organised classrooms, and with most relevance as related to my discussion, could be formulated like this:

- Teacher makes nearly all decisions regarding students' work – students do as told
- This *rule* apparently stands in contradiction to the new *object/motive* of the activity system; educating responsible and autonomous individuals. Likewise there is a contradiction between the hierarchical *division of labour* and the new *objective/motive* which now calls for a more egalitarian division of labour between teacher and students.

5.4 Contradictions arising from the use of work plans

As mentioned, the use of work plans causes new contradictions to arise in the activity systems related to actions within schools. Using theoretical concepts elaborated by Engeström, I will in the following present what I consider to be the most pressing of these issues.

A primary contradiction; use value vs. exchange value

Engeström (1987) states that:

The basic internal contradiction of human activity is its dual existence as the total societal production and as one specific production among many. This means that any specific production must at the same time be independent of and subordinated to the total societal production. Within the structure of any specific productive activity, the contradiction is renewed as the clash between individual actions and the total activity system (pp. 30)

He claims that in capitalist society this contradiction acquires the general form of a commodity, which is characterized by having both *exchange value* and *use value*, and that the primary contradiction of activities in capitalist socio-economic formation is between *exchange value* and *use value* within each corner of the triangle of activity. In mathematics this primary contradiction is revealed in the way the students formulate their objectives for learning the subject, in contrast to the teachers' line of argumentation. Many students state that their most important motive for working on assignments in mathematics is to attain a good grade in order to gain admittance to their preferred senior high school/college. It is the *exchange value* of their final grade in mathematics that motivates these students. The *use value* of learning mathematics is hardly ever mentioned by the students themselves in the interviews as a motivating factor. This is an excerpt from an interview carried out 5.Nov.05. (I is the interviewer and S is a student. All translations of interview statements are done by the author.)

I: Why are you doing this, using energy on mathematics?

S: Well, to get a good grade and continue..., to an attractive upper secondary high school

In the curriculum L 97 the motivation for teaching/learning mathematics is closely connected to the *use value* of learning both basic and more advanced mathematics. This is also a line of reasoning that teachers in our study seem to support. When discussions about the legitimacy of mathematics came up, the teachers usually would claim that it is important to acquire basic knowledge in mathematics and that this should be a main motivation for studying this subject.

This argumentation points to the value of being *mathematically literate*, in accordance with what is understood by this concept in the framework of PISA (OECD 2003). However, this kind of argumentation were not highly valued by the students. They often expressed sincere doubt as to the potential use value of mathematics; “*When are we ever going to use this knowledge in our daily lives?*” was an exclamation often overheard in relation to newly introduced mathematical theory or whenever discussions about legitimacy surfaced. An example of this kind of statement is given in this excerpt from a student interview carried out 5.May.05. (S1 and S2 are two students.)

S1: ..I didn't understand anything and I didn't understand the purpose of learning it. I don't understand how we can use it...

S2: And that says a lot.

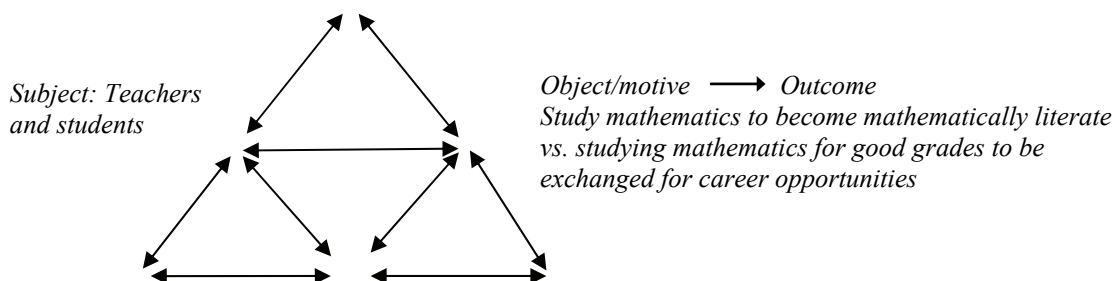
S1: Yes, I think it is important to know how we can ever use it, if we are going to work on it.

S1: Yes, and it is quite annoying. We learn a lot of stuff that we never will be using. Well, possibly if we are going to be mathematicians, but then we will get that education later on. We can learn it later and it will be voluntarily.

During fieldwork we also observed that questions about legitimacy were raised by students quite regularly in mathematics lessons. In science and liberal arts these kinds of questions hardly ever came up. This seems to confirm that legitimacy is a particularly pressing issue in mathematics and that the use of the concepts *exchange value* and *use value* in the analysis of activity systems in school might be especially relevant and rewarding in mathematics.

The primary contradiction between students' and teachers' object/motive is displayed in fig.3. Russell & Yañez (2003) point out that this primary contradiction produce alienation in that students are only 'doing it for the grade' and apparently are unable to see any relevant use value of their studies.

Fig. 3. The primary contradiction between students' and teachers' object/motive

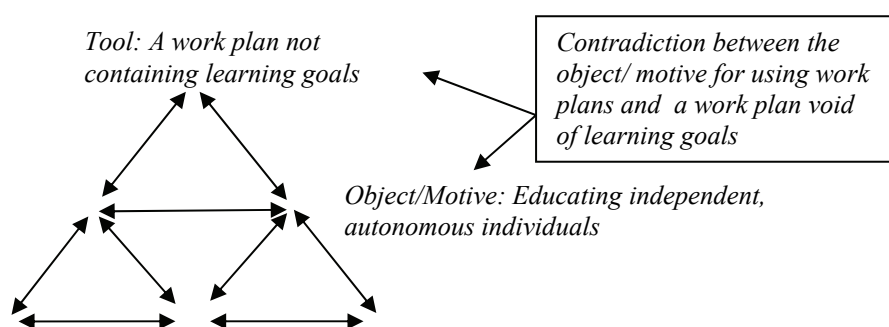


A secondary contradiction; the object/motive for using work plans vs. work plans void of learning goals

Engeström (1987) labels a contradiction between the constituents of the central activity a *secondary contradiction*. As previously mentioned the object/motive of the school/teachers in relation to the use of work plans is particularly to educate responsible and autonomous students, able to take responsibility for their own learning, and in a longer time perspective; ready to participate in our democratic society. A prerequisite for attaining this objective using work plans seems to be that the students are aware of the learning goals related to the assignments they are working on. If these learning goals are not made explicit in the work plan, or if they are formulated in a way that makes them hard to interpret and little time is used discussing them, it is difficult to see how students can assume responsibility for their own school work and in this way succeed in becoming more autonomous.

At schools 1 and 6 there were no learning goals in mathematics mentioned in the work plan, and at school 2 the learning goals were very vaguely formulated. In these classrooms the work plan mainly functioned purely as a list of assignments, or using Wartofsky's (1979) classification, as a secondary artefact. Therefore, this is an example of a contradiction between the main object/motive for using work plans and the way the work plan actually functions as a mediating tool in this activity system. This contradiction is illustrated in fig. 4.

Fig. 4. A secondary contradiction in the teacher/school activity system



A tertiary contradiction; the object/motive for teachers vs. the object/motive for many students

As mentioned in section 5.1, several aspects of the work plan varied widely between the schools in our sample. The contradictions that originate from the introduction of this new artefact will therefore differ according to the realisation of the work plan at the different schools. In addition there are some general problems worth commenting on.

At all the schools in our sample, the work plans listed the exercises that the students were supposed to do in mathematics in the actual time period. The number of exercises could vary from 15 to 30 for a two week period, depending on both type of exercise and level of differentiation. We observed that most students would physically cross out each numbered exercise on the work plan, after having completed it. When the students had done them all, they considered themselves finished and this seemed to be the main object/motive for the actions of the students. This is expressed in statements from an interview carried out 24.Apr.05. (S1 and S2 are the two students being interviewed.)

S1: I prefer to finish one subject at a time, and then...

S2: I like to work with one subject each day, sort of... and finish it

Some teachers also, possibly unintentionally, supported this understanding of the work plan by constantly reminding the students to make sure they completed their assignments on the work plan within the prescribed time. Other teachers tried to make the students aware of the learning goals for the actual period and argued that the main point for the students was not to do all the exercises, but to make sure they were able to reach the learning goals on the work plan. The object/motive for these teachers were thus, through the learning goals on the work plan, to heighten students' consciousness about their own learning processes, and to facilitate a transfer of responsibility from teacher to student. Here is an excerpt from a teacher interview carried out 23.Sept.05. (T is the teacher and I is the interviewer.)

T: ...On the last page of the work plan the students report how they have worked with the different subjects

I: Yes, I think I have that here.

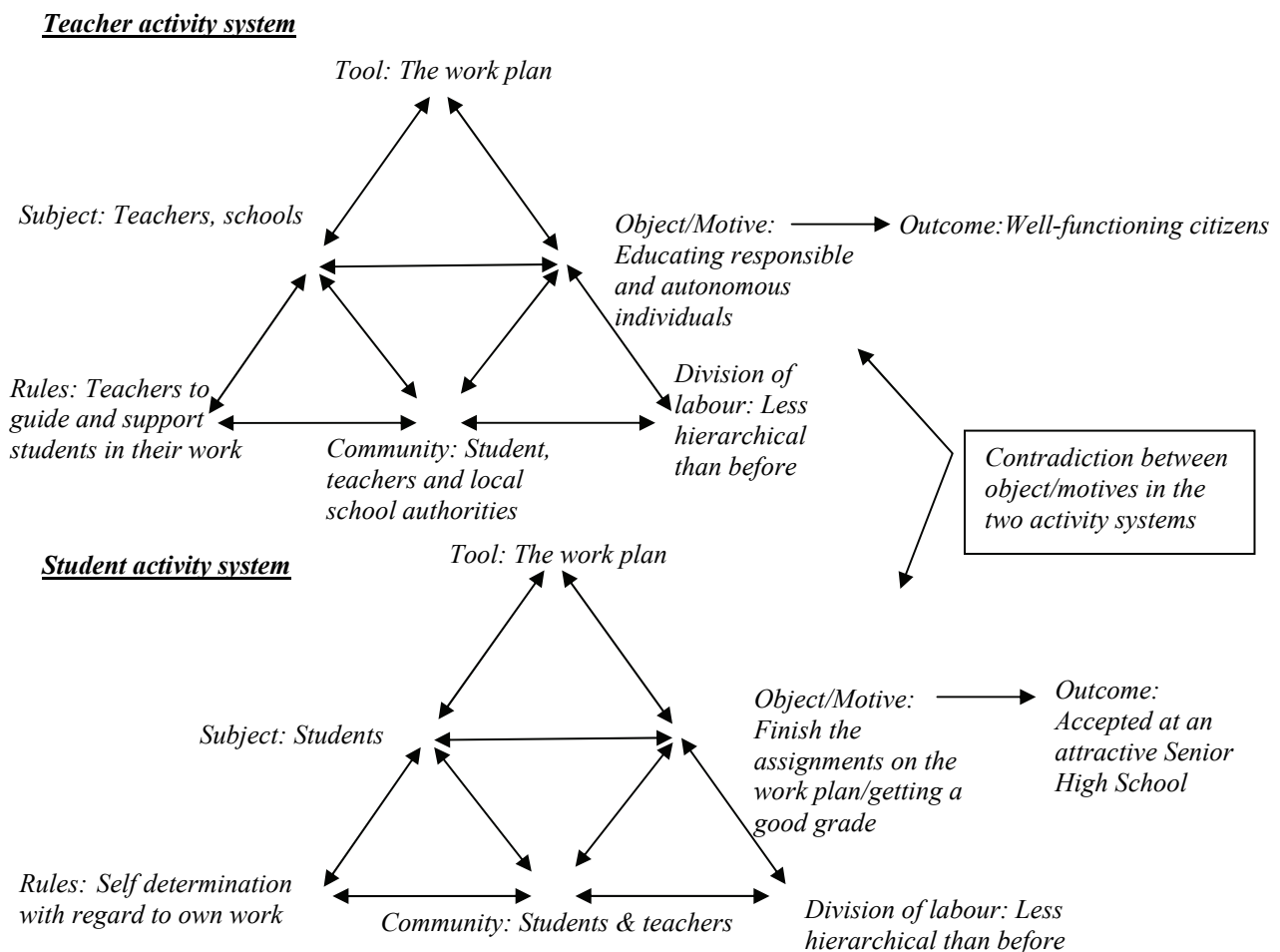
T: Yes, goal one, two and three in the various subjects. And then they make an assessment, reached the (learning) goals or partly reached the goals. ...And then they evaluate their own behaviour in class and their own efforts, if it's good, partially good or not so good. And then, if they have not reached the (learning) goals, they have to give an explanation.

One of the most important of the new contradictions arising from the use of work plans is this contradiction between the object/motive of the teacher/school and the object/motive of many of the students. This is what Engeström (1987) refers to as a tertiary contradiction in an activity system, a contradiction between the object/motive of the dominant form of the central activity and the object/motive of a culturally more advanced form of the central activity. In fig. 5 this contradiction is displayed. The object/motive of many students, as revealed both in interviews and during observation, was to finish the assignments on the work plan as fast as possible. This can be considered to be the object/motive of the dominant form of the central activity. I have previously argued that the teachers'/schools' main objective for introducing work plans in Norwegian schools apparently was quite different. Their ambition was to use the work plan as a way to mediate between the overarching goals in the L 97 curriculum and actual classroom practice. The object/motive of the teachers/schools can thus be formulated as a wish to facilitate and stimulate student responsibility and autonomy by letting the students take part in the planning of their own learning process. This can be conceptualised as the object/motive of a culturally more advanced form of the central activity. Relating this contradiction to Wartofsky's (1979) taxonomy, one could say that many students mainly used the work plan as a list of assignments, or a secondary artefact. The teachers'/schools' object for the use of work plans was, on the other hand, to stimulate student reflection of learning processes and working procedures, consequently that the use of work plan should contain elements related to Wartofsky's delineation of tertiary artefacts.

Mellin Olsen (1981) has introduced the concepts *S-rationale* and *I-rationale* in order to interpret and analyse the different motives students seem to have for learning mathematics. He connects the S-rationale mainly to the students' concept of what is considered to be valuable and significant knowledge, as developed in the students' social setting. Mellin Olsen (1981) asserts that this rationale will differ according to students' socioeconomic background. The I-rationale is related to viewing school as an instrument for obtaining a good and prosperous future. It is a rationale that solely creates instrumental learning, and where the most important goal is getting good grades. Mellin Olsen (1981) claims that the most common situation in the classroom is that the S- and the I-rationale overlap, and that the major task of

the teacher is to make this overlap as large as possible. To succeed in such an endeavour using work plans, it seems to be of uttermost importance that at least some of the learning goals in mathematics are related to important aspects of students' social lives, to issues that engage students. In this way student reflection about the relevance of mathematics could be stimulated, and the *culturally more advanced* (Engeström 1987) object/motive for studying mathematics would gain ground.

Fig. 5. A tertiary contradiction between object/motives of teacher and student activity systems.



Additionally it could be argued that when students mainly are given lists of assignments, and little time is used discussing learning goals and analysing the work that they do, this may result in fragmented subject knowledge.

A quaternary contradiction; central activity vs. neighbouring activities

Many students argued that because they were quite busy playing organised football or wanted to spend time with friends, they did not have much time left to do schoolwork, such as mathematics, at home. As all students participate in different activity systems, most of them related to non-school matters, this can be seen as a quaternary contradiction between the central activity and neighbouring activities. Here are excerpts from three different student interviews. (I is the interviewer and S1, S2, S3 are three different students.)

I: How much time do you use (on mathematics) at home, during the two week period? Approximately?

S1: I usually do most of it at school, so I don't do much at home really, because I have a lot of training, and stuff. (19.Sept.05)

I: ...do you do any mathematics at home?

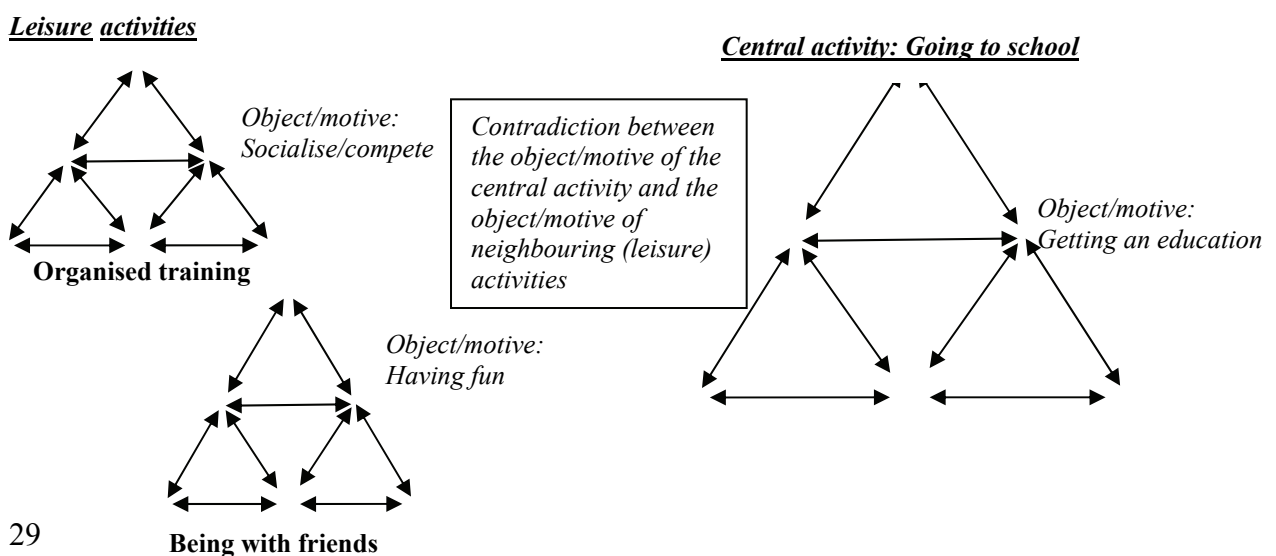
S2: I don't do much homework yet. I try to do homework as fast as possible, so I get time off. Because I have a lot of training to attend to, football training. (20.Sept.05)

I: Do you get finished with everything on the (work)plan during study lessons?

S3: No. And many do a lot of training and things... And it takes..., you don't have time..., and then you don't have time to be with friends and stuff. (26.Sept.05)

The way the students argue illustrates that they feel they have to choose between doing schoolwork or participate in leisure activities, like organised training. It seems to be a contradiction between the central activity, going to school, and other (neighbouring) activities that the students are a part of. This contradiction is illustrated in fig. 6.

Fig. 6. A quaternary contradiction between the central activity and leisure activities



Previously, before the introduction of work plans, the teacher could exert significant pressure on the students' "out of school" time through the assignment of homework, followed by controlling/testing if the students had completed this work. In the interviews we have conducted in this study, students admit that the teachers now very seldom check if they have completed their assignments. This can be considered in line with the philosophy behind work plans; that the responsibility for learning should be transferred from teacher to students. On the other hand, it puts more pressure on students and reinforces and strengthens the students' experience of the contradiction illustrated in fig. 6. The described quaternary contradiction also existed previously, but has apparently become more real, or pressing, after the introduction of work plans because students now have been empowered with more responsibility for their own school work.

6. Conclusions

Engeström's triangle model provides a chance to highlight how changing one element in an activity system affects the other components and creates new contradictions that need to be addressed. In this article the model has been applied in order to analyse some of the new and problematic contradictions that arise from the introduction and use of work plans in the mathematics classroom.

Engeström (1991) points out that school textbooks often seem to be treated as the object of the activity within the classroom, instead of being instruments for understanding the world. He states that "*when the text becomes the object, the instrumental resources of the activity are impoverished – students are left on their own devices*" (p. 249). When work plans do not contain any learning goals, or when learning goals are very generally formulated and given little attention in classroom discussions, the use of work plans seems to be open for the same kind of critique. Instead of being a tool for facilitating a transfer of responsibility from teacher to students, through a heightening of student awareness about own learning processes, the work plan then seems to function mainly as a list of assignments and to generate an increased amount of individual seat work. A particular challenge for teachers using work plans in mathematics is thus to formulate adequate learning goals, to direct their students attention to

these learning goals, and in general be able guide their students in the daily use of the work plan.

Hedegaard (2001) states that artefacts are the result of other humans' activity and that the history of an artefact is embedded in its traditions for use. She further claims that:

"...the process whereby an artefact/tool comes to play a role in a person's life requires that other persons demonstrate, identify and pass on the procedures for using artefacts/tools and the context in which they are suitable" (p. 20).

In this article it has been argued that work plans are used in order to comply with some of the overarching educational goals formulated in the Norwegian curriculum L 97 (KUF 1996). However, the work plan, as a recently developed artefact, does not have a very long history in Norwegian secondary schools. Empirical data collected through the video study here presented has disclosed that the procedures for using this artefact varies somewhat between the observed classrooms. Some of the contradictions that have been analysed cut across these differences, and are relevant for all six classrooms, while other contradictions are related to specific ways of using the work plan. Apparently different traditions are about to be established, and, according to Hedegaard's argumentation, this could imply that the work plan comes to play different roles in the students' "lives", depending on their actual experience with this artefact in the classroom. In line with this argumentation, Cole (1996) states that even if the interaction of individuals with artefacts is patterned culturally, it is not in any way uniform since face-to-face interactions takes place in different settings and are locally heterogeneous. As previously pointed out; in my empirical material this is revealed in the various ways work plans are designed and put into practice in the observed classrooms. In classrooms where the work plan is presented as a list of assignments, and learning goals are not mentioned at all, there is little chance that the students will be drawn into meta discussions about their own learning processes. According to Wartofsky's (1979) classification of artefacts, presented in section 3.2, the work plan will in this case function purely as a secondary artefact. However, when learning goals are explicitly formulated in a work plan, the teacher gets an opportunity to engage students in such discussions. Participation in this kind of discourses can contribute to a heightened consciousness and a deeper understanding of own learning processes. When the work plan functions like that, it will also carry elements

connected to Wartofsky's tertiary artefacts.

Individualisation of student work in schools has one of its roots in progressive and child centred education. Work plans have been introduced and used in order to meet some of the challenges that critical reform pedagogy has formulated. In this article some of the unintended consequences of the use of work plans have been addressed. With a similar research motive Eriksson (2007) describes how the use of *own work* in Swedish schools changes teaching and the division of labour between students and teachers in that responsibility for learning is transferred from teachers to students. She argues that even if this is done in order to accomplish the new curricular goals of the school system with regard to individually adapted teaching, it is important to discuss the consequences of this newly established practice. One of the issues she raises is that delegated teaching can promote a dependence on factors that are difficult to control, such as sociological factors like students' socio-economical background. Clearly this would be an unwanted outcome of pedagogical development which sharply conflicts with equity ambitions of neutralizing the importance of students' social class affiliation.

Apparently, further classroom studies on work plans and *own work* should be conducted, in order to bring to the foreground the different challenges connected to the development and use of these new artefacts.

References

- Bergqvist, K. (2005). Planering av eget arbete – ett förändrat innehåll i undervisning. (Planning own work – a changed teaching content). In E. Österlind (Ed.), *Eget Arbete – en kameleont i klassrummet. Perspektiv på et arbetssätt från förskola til gymnasium. (Own Work – a Chameleon in the Classroom. Perspectives on a Method of Work from Preschool to Senior High School)*. Lund: Studentlitteratur.
- Both, K. (2001). *Schulentwicklung als pädagogisch orientierte Konzeptentwicklung*. Hohengehren: Schneider Verlag.
- Carlgren, I. (2005). Konsten at sätta sig själv i arbete (The art of making yourself work). In E. Österlind (Ed.), *Eget Arbete – en kameleont i klassrummet. Perspektiv på et arbetssätt från förskola til gymnasium. (Own Work – a Chameleon in the Classroom. Perspectives on a Method of Work from Preschool to Senior High School)*. Lund: Studentlitteratur.
- Carlgren, I., Klette, K., Myrdal, S. Schnack, K., & Simola, H. (2006). Changes in Nordic Teaching Practises: From individualised teaching to the teaching of individuals. *Scandinavian Journal of Educational Research, Vol. 50(3)*, pp. 301-306.
- Cazden, C. (1988). *Classroom discourse. The language of teaching and learning*. Portsmouth: NH: Heinemann.
- Clarke, D. (2000). *The Learner's Perspective Study. Research Design*. Melbourne: University of Melbourne.
- Clarke, D., Keitel, C., & Shimizu, Y. (Eds.) (2006a). *Mathematics Classrooms in Twelve Countries: The Insider's Perspective*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Clarke, D., Emanuelsson, J., Jablonka, E., & Chee Mok, I. A. (Eds.) (2006b). *Making Connections: Comparing Mathematics Classrooms Around The World*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Cobb, P., Perlwitz, M., & Underwood, D. (1996). Constructivism and Activity Theory: A Consideration of their Similarities and Differences as they Relate to Mathematics Education. In H. Mansfield, N. A. Pateman, & N. Bednarz, (Eds.), *Mathematics for Tomorrow's Children. International Perspectives on Curriculum*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Cohen, D. K. (1988). Teaching practice: Plus ca change...In P. Jackson (Ed.), *Contributing to Educational Change: Perspectives on Research and Practice*. Berkeley, CA: McCutchan.
- Cohen, D. K., & Ball, D. L. (1990). Policy and Practice: An Overview. *Educational Evaluation and Policy Analysis, Vol. 12(3)*, pp. 233-239.
- Cole, M. (1996). *Cultural psychology: a once and future discipline*. Cambridge: The Bellknap Press of Harvard University Press.
- Cole, M. (1999). Cultural psychology: some general principles and a concrete example. In Y. Engeström, R. L. Punamaki-Gitai, & R. Miettinen (Eds.), *Perspectives on activity theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Cuban, L. (1993): *How Teachers Taught. Constancy and Change in American Classrooms 1880-1990*. New York, NY: Teachers College Press.
- Dalland, C. (2007). "Du skal vite litt om energi". *Bruk av læringsmål på elevenes arbeidsplaner. ("You have to know a little about energy". The use of learning goals in students' work plans)*. Oslo: Master thesis in pedagogy, Institute for Educational Research, University of Oslo.
- Dysthe, O. (Ed.) (2001). *Dialog, samspel og læring. (Dialogue, interaction and learning)*. Oslo: Abstrakt forlag AS.
- Edwards, A. D., & Mercer, N. (1987). *Common knowledge. The development of understanding in the*

classroom. London: Methuen.

Engeström, Y. (1987). *Learning by Expanding: An Activity-Theoretical Approach to Developmental Research*. Helsinki: Orienta-Konsultit.

Engeström, Y. (1991). Non Scolae Sed Vitae Discimus: Toward overcoming the encapsulation of school learning. *Learning and Instruction, Vol. 1*, pp. 243-259.

Engeström, Y. (1998). Reorganizing the motivational sphere of classroom culture: An activity-theoretical analysis of planning in a teacher team. In F. Seeger, J. Voigt, & U. Waschescio (Eds.), *The Culture of the Mathematics Classroom*. Cambridge: Cambridge University Press.

Engeström, Y. (1999). Activity theory and individual and social transformation. In Y. Engeström, R. L. Punamaki-Gitai, & R. Miettinen (Eds.), *Perspectives on activity theory*. Cambridge: Cambridge University Press.

Engeström, Y. (2001). Expansive learning at work: Towards an activity theoretical conceptualization. *Journal of Education and Work, Vol. 14*, pp. 133-156.

Engeström, Y. & Miettinen, R. (1999). Introduction. In Y. Engeström, R. L. Punamaki-Gitai, & R. Miettinen (Eds.), *Perspectives on activity theory*. Cambridge: Cambridge University Press.

Eriksson, I. (2005). Tre generationer eget arbete. (Three generations of own work). In E. Österlind (Ed.), *Eget Arbete – en kameleont i klassrummet. Perspektiv på et arbetssätt från förskola til gymnasium. (Own Work – a Chameleon in the Classroom. Perspectives on a Method of Work from Preschool to Senior High School)*. Lund: Studentlitteratur.

Eriksson, I. (2007). *Decentralized Teaching: A New Division of Labour Between Teachers and Students*. Paper presented at the fourth Nordic Conference on Cultural and Activity Research, June 15-17, 2007. Oslo, Norway.

Gade, S. (2006). *The micro-culture of a mathematics classroom. Artefacts and Activity in Meaning making and Problem solving*. Kristiansand: Doctoral dissertation, University of Agder.

Glaserfeld, E. von (1991). Introduction. In E. von Glaserfeld (Ed.), *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Glaserfeld, E. von (1995). A Constructivist Approach to Teaching. In Steffe, L. P., & Gale, J. (Eds.), *Radical Constructivism in Action. Building on the Pioneering Work of Ernst von Glasersfeld*. London: Routledge Falmer.

Goodlad, J. (1984). *A Place Called School*. New York, NY: McGraw Hill Book Company.

Hedegaard, M. (2001). Learning through acting within societal traditions: learning in classrooms. In M. Hedegaard (Ed.), *Learning in Classrooms: A Cultural-Historical Approach*. Aarhus: Aarhus University Press.

Hedegaard, M., Chaiklin, S., & Juul Jensen, U. (1999). Activity Theory and Social Practice: An Introduction. In S. Chaiklin, M. Hedegaard, & U. Juul Jensen (Eds.), *Activity Theory and Social Practice*. Aarhus: Aarhus University Press.

Hoetker, J., & Ahlbrand, W. P. (1969). The persistence of recitation. *American Educational Research Journal, Vol. 6*(2), pp. 145-167.

Jackson, P. W. (1968). *Life in Classrooms*. New York, NY: Holt, Rinehart, & Winston.

Keefe, J. W., & Jenkins, J. M. (2000). *Personalized Instruction. Changing Classroom Practice*. New York, NY: Larchmont.

Kieran, C., Forman, E., & Sfard, A. (Eds.)(2002). *Learning Discourse. Discursive approaches to research in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R.V., Roe, A. & Turmo, A. (2004). *Retten spor eller ville veier? Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2003. (On the right track or into the wild?*

Achievements of Norwegian students in mathematics, science, and reading in PISA 2003. Oslo: Universitetsforlaget.

Klette, K. (2003). Lærernes klasseromsarbeid: Interaksjons- og arbeidsformer i norske klasserom etter Reform 97. (Teachers' classroom work: Forms of interaction and work in Norwegian classrooms after Reform 97). In K. Klette (Ed.), *Klasserommets praksisformer etter Reform 97*. (Forms of classroom practice after Reform 97). Oslo: Unipub.

Klette, K. (2007). Bruk av arbeidsplaner i skolen – et hovedverktøy for å realisere tilpasset opplæring? (The use of work plans in school – a key tool for implementing individually adapted learning). *Norsk Pedagogisk Tidsskrift*, Vol. 91(4), pp.344-358.

Klette, K., Lie, S., Ødegaard, M., Anmarkrud, Ø., Arnesen, N., Bergem, O.K., & Roe, A. (2008). *PISA+: Lærings- og undervisningsstrategier i skolen*. (PISA+: Learning- and teaching strategies in school.) Oslo: Norges forskningsråd.

Kozulin, A. (1986). The Concept of Activity in Soviet Psychology: Vygotsky, His Disciples and Critics. *American Psychologist*, Vol. 41(3), pp. 264-274.

KUF (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. (Curriculum for primary and lower secondary school in Norway). Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Lerman, S., & Zevenbergen, R. (2004). The Socio-Political Context of the Mathematics Classroom: Using Bernstein's Theoretical Framework to Understand Classroom Communication. In P. Valero, & R. Zevenbergen (Eds.) *Researching the socio-political dimensions of mathematics education. Issues of power in theory and methodology*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Leont'ev, A. N. (1978). *Activity, consciousness, and personality*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Leont'ev, A. N. (1981). *Problems of the development of the mind*. Moscow: Progress Publishers.

Lie, S., Kjærnsli, M., Roe, A., & Turmo, A. (2001). *Godt rustet for framtida? Norske 15-åringers kompetanse i lesing og realfag i et internasjonalt perspektiv*. (Well prepared for the future? The competence of 15-year old Norwegians in reading, science and mathematics from an international perspective.) Oslo: Department of Teacher Education and School Development, University of Oslo.

Ludvigsen, S. R., Havnes, A., & Lahn, L. C. (2003). Workplace Learning across Activity Systems: A Case Study of Sales Engineers. In Y. Engeström, & T. Tuomi-Gröhn (Eds.), *Between School and Work: New Perspectives on Transfer and Boundary-crossing*. Amsterdam: Pergamon.

Lundgren, U. P. (1979). *Att organisera omvärlden. En introduktion till läroplansteori*. (To organise the world. An introduction to curriculum theory). Stockholm: Liber forlag.

McDonald, G., Le, H., Higgins, J., & Podmore, V. (2005). Artifacts, tools, and classrooms. *Mind, Culture, and Activity*, Vol. 12(2), pp. 113-127.

Mehan, H. (1979). *Learning lessons: The social organization of classroom instruction*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Mellin-Olsen, S. (1981). Instrumentalism as an educational concept. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 12(3), pp. 351-367.

Moen, Kjell G. (2004). *Nye arbeidsplaner for den aktive elev*. (New work plans for the active student). Drøbak: KGM-produksjon.

Montessori, M. (1934). *Håndbog i Montessorimetoden*. (Handbook in the Montessori method). København: Høst & søns forlag.

Montessori, M. (2002). *The Montessori Method*. Mineola, NY: Dover Publications.

Nardi, B. A. (1996). Studying Context: A Comparison of Activity Theory, Situated Action Models, and Distributed Cognition. In B. A. Nardi (Ed.), *Context and Consciousness: Activity Theory and Human-Computer Interaction*. Cambridge, MA: The MIT Press.

- Newman, F. M. Secada, W. G., & Wehlage, G. G. (1995). *A guide to authentic instruction and assessment: Vision, standards and scoring*. Madison, WI: Document Service, Wisconsin Center for Education Research.
- OECD (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science, and Problem Solving Knowledge and Skills*. Paris: OECD Publications.
- Olsson, M. (2005). Eget arbete – en praktikers reflektioner. (*Own work – reflections of a practitioner*). In E. Österlind (Ed.), *Eget Arbete – en kameleont i klassrummet. Perspektiv på et arbetsätt från förskola til gymnasium. (Own Work – a Chameleon in the Classroom. Perspectives on a Method of Work from Preschool to Senior High School)*. Lund: Studentlitteratur.
- Parkhurst, H. (1926). *An explanation of the Dalton Laboratory Plan*. London: Dalton Association.
- Parkhurst, H. (1930). *Education on the Dalton plan*. London: G. Bell.
- Renshaw, P. (1996). A Sociocultural View of the Mathematics Education of Young Children. In H. Mansfield, N. A. Pateman, & N. Bednarz, (Eds.), *Mathematics for Tomorrow's Children. International Perspectives on Curriculum*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Russell, D. R., & Yañez, A. (2003). 'Big Picture People Rarely Become Historians': Genre Systems and the Contradictions of General Education. In Bazerman, C. & Russell, D. P. (Eds.), *Writing Selves/Writing Societies. Research from Activity Perspectives*. http://wac.colostate.edu/books/selves_societies/ (Visited 20.08.08)
- Säljö, R. (2006). *Läring og kulturelle redskaper. Om læreprosesser og den kollektive hukommelsen. (Learning and cultural tools. About learning processes and the collective recollection)*. Oslo: Cappelen's Forlag AS.
- Seeger, F. (2001). The complementarity of theory and praxis in the cultural-historical approach: from self-application to self-regulation. In S. Chaiklin (Ed.), *The theory and practice of cultural-historical psychology*. Aarhus: Aarhus University Press.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. New York, NY: Cambridge University Press.
- Sfard, A., & Kieran, C. (2001). Cognition as communication: Rethinking learning-by-talking through multi-faceted analysis of students' mathematical interactions. *Mind, Culture, and Activity, Vol 8(1)*, pp. 42-76.
- Steen, N. O. (2007). "From doing to learning". *Læringsorientering i elevs arbeidsplaner og i bruk av arbeidsplaner i klasserommet. (Learning orientation in student work plans and in the use of work plans in the classroom)*. Oslo: Master thesis in pedagogy, Institute for Educational Research, University of Oslo.
- Sternud-Groth, M.-M. (2005). Eget arbete eller självständigt arbete. (Own work or independent work). In E. Österlind (Ed.), *Eget Arbete – en kameleont i klassrummet. Perspektiv på et arbetsätt från förskola til gymnasium. (Own Work – a Chameleon in the Classroom. Perspectives on a Method of Work from Preschool to Senior High School)*. Lund: Studentlitteratur.
- Stodolsky, S. S. (1988). *The Subject Matters: Classroom activity in math and social studies*. Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Ståhle, Y. (2006). *Pedagogiken i tiden: Om framväxten av nya undervisningsformer under tidigt 2000-tal - exemplet Kunskapsskolan. (Contemporary pedagogy: the rising of new forms of teaching early in the 21st century – from the example "Kunskapsskolan")*. Stockholm: HLS Förlag, Doctoral Thesis at the University of Stockholm.
- Taylor, J. (1972). *Organizing the open classroom: a teachers' guide to the integrated day*. New York, NY: Schocken Books.
- Van Oers, B. (2008). Introduction. In B. Van Oers, W. Wardekker, E. Elbers, & R. van der Veer (Eds.), *The Transformation of Learning. Advances in Cultural-Historical Activity Theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge,

MA: Harvard University Press.

Vygotsky, L. (1979). Consciousness as a problem in the psychology of behaviour. *Soviet Psychology*, Vol. 17(4), pp. 3-35.

Wartofsky, M. (1979). *Models. Representation and the scientific understanding*. Dordrecht: Reidel.

Wells, C. G. (1999). *Dialogic inquiry: towards a sociocultural practice and theory of education*. New York, NY: Cambridge University Press.

Wertsch, J. V. (1991): *Voices of the Mind: A Sociocultural Approach to Mediated Action*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Österlind, E. (1998). *Disciplinering via frihet. Elevers planering av eget arbete. (Disciplining through Freedom. Independent work and student planning.)* Uppsala Studies in Education 75. Uppsala: Doctoral dissertation, Acta Universitatis Upsaliensis.

Österlind, E. (Ed.) (2005a). *Eget Arbete – en kameleont i klassrummet. Perspektiv på et arbetsätt från förskola til gymnasium. (Own Work – a Chameleon in the Classroom. Perspectives on a Method of Work from Pre School to High School)*. Lund: Studentlitteratur.

Österlind, E. (2005b). Innledning. (Introduction). In E. Österlind (Ed.), *Eget Arbete – en kameleont i klassrummet. Perspektiv på et arbetsätt från förskola til gymnasium. (Own Work – a Chameleon in the Classroom. Perspectives on a Method of Work from Pre School to High School)*. Lund: Studentlitteratur.

ARTIKKEL II

Bergem, O. K. (2008). The Workplan as a Mediator in the Negotiation of Didactical Contracts in Six Norwegian Mathematics Classrooms.
(En versjon av denne artikkelen er sendt til *Revue Education & Didactique* for publisering)

The Work Plan as a Mediator in the Negotiation of Didactical Contracts in Six Norwegian Mathematics Classrooms

1.1. Introduction and objectives

Numerous initiatives have recently been introduced in order to reform classroom practices (e.g., KUF 1996; KD. 2006a; KD. 2006b; KD. 2007; National Council of Teachers of Mathematics 1989; 2000). A common denominator for many of these reform initiatives has been to implement and stimulate more student-centred methods of learning and instruction and increased opportunities for student participation in classroom activities. In Norway the work plan is one of these reform initiatives. It has largely emerged from the field of practice, and aims at providing the student more opportunities for participation and to stimulate autonomous ways of working. The work plan is a document that describes what the students are supposed to do and learn in different school subjects during a certain period of time, including hand-ins and both oral and written assignments (Klette 2007). Thus, work plans are supposed to inform the students about topics to be covered, learning goals, assignments, degrees of student participation and forms of assessment. From a didactical point of view a work plan can be considered to be a tool that makes it possible to differentiate with regard to time, pace, progression, content, localisation, and individual-/group activities (Moen 2004). In this article it will be argued that the use of work plans strongly mediates the *didactical contract* (Brousseau 1997) between teacher and students, and that some aspects of the new didactical contract that emerges may influence the students' opportunities to appropriate mathematical knowledge in a negative way. The analysis is based on empirical material collected in six 9th grade Norwegian mathematics classrooms.

Brousseau (1997) has introduced the concept *didactical contract* into the discourse of mathematics education. The didactical contract, according to Brousseau, is an analytical concept, a technical tool to be used by the researcher in the analysis of practice within the mathematical classroom. It is a metaphor for the set of implicit and explicit rules of social and mathematical interaction in a particular classroom and can be especially useful when the

object of the study is to look at changes in the mutual expectations of participants within classroom practices (Wedegé & Scott 2006).

The use of work plans gives ample and extended room for negotiation between teacher and students regarding their mutual responsibilities and changes the traditional *division of labour* (Engeström 1987) between these two groups of actors. In this way work plans lead to a renegotiation between the teacher and the students of *what* to do, *how* to do it, *when* to do it, and with *whom*. The introduction and use of work plans in mathematics has in this way been conducive to important changes in the didactical contract between teacher and students. Through analysis of parts of our composite empirical material, this article will illustrate how the use of work plan mediates the negotiation of this new didactical contract. This analysis will be conducted using four criteria which are all connected to different aspects of working with mathematics in the classroom, and my research questions are formulated in relation to each of these four criteria:

1. What to do?

Using work plans; who decides what to do in mathematics?

2. How to do it?

Using work plans; who decides how to work with mathematics?

3. When to do it?

Using work plans; who decides when to do the assignments in mathematics?

4. With whom?

Using work plans; who decides if one should work individually or in collaboration with others?

The claim that will be made is that the use of work plans has contributed to changes in the *didactical contract* between teacher and students with regard to these four criteria, and that some of these changes seem to be problematic in regard to providing the students the optimal *opportunities to learn* in mathematics (Hiebert & Grouws 2007).

1.2. The use of work plans in Norwegian classrooms – background and assumptions

As an introduction to the analyses of work plans as a mediator of negotiation, we would like to point to some important features of the school systems in Scandinavia and Norway. The comprehensive school systems in these countries have largely the same characteristics; being

unified and unstreamed and giving the highest priority to providing the same learning opportunities for all students (Carlgren, Klette, Myrdal, Schnack, & Simola 2006). Individualised teaching methods have been advocated as a means to accomplish differentiation and stimulate self regulatory learning within these unstreamed school systems, and self-regulated individualised methods of working have steadily increased in importance within Swedish and Norwegian compulsory school during the last decades (Carlgren *et al.* 2006). Work plans were introduced in Norwegian classrooms during the late eighties/early nineties as a way of coping with the demands related to individual differentiation and students' self-regulatory learning. Their use has steadily increased, up to the point where now almost all Norwegian classes, in primary and lower secondary schools, use work plans as primary planning tools (Klette 2003). In all of the six schools observed in this study the teachers used work plans to organize student activity.

In Sweden there is a corresponding way of organising student activity which is labelled *own work* (Carlgren 1988, Österlind 1998; 2005a). The main difference between work plans and own work is described in article I, section 3.2. My analysis is based solely on work plans as used in Norwegian classrooms, but I will also take the privilege of referring to Swedish research on *own work* when this seems relevant for my discussion.

One of the most fundamental and general ideas behind work plans is to transfer responsibility for student learning from teacher to student. The dialogues between teacher and students reveal, however, that there seem to be conflicting views as to what constitutes the students' rights, obligations and responsibilities in relation to their work with mathematical assignments. These conflicts are often related to the interpretation of what the use of work plans implies for teacher and students with regard to the new division of labour in the classroom. It seems that the students are given contradictory messages as to what really constitutes their rights and obligations, and this at times creates a certain amount of confusion among them. Thus, unclear expectations may contribute to a low pressure to achieve in the mathematics classroom.

Next, while the use of work plans gives the students the opportunity to choose different strategies in their work with mathematics, for instance only attending to tasks in this subject one or two days during a work plan period of two or three weeks, this also contributes to reduced pressure to learn. It will be argued that some of these documented strategies, which

must be considered to be legitimate options within the current framework of work plans, lead to a lack of continuity in students' work with mathematics which may reduce their opportunity to learn mathematics.

In addition, it will be claimed that the use of work plans seems to increase the amount of time used on individual seat work in mathematics at the expense of more collective modes of working, like group work and classroom discussions.

Finally, another problematic aspect, in relation to the extensive use of individual work which we observed in the mathematics classroom, was the lack of systematic procedures and routines for evaluating the learning processes. In many of the classrooms little time was used on collectively summing up the central mathematical ideas and themes, or to discuss suggested solutions to the tasks and problems the students had been working on. In short, the students were only sporadically invited to present and evaluate their mathematical work, and have their learning outcome collectively assessed. This is regarded as important elements in theories of self-regulation (Meichenbaum & Biemiller 1998; De Corte, Verschaffel & Op'T Eynde 2005).

1.3. Theoretical perspectives

1.3.1. The didactical contract

Brousseau's (1997) concept *didactical contract* has been frequently used and elaborated upon by researchers within mathematics education (see for instance Laborde, Perrin-Glorian & Sierpinska 2005). The concept is closely connected to the more comprehensive *Theory of Didactical Situations in Mathematics* and the framework of the French school of *Didactique des Mathematiques* (Brousseau 1997).

Teaching is envisaged by Brousseau as the devolution of a learning situation from the teacher to the student. This devolution is modelled as the negotiation of a contract between the teacher and the student; that is, as a perpetual negotiation of the rules of the game.

The didactical contract is the rules of the game and the strategy of the didactical situation. It is the justification that the teacher has for presenting the situation. But the evolution of the situation modifies the contract, which then allows new situations to occur.

(Brousseau 1997, p. 31)

Even though the didactical contract always is implicit, it regulates the relations between teacher and student, what they actually can do in the mathematics lessons. Herbst & Kilpatrick (1999) comment that the metaphor of *a contract* points to the reciprocal relations between the teacher and the student with respect to the mathematics to be learned, and imposes on both actors the need to negotiate their mutual responsibilities. Sensevy *et al.* (2005) elaborating on Brousseau's theoretical concepts, explain that there is a ternary relation between the teacher, the students and the knowledge at stake which they label the *didactic relationship*. By using this concept they want to emphasise the communicative nature of the teaching techniques, and to underscore the importance of the involved piece of knowledge which must be considered to be the core of the relationship between the teacher and the students.

Brousseau (1997) distinguishes between the concepts *didactical situations*, *a-didactical situations* and *non-didactical situations*. *Didactical situations* is a broad concept that describes the way the teacher conducts the lesson, the interventions that are chosen and the arguments that are used (Brousseau & Gibel 2005). An *a-didactical situation* is designed with a didactic intention (Laborde & Perrin Glorian 2005). It is a situation, carefully chosen by the teacher, which allows the students to solve mathematical problems on their own. It can be modelled as a system of interaction between the student and the situation that is designed by the teacher (Laborde & Perrin Glorian 2005). These kinds of situations are called *a-didactic* because they are experienced by students as devoid of any explicit teaching intentions. A *non-didactical situation* with respect to a certain knowledge S is a situation that is not explicitly organised to allow the learning of S.

Brousseau (1997) uses the metaphor of *a game* in his analysis of learning processes that take place in the classroom, and he relates this metaphor to the different strategies that teacher and students choose to apply in their pursuit of mathematical knowledge. He states that teachers must judiciously choose appropriate problems for the students so they will be able to make them their own and “*to act, speak, and evolve by their own motivation*” (Brousseau 1997, p. 30). It is in this sense that the devolution of the problem from teacher to students takes place. Brousseau uses the expression that the students enter into the game and, if learning occurs, win this game. By using metaphors such as *contract* and *game*, Brousseau highlights the

dynamic aspects of his theory, and Herbst & Kilpatrick (1999) point out that these metaphors should be considered to be active tools which are useful in interpreting the problem being investigated. As to the game metaphor they state that:

...the fact that games have rules allows one to see that any learner's actions must conform to constraints that determine which strategies are legal and may even result in a win (i.e. what knowings are well adapted to attacking the problem and possibly to solving it).

(Herbst & Kilpatrick 1999, p. 8)

Another interesting aspect of the game metaphor is that it emphasises the aspect of losing as related to the appropriation of mathematical knowledge. The students may actually fail at making the mathematical knowledge which is at stake their own, and consequently lose the “game”. This could, for instance, happen if the teacher orchestrates learning situations where students fail to take responsibility for essential parts of the target knowledge.

The use of the concept *didactical contract* is often used as an analytical concept which is disconnected from the theoretical framework of didactical situations. As such it is generally related to the norms for social and mathematical interaction within the classroom in a broader sense (Wedegé & Scott 2006). In this paper the concept will be used according to this description:

... as a metaphor for the set of implicit and explicit rules of social and mathematical interaction in a particular classroom. The didactical contract, then, in our terminology constitutes the rules of the game in that classroom, rules that on the one hand frame the practices that emerge and on the other are regenerated and transformed by those very same practices.

(Wedegé & Scott 2006, p.41)

We would, however, like to draw attention to one particular aspect of our use of the concept *didactical contract*, which deviates from how it is defined and applied by Wedegé & Scott (2006). In the present article we focus on some of the consequences that the use of work plans seems to have for students' opportunity to learn mathematics. The traits that have been selected for analysis are not related to one classroom only; episodes from different classrooms have been used in order to illustrate the various arguments. We are aware that we in this way deviate from the regular use of the concept *didactical contract*, as this usually is related to analysis of one particular classroom only. We do, however, consider *didactical contract* to be

a very fruitful conceptual tool in our phenomenological analysis of work plans. This is because one of the most important issues that we draw attention to is how the use of work plans influences and shapes the teachers' and students' mutual expectations, the "rules of the game" in the classrooms. These expectations manifest themselves somewhat differently in the six classrooms, but the majority of the traits we have selected for analysis seem to be related to the general use of work plans as a learning tool in mathematics, and are thus found to be relevant across all the classrooms in the study.

1.3.2. Learning theories within mathematics education

Even if it can be argued that there are significant epistemic differences between various constructivist and socio-cultural learning theories (see for instance Lerman 1996; Waschescio 1998; Sfard 2006), they all assign importance to collaborate activities and classroom discussions for the learning of mathematics. In radical constructivism learning is characterized as a process of self-organization in which the subject reorganizes his or her cognitive activity in order to eliminate perturbations (Glaserfeld 1991). The most frequent and significant source of perturbations for the cognizing subject is interaction with others. Even within radical constructivism, which has been severely criticized for its individualistic perspective on learning and for not being able to account for learning as a social phenomenon (Kilpatrick 1987; Ernest 1991; Lerman 1996), importance is assigned to the *collective activities* in the mathematics classroom as a source of the individual, cognitive perturbations necessary for promoting mathematical learning. These experiences are considered to be decisive for individuals' construction of knowledge.

Naturally, the social aspect of learning is given even more importance within social constructivist and socio-cultural learning theories. Social constructivism maintains that meanings are individually constructed and not shared, and that through *social negotiation* knowledge is *taken to be shared* (Voigt 1994). Jaworski (1994) states that whenever sharing takes place, all meanings are individual, but assumptions regarding common meanings are made and tested by participants. Thus, social negotiation of mathematical meaning takes place through the *collective activities* in mathematics lessons, which are consequently considered to be of major importance for student learning of mathematics.

Within socio-cultural theory, however, learning is generally viewed as becoming a participant in a certain discourse, in which discourse is viewed as the totality of communicative activities

practiced within a given community (Sfard 2000). Van Oers (2006) agrees with this view in stating that:

Learning in an activity theory approach is the extension or improvement of the repertoire of actions, tools, meanings and values that increases a person's abilities to participate autonomously in a socio-cultural practice (p. 124).

Renshaw (1996, p. 60) claims that the opportunity to use speech in collaborative activities with others is central to conceptual development within socio-cultural theory. Lave and Wenger (1991) have used the expression *legitimate peripheral participation* to account for the processes of learning by which a newcomer successively moves from a peripheral to a full participation in communities of practice. Participation in *collective activities* is here regarded as a prerequisite for processes of learning to take place. With regard to the learning of mathematics, Sfard (2006) claims that:

the idea of mathematics as a form of discourse entails that individual learning originates in communication with others and is driven by the need to adjust one's discursive ways to those of other people (p. 166).

Communication and collaborative activities as important tools in the learning of mathematics, has within mathematics education also been linked to the idiosyncratic cultural and historical aspects of this particular field of theoretical and practical knowledge. Cobb (2000) sees mathematics as a complex human activity and, leaning on Dörfler (2000), states that the task facing the teacher is that of supporting and organizing students' induction into the practices that have emerged during the discipline's intellectual history. Yackel and Cobb (1996) have introduced the concept *socio-mathematical norms* which deal with the normative aspects of classroom action and interaction that are specific to mathematics. They claim that these norms are interactively constituted, that they regulate mathematical argumentation, and influence learning opportunities for both the students and the teacher. The teacher is seen as a representative of the mathematical community and students' mathematical reasoning viewed as acts of participation in communal practices that are established through the ongoing interactions in the classroom.

To sum up briefly; a common trait in all the dominant learning theories within mathematics education is that collective and collaborative activities are considered to be of major importance in the learning of mathematics. It is particularly within socio-cultural theories that these kinds of activities are viewed as fundamental for student learning in mathematics; that

is; students must be given the opportunity to actively participate in relevant mathematical discourses in order to be able to broaden their discursive mathematical repertoire.

1.3.3. Consequences for teaching and students' learning

Hiebert & Grouws (2007), building on Thorndike (1906) and Cohen, Raudenbush & Ball (2003), formulate the following definition of teaching:

Teaching consists of classroom interactions among teachers and students around content directed toward facilitating students' achievement of learning goals (p. 372).

They state that teaching is a system of interacting features rather than a collection of independent and interchangeable features. Consequently, the effect of any chosen particular feature is difficult to isolate because it is influenced by related and interacting features. This severely complicates the research process, and it is an important reason why researching teaching effectiveness in order to reach reliable and valid conclusions often seems nearly impossible. Hiebert & Grouws explain that the effects of teaching for instance will be mediated by students' thinking, that is:

their attentiveness during instruction, their interpretations of the teacher's presentation and of the tasks they are assigned, their entry knowledge and skills, and so on (Hiebert & Grouws, p. 375).

Furthermore, some variables may exert a stronger influence than others. It would seem that the use of work plans as an overall organising tool in the mathematics classroom strongly mediates the effects of teaching, defined in accordance with the above quotation, and may thus be considered to be among the most influential variables in the observed mathematics classrooms in my sample.

Even if the study of the connection between teaching and learning outcomes in mathematics is methodologically difficult and complicated, Hiebert & Grouws (2007) identify some factors or constructs that they claim are quite well established through findings in various empirical educational studies. One of these research-based constructs that seems particularly relevant in my discussion of how work plans mediate the didactical contract between teacher and students is commonly labelled *opportunity to learn*. It simply means that the "*students learn best what they have the most opportunity to learn*" (p. 378). Hiebert & Grouws explain that *opportunity to learn*, even if it seems to be a quite general notion, can be a powerful concept if traced carefully through its implications. It includes: "*considerations of students' entry*

knowledge, the nature and purpose of the tasks and activities, the likelihood of engagement, and so on” (p. 379).

Hiebert & Grouws tie the concept *opportunity to learn* to Vygotsky’s (1978) well-known concept of the *zone of proximal development*, the space within which learning can be expected, under supportive conditions, given the person’s current level of functioning. They claim that *opportunity to learn* can be considered to be a concept that expresses these supportive conditions that, according to Vygotsky, are a prerequisite for optimal learning outcomes.

It also seems reasonable to claim that Brousseau’s concept of an *a-didactical situation* is closely related to the concept *opportunity to learn*. Brousseau (1997) states that what characterizes an *a-didactical situation* is that the teacher carefully considers which kind of problems to put before the students in order for the students to succeed in gaining knowledge. In her planning of which problems to use, the teacher has to take into account the student’s prior knowledge, the nature and purpose of the tasks and the activities, and the likelihood of student engagement with the problems they are confronted with. Therefore; through a carefully planned *a-didactical situation* the teacher will try to optimize students’ *opportunity to learn*.

1.4. Sample and Methods

This paper is based on empirical data collected in six 9-th grade Norwegian mathematics classrooms through the video study PISA+ (Klette *et al.* 2008). PISA+ is a classroom video project on learning and teaching strategies in school that comprises mathematics, science and reading. The main goal in PISA+ is to examine problematic findings from the Norwegian PISA results (Kjærnsli, Lie, Olsen, Roe, & Turmo 2004). Some of the analyses in PISA+ are conducted across all the three subjects involved, while others are for the particular subject.

The methodology in the PISA+ project is strongly influenced by *The Learners’ Perspective Study (LPS)* (Clarke 2000; Clarke, Keitel, & Shimizu 2006a; Clarke, Emanuelsson, Jablonka, & Chee Mok 2006b) which is an international comparative video study of mathematics. A central characteristic of the LPS-study is the documentation of the teaching of sequences of lessons, rather than just single lessons. The data related to each lesson is made up of:

- classroom videotapes

- video-stimulated student interviews,
- teacher interviews
- field notes from classroom observation
- copies of students' work during class
- resources used by the teacher

Our primary sources of informants were grade 9 students, 14-15 years old, at lower secondary level. The study covers six classes at six different schools, selected to provide us with a certain variation as regards demography and pedagogical organizational structure. Each class was observed for approximately three weeks altogether, and the data collection period was spread out over almost one full year. The data was collected by video recordings, researcher field notes, student and teacher interviews, and copies of students' production. We used three cameras; one remotely controlled camera that followed the teacher; one surveillance camera with a "fish-eye" lens that captured the entire classroom; and another surveillance camera that focused on a dyad of students. In this paper I label this dyad *the focus group*. The video recording was stored directly onto a hard drive, making it possible to find particular scenes from the filmed lessons in just a few minutes. The use of surveillance cameras made the technology less intimidating since both the camera operator and the main part of the computer equipment were located outside the classroom, usually in the hall or in a nearby, smaller room. This also allowed two researchers to be present in the classroom without being directly involved in the video recording; one would observe the student dyad and simultaneously make notes in preparation for the upcoming interview, the other would observe the rest of the class, taking general field notes. As all scenes were video filmed, the need for ordinary field notes was limited. After discussions in the project group we decided, however, that these field notes should be regarded a supplement to the video recordings, and that our main objective with these notes should be to try to capture factors that relied on the researcher being present at the time being, for instance by describing the experienced atmosphere in the classroom, interpersonal relations, dialogues, non-verbal communication etc.

Semi-structured interviews with the students in the focus group were conducted shortly after the end of the video filmed lessons. We used a pre-prepared interview guide, modelled on the one developed and used in the LPS study (Clarke 2000). This interview guide was handled with a great deal of flexibility in order to give the interviewer the opportunity to follow up on comments from the students with relevance to the study. During these interviews the students

would watch sequences from the previous lesson and they were asked to comment on these episodes and make their own interpretations. The interviews would last approximately 30-35 minutes. On some occasions they would take place after school or during the lunch break, but due to the accommodating attitude we generally experienced from the teachers and students involved, we succeeded in conducting most interviews shortly after the end of each lesson. Methodologically we considered this to be a great advantage, as it would ensure that the students' memories were fresh and undisturbed.

The teachers were interviewed twice during the three week period. The first one was a kind of introductory interview where questions of a more general nature, concerning their background, educational practice, current position etc. were asked. The second one was video stimulated, where the teacher was asked to comment on selected incidents and episodes from one of his/her lessons. These episodes could be related to the teachers own presentation of content knowledge, to question-response incidents or to other kind of communication with individual students or groups of students. The teachers were also encouraged to select and comment on episodes that they themselves considered being important. Both teacher interviews were thus semi-structured, giving the interviewer an opportunity to follow up on issues introduced by the interviewee.

Copies of students' work during class were collected in relation to all video filmed lessons. All kind of written assignments and tasks were also copied, in addition to the work plan, the weekly schedule, and relevant text book chapters.

The video material from this study has been analysed in Videograph. Videograph is a computer software program developed at IPN, Kiel which makes it possible to study frequencies and patterns of activities across classrooms, teachers and disciplines. To conduct this analysis we have used theory-driven categories developed in PISA+, with a focus on organisational and structural features of classroom work (Klette *et al.* 2005), in addition to more subject specific analysis, using subject dependent categories (Arnesen & Ødegaard 2005). Some of the results related to these Videograph analyses will be drawn upon in this article.

1.5. The work plan as a mediator of the new didactical contract – findings and results

1.5.1. The Work Plan

As mentioned in the introduction work plans were used as an organisational and didactical tool in all the six classes in the study. There were, however, both similarities and differences between the classes with regard to the content of the plans and the way they were used. These are some of the most relevant similarities and differences in relation to the theme in this article:

- The duration of a work plan period varied across classes from one to three weeks.
- In all the classes the content of the work plan in mathematics was decided by the mathematics teacher only. The students did not participate in developing the plan.
- The work plans were not individual, but did contain some sort of level differentiation, usually three. It was up to the individual students to decide which one of the three levels to follow. The students could choose different levels from one work plan period to another.
- The three levels would usually cover the same mathematical themes, but were differentiated either by the amount of tasks connected to each level, by task difficulty, or by a combination of these two criteria.
- The work plan in three of the classes had explicit learning goals in mathematics. In two of the other classes the work plan did not have any learning goals at all, while in the last class the learning goals were very vaguely formulated.

In this section it will be argued that the work plan mediates the negotiations between teacher and students of the content of their emerging didactical contract. Excerpts from teacher and student dialogues in the mathematics class and from teacher and student follow up interviews will be used to illustrate some of the issues in this negotiation. In addition it will be claimed that the mutual expectations that teachers and students have towards each other often seem rather unclear. As a consequence of this a lot of time is used on re-negotiating quite fundamental issues in the didactical contract between them. Furthermore, the central importance of the work plan and its strong mediating functioning is stated by teachers and expressed in teacher interviews. In one of these interviews a teacher confirms quite clearly that the work plan is the most important document for the students.

1.5.2. Study/guidance lessons

Organisational flexibility was closely related to the use of work plans in our sample of schools. The schools enjoyed a relatively extensive local freedom in how to organise their weekly schedule, and this resulted in fairly different practical solutions. Common to all the schools was the practice of allocating time for the students to use individually on the work plan, but this was done in different ways. Three of the schools had a fixed number of separate study/guidance lessons on their weekly schedule. In these lessons the students were free to decide for themselves what to do and which subjects to attend, but they were supposed to be working with their school subjects. Most often this meant doing assignments from the work plan. The number of weekly study/guidance lessons varied from three to eight at these three schools. At five of the six schools, the school with eight study/guidance lessons being an exception, the students were given time during regular lessons to use on their work plan. Work plans, especially in combination with the use of study/guidance lessons here described, were meant to give the students the opportunity to regulate their own learning process by increasing their influence on how to organise and manage their own schoolwork.

1.5.3. What to do - “I let the students work a lot with the work plan”

As previously mentioned the students did not take part in developing the work plan. The decisions about general content; mathematical themes, learning goals, levels of differentiation, number of tasks etc. were considered the teachers' responsibility in all the six classes. The work plans seemed to a large degree to be used as a tool that determined in detail what the students were expected to do in mathematics. The excerpts below clearly illustrate how the work plan was actively used by the teachers as a mediating artefact in the mathematics classroom. Below are listed some numbered statements from three mathematics teachers in our study. The teachers are labelled T1, T2, T4, T6 and the interviewer is labelled I. All translations of the interview excerpts throughout the article are by the author.

1. T4: *“The work plan is the most important document for the students” (23.Sept.05)*
2. T2: *“I let the students work a lot with the work plan. That motivates them to work. If I had made them work with exercises that are not on the work plan, then their motivation for doing those exercises would have been very low. They look at it as an opportunity to do homework, and then they do more work during the lesson.” (28.Apr.05)*
3. T1: *Yes, it is what's on the plan that determines what we go through because it is what they are going to learn that determines what we go through and that is what they work on afterwards. The disadvantage with that is that some are ahead of what I go through. Some are not there yet.*

But (shakes her head) I don't really know how I can prevent that, but clearly it is a problem....(4.Apr.05)

4. *T1: "In mathematics there is a strong relation. What's on the plan determines both what we go through and the individual work afterward." (4.Apr.05)*
5. *T6: Well, I let them work with the exercises that are on the work plan. I guess I could have given them other exercises, but I think it's fair. If they work in class, they get less to do at home. (18.Nov.05)*

The work plan is assigned a central importance by the teachers both as a tool for planning the mathematics lessons (line 3 and 4), and as a list of exercises that the students are supposed to follow in their work with this subject (line 2, 3, 4 and 5). In line 2 T2 states that this list of exercises also generally motivates students' work in mathematics.

In line 3 T1 brings up another interesting problem. First, I would like to point out that in most of the classes in our data material the text book was frequently used in mathematics lessons. The great majority of the exercises in the work plans were from the textbook. The mathematical themes for a work plan period would also quite closely follow the chapters in the textbook. Finally, the teachers' presentation of theoretical themes would most often be modelled on the progression in the textbook.

Now to the actual problem; through the use of work plans and study/guidance lessons the students are given the opportunity to work at their own pace and to decide when to work with the assignments in mathematics. As a consequence of these choices the students will often not be working on the same exercises or problems. Therefore, when the teacher presents new mathematical material, which is frequently done in the first half of the lesson and through dialog with the students; only some of the students will follow up on this by doing exercises related to this theme in the last part of the lesson. This will all depend on their working pace and how much effort they have invested in the mathematics part of the work plan by this time. As observers we noticed this on many occasions, and in several classrooms; the teacher presented mathematical theories at the beginning of the lesson, but many students would afterwards work on unrelated tasks. When confronted with these observations in the interviews, the students explained that they usually continued to work on the assignments on the work plan from where they had left off, regardless of the theories the teacher had been explaining. T1 addresses this issue in line 6 when she states that "some are ahead" and some

“are not there yet”. She adds that she regards this as a problem that is quite difficult to prevent, given the work plan’s status as a strong determining factor for what takes place in the classroom. This way of working with mathematics is, however, a far cry away from Brousseau’s recommendations in his theory of a-didactical situations, where the teachers’ job is to arrange situations optimal for the devolution of the problems from teacher to students, and where coherence between theory and practice is considered to be of great importance.

1.5.4. How to do it – “if you’ve tried, you’ve done it!”

An analysis of some of the classroom dialogues reveal that not only do the teacher and students frequently negotiate their understanding of responsibilities and obligations towards each other, but there is considerable disagreement as to the legitimacy of their mutual expectations. In one such scene the students have just finished doing individual seat work and the lesson is about to end. This dialogue then takes place in a midweek class, 28.Apr.05. (T is the teacher; S1 and S2 are two different students):

6. *T: Friday everybody has to be finished with the work plan.*
7. *S1: I'm not sure I will be finished.*
8. *T: By Friday everybody has to be finished.*
9. *S2: When are we going through the stuff about proportions?*
10. *T: We'll take that on Friday.*
11. *S2: Then I will not be able to do the exercises. How am I supposed to do it when we haven't been through it?*
12. *T: Well; if you have tried, you've done it!*
13. *S2: Ok, then I'll try.*
14. *T: If you've tried, you've done it.*
15. *S2 (a bit humorously): Then I'll do a lot!*
16. *(Teacher smiles back to her and give her a thumb-up sign)*

In this dialogue several dilemmas generated by the use of work plan as an organising tool are illustrated. In line 6 and 8 the teacher tells the students that they are supposed to do all the assignments on the work plan by the end of the week. By communicating this demand the teacher partly assumes responsibility for the students’ involvement with the work plan. Analytically expressed, he makes this a part of the didactical contract between himself and the

students. This is however not stated explicitly, as one of the main ideas behind work plans is the transfer of responsibility for students' learning from the teacher to the students (Österlind 2005; Eriksson 2007; Klette 2007). According to the fundamental idea behind work plans, the students themselves are supposed to regulate their learning processes by deciding when and how to carry out the assignments on the work plan. Making sure that all the assignments are completed could thus be considered to be part of the students' responsibility. However, by assuming responsibility for student completion, the teacher invokes the traditional didactical contract where the teacher assigns homework for particular weekdays.

Another point worth noticing is that no reference is made to learning goals; it is all about finishing the listed exercises on the plan. This way of talking about the work plan was very common in the classrooms we observed and seemed to colour both the teachers' and the students' conceptions of the plan. As a rule little time was devoted to discussing the learning goals, if in fact these were formulated in the plan at all. Instead, a lot of attention was given to the numbered exercises, the assignments listed in the work plan. The students were constantly reminded that they had to be *finished* by a certain day, usually a Friday. *To be finished* would here mean to have completed the assignments. A new plan would then be distributed on the following Monday.

One of the main motives for the use of work plans is to facilitate and stimulate students' self-regulated learning (Österlind 2005; Carlgren *et al.* 2006; Klette 2007). A prerequisite for attaining this objective using work plans seems to be that the students are made aware of the learning goals related to the assignments they are working on. If the students' work is not related to explicit learning goals, there is little chance for the students of progressing and succeeding in their self-regulating development. In other words, in the didactical contract negotiated in the observed classrooms, ideas related to self-regulation did not seem to be handled consistently. Students were given the responsibility for completing a certain number of tasks, not for attaining relevant mathematical learning goals.

A somewhat different kind of problem addressed in this dialogue is worth mentioning. Due to the use of work plans the students often find themselves in a situation where they are asked to do an exercise before the relevant mathematical theory has been presented and discussed in class. (At other times the students voluntarily choose a working strategy that puts them in this same situation, see section 1.5.5. Quite frequently this will not be positively approved by the

teacher, who will try to discourage the students from doing this). In line 11 S2 puts forward a statement indicating that she thinks the teacher is responsible for introducing adequate mathematical theory. S2 argues (line 11) that she will not be able to fulfil the expectations formulated by the teacher (line 6 and 8) about finishing the assignments, because she does not think she will understand theoretical issues that they haven't discussed in class. Analytically this situation could be expressed as follows: If the teacher does not fulfil his part of what S2 perceives to be their mutual didactical contract, she will not be able to do her part, which is to do the exercises on the work plan. The teacher's answer is that it is enough to have given it a try (line 12). He repeats this again in line 14. S2 seems to be quite happy with this newly formulated expectation and responds that then she will be able to comply (line 15). Her statement seems to indicate that she thinks this demand will be quite easy to live up to since the teacher only asks her to try to do the exercises. Consequently there is no need to put too much effort into the work on the mathematics assignments. The body signals that the teacher gives her (line 16), and which in fact is the last bit of communication between them in this episode, can be interpreted as containing a double message. The way the teacher smiles is a way of admitting that he understands that this newly formulated expectation seems to violate a rule that the students are used to meeting in school; not only to try to do the exercises, but to complete them, preferably in a "right" way. His miming also conveys a message indicating that he fully understands that this new demand can be taken advantage of by the students, in the manner of not investing the energy that generally would be necessary in order to succeed in mathematics. Finally his body language, here the smile and the thumb up, can be interpreted as way of admitting that these demands are quite modest, but that he expects the students to do their best anyway. As the teacher does not specify how hard he expects the students to work on their mathematics assignments on the work plan, it would appear to be quite difficult for the students to realize what really is expected from them. This episode also illustrates how the content of the didactical contract on this point is somewhat unclear, and may contribute to low expectations with regards to efforts made.

In the following mathematics lesson, which takes place on Friday, the last day of the work plan period, the negotiation between the students and the teacher about the content of their didactical contract continues. This is an excerpt from a dialogue between a male student (Peter) and the teacher (T), carried out 29.Apr.05:

17. T: *Peter, how are you doing?*

18. P: *Great!*
19. T: *Great? Will you get finished?*
20. P: *Today?*
21. T: *Yes, with all the ...*
22. P: *I don't know. I feel like I don't have to do all the exercises. I do ..., you do the stuff up there (points to the blackboard) and I do some practice, sort of.*
23. T: *(smiles) Yes.*
24. P: *Cause you do go through most of it?*
25. T: *(still smiling) I do go through most of it, that's right.*
26. P: *And then I do some extra exercises.*
27. T: *(pauses a few seconds) You have to do all the exercises on the work plan.*
28. P: *You've said that if I make an effort, it's good enough.*
29. T: *Well, I've said that if you've made an effort, then that's good. I've never told you to skip exercises.*
30. P: *Yes, you have.*
31. T: *No, I've never said that.*
32. P: *Yes, you have.*
33. T: *No*
34. P: *Yes, you have said: "if you have done a), you can skip the rest".*
35. T: *If you have done a), you can skip the rest? No, I've said that if the exercise goes to l), then you can do the first two and the last two. You don't have to learn by rote, if you have understood everything.*
36. P: *But I do understand.*
37. T: *You're not supposed to skip an entire exercise, even if you have understood everything. You have to do them all, a little bit of all.*

The argument is about whether or not the students have to do all the exercises on the work plan, especially on the “long” exercises with many similar questions, or if it is sufficient to do less, as long as the student has made a serious effort and thinks s/he understands the kind of problems that are at stake. It is reasonable to assume that Peter in line 22, 24, 26, 28 refers to the teacher’s remarks in the last mathematics lesson (line 12 and 14) when he told the students

that if they had just tried to solve the exercises, they could consider it done. Peter seems to have drawn the consequences of these elements into the emerging didactical contract when claiming that the fact that he himself hasn't done all the exercises on the work plan ought to be accepted by the teacher. At first, line 27 and 29 the teacher objects to Peter's interpretation of his statement from the previous lesson and asserts that the students have to do all the exercises on the work plan. Peter still insists that his interpretation is valid (line 28, 30, 32, 34). The teacher then (line 35) seems to modify his previous statements somewhat in arguing that the students, as a general rule, have to do all the exercises on the work plan, but that it is legitimate to skip parts of them if they are very long and repetitive, and if the students have comprehended the essence of the relevant mathematical content. By stating this the teacher apparently refers back to some previous agreement.

An educational slogan that is well known in Norway and used regularly, both by politicians, pedagogues, and teachers, is "responsibility for one's own learning", which means that students should be granted (and assume) responsibility for their own learning processes. This slogan is often used when students are introduced to the ideas justifying the use of work plans, and whenever discussions about the use of this artefact arise. Peter's statements in line 22, 24 and 26 can therefore also be interpreted as his view of the students' rights, responsibilities and obligations according to the general idea behind the use of work plans. Analytically expressed: Peter regards the students' right to decide which exercises to work on to be a part of the current didactical contract between teacher and students.

The LPS-methodology includes the possibility to interview students and confront them with episodes from the previous mathematics lesson, in order to elaborate on uncertainties in the observer how to interpret these episodes. Peter was interviewed a few days after the referred dialogue with the teacher took place, and it was possible to ask him to elaborate retrospectively on the issues that had been discussed. Here is an excerpt from this interview, carried out 12.May.05. (The interviewer is labelled I, Peter is labelled P and the second student, Monica, is labelled M):

38. *I: But once I heard you explain that you do not only work from the work plan, but try to do exercises considered to be difficult?*

39. *P: Yes, I think it is boring to do work from the work plan. So I try to pay attention when the teacher goes through important stuff and then I try to work my way through the book, so I learn the things I am supposed to learn.*
40. *I: So then you skip exercises, or decide yourself which exercises to do, or what?*
41. *P: Yes*
42. *M: Yes, I think the teacher accepts that. He tells us that if for example an exercise have a),b),c),d),e),f),g), then we only have to do a) and b), if we understand it.*
43. *I: Yes*
44. *M: And maybe g), because the last one is often the most difficult one.*
45. *I: Ok, but then you do about the same number of exercises that is listed on the work plan?*
46. *P: I don't even know which ones are on the work plan, but well, I guess so.*
47. *I: Because you don't use it?*
48. *P: I look at it once in a while.*
49. *I: And the teacher says that this is ok?*
50. *P: I am not sure.*

Peter here explains how he works in mathematics and in this way presents his interpretation of some aspects of the didactical contract between teacher and students. In line 39 he asserts that he is taking responsibility for his own learning process. As previously mentioned this can be considered to be one of the main motives behind the use of work plans (Österlind 2005; Carlgren *et al.* 2006; Klette 2007; Eriksson 2007). His way of doing this is to consciously decide himself which exercises to work on in light of the mathematical themes that have been presented by the teacher. He does not seem to worry too much about these exercises being different from the ones that are listed on the work plan. Peter points out that the important thing is that he learns the “things I am supposed to learn”. Apparently Peter is here overriding the letter of the work plan in order to meet its superior and primordial goals. As regards his way of choosing exercises, however, Peter expresses uncertainty about the teacher’s acceptance of this way of working with mathematics. His last remark can also be interpreted as claiming independence from the teacher, that the teacher’s opinion is not really important to him. Alternatively it may be considered, according to the analytical scheme of this article, to be an expression of doubt as to what actually is the content of the didactical contract between teacher and students in this mathematics classroom.

1.5.5. When to do it – three different strategies for working with mathematics

Observation of student behaviour during math lessons, especially the study/guidance- lessons, also revealed that different strategies were being used in relation to the handling of the assignments on the periodical work plan. This was to a large extent confirmed in the follow up interviews; through the students own explanations of how they strategically positioned themselves to this plan. Basically these strategies seem to fall into three categories;

- i) To postpone the work in mathematics to the end of the work plan period.
- ii) To finish the work in mathematics in one or two days at the beginning of the work plan period.
- iii) To apportion the work in mathematics throughout the work plan period

The students' reasons for choosing these strategies varied quite a bit. I will present some examples of the most typical lines of argumentation through selected excerpts from student interviews.

i) The strategy of postponing the work in mathematics

The first position is characterized by students who postpone the work with mathematical assignments until the very end of the work plan period. Especially at two of the schools this was a strategic position that the majority of the boys seemed to embrace. At these schools we observed that while the majority of the girls were able to apportion their work, dispersing it throughout the whole work plan period, nearly all the boys waited until the end of the last week to complete their assignments. This was despite this school having allocated a large part of the weekly schedule to study/guidance lessons. The strategy of postponing the work on the math assignments is illustrated in this excerpt from a student interview, carried out 8.Apr.05. (I is the interviewer and B is a male student):

51. *I: But when you're doing the assignments on the work plan; do you try to make an estimation so you will have something to do all three weeks, or do you try to get finished as fast as possible, or what?*

52. *B: I always end up doing everything at the end, normally.*

53. *I: So you do not work during the first two weeks?*

54. *B: No*

55. *I: But then you...?*

56. *B: So I have to do everything the last two days.*
57. *I: Where do you work then, at home or at school?*
58. *B: At home.*
59. *I: But then..., what do you actually do at school, during the first two weeks?*
60. *B: Nothing I guess.*
61. *I: You don't do much at all?*
62. *B2: No*

Through his statements in this interview the student reveals that he usually postpones his work in mathematics until the very end of the work plan period. As previously mentioned the choice of this strategy was especially widespread among boys. Besides being documented through the student interviews, this is confirmed by the notes from the classroom observations and the analysis of the video films from the mathematics lessons.

ii) The strategy of completing the work in mathematics in a day or two

The second strategic positioning that I will describe is the one in which the students try to complete their math-assignments for the whole work plan period in just one or two days at the beginning of the period. In the interviews the students presented basically two reasons for the choice of this strategy. The first one was connected to the pronounced wish to finish the math assignments as quickly as possible, because they were boring to work on. The second reason, articulated by other students in this group, was that since mathematics was their favourite subject, they just couldn't wait to work on the new assignments. Even if these stated reasons differ quite a lot, the consequences of both are quite similar; all the students in this group would finish their math assignments in just a couple of days at the beginning of the work plan period. Below is an excerpt of an interview with two male students, carried out 19.Sept.05. (I is the interviewer, B1 and B2 are the two students):

63. *I: Do you try to finish right away (with the assignments on the work plan), or do you try to disperse it over the two weeks, or how do you do it?*
64. *B1: No, I like to finish it first and then...*
65. *B2: Yes, I prefer to take one subject a day sort of.*
66. *I: Ok*
67. *B2: And finish it.*

68. *I: So then, ..., when do you do the math then?*
69. *B1: I usually start of with math.*
70. *B2: So do I.*
71. *I: You do? But when do you finish then? Do you finish during the first week?*
72. *B2: Yes*
73. *B1: After one or two days, or something like that.*

iii) The strategy of working with mathematics throughout the whole work plan period

The third strategic positioning that seemed to attract certain students was to disperse the work throughout the period. Most of the students that consciously chose this strategy, and could account for it in the interviews, were high achievers. They were quite articulate in arguing that this was the best way of ensuring high grades. Many of them also had quite high ambitions for their future careers. As an illustration of this group I will present an excerpt from an interview with two high achieving girls, carried out 20.Oct.05. (I is the interviewer and G1 and G2 are the two female students):

74. *I: When do you usually finish your math-assignments (for the work plan period)?*
75. *G1: It varies a lot, but usually halfway through the second week.*
76. *G2: Yes*
77. *G1: Yes, with math*
78. *I: Is it the same with you?*
79. *G2: Yes*

A little later in the same interview:

80. *G1: Actually I usually don't do much work on math at school. I prefer to do it at home.*
81. *G2: Yes, me too.*
82. *G1: And then I spend all together maybe six hours on math, if I am efficient.*
83. *I: Six hours?*
84. *G1: Well, not on the same day, but altogether.*
85. *I: During one work plan period?*
86. *G2: I do that too.*

The reasons the girls state later in this interview for doing most of their work with math at home, is that they feel it is easier to concentrate in those surroundings than in the classroom. Other high achievers, particularly girls, seemed to confirm this attitude. Using six hours at home doing mathematics during a work plan period was quite exceptional among the interviewees. Many students managed to complete their assignments in mathematics at school, and very few of the students that were interviewed worked more than an hour on mathematics at home during one work plan period.

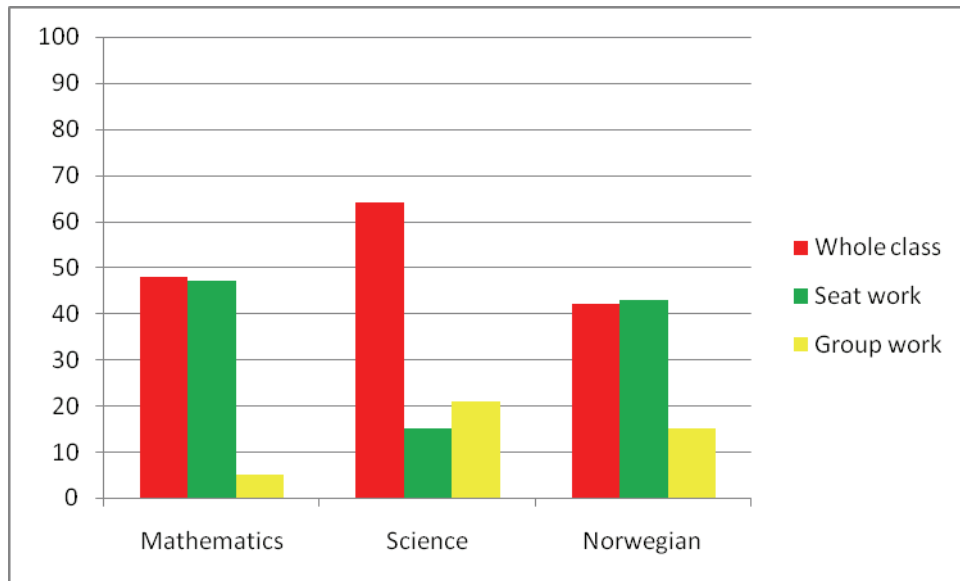
1.5.6. With whom – working individually or collaborating with peers?

As previously mentioned (section 1.2) the video material from all three subjects in PISA+ has been analysed using Videograph. This analysis revealed various quite significant differences across these subjects in regard to some of the codes that were applied. One of the main categories used in this analysis was related to the teacher's instructional format. Three sub-categories were used;

- Whole class instruction
- Teachers' activities during individual seat work
- Teachers' activities during group work

Through the use of these categories it was possible to infer how much time that was used on "individual seat work" and "group work" in these three subjects. Figure 1 shows the percentage of instructional format in mathematics, science and Norwegian language, based on our coding of all the video-filmed lessons in these subjects in PISA+¹. This analysis revealed that during our stay in the six observed classes almost 50 % of the time allocated to mathematics was used on individual seat work, while group work in mathematics was almost non-existent. It should be pointed out that the code "whole class" includes "task management", which often was teacher led instruction about what, how and when to do various task related things. Most importantly, the code "whole class" must not be interpreted as monological instruction by the teacher, which in fact was not observed in any of these classes. Most teacher-led instruction was dialogical, which means that it took place through verbal interaction with the students; the teacher would involve the students by asking them questions and thereby mobilising their current knowledge as s/he presented new mathematical themes.

Figure 1: *The percentage of instructional format in mathematics, science, and Norwegian; based on all the video filmed lessons in PISA+¹.*



It is not possible to prove that the large amount of time used on individual seat work in mathematics is caused by the use of work plans, or that there is more generally a positive correlation between individual seat work and the use of work plans in combination with study/guidance lessons. However, data from TIMSS (Lie, Kjærnsli & Brekke 1997; Grønmo, Bergem, Kjærnsli, Lie & Turmo 2004) reveals that the time used on individual work in Norwegian mathematics classroom has increased in the period 1995 – 2003. In this same period, and parallel with this development, the use of work plans in Norwegian lower secondary schools has also increased considerably (Carlgren *et al.* 2006; Klette 2007). There is therefore a co-variance between these two factors. Field observations in PISA+ also tend to support the view that using work plans and study/guidance lessons as organisational tools generate a lot of individual work. Our data therefore indicates that one of the consequences of the use of work plan, in combination with study/guidance lessons, is that a large amount of time allocated to mathematics is used on individual seat work. This also means that the available time to be used on collective and collaborative activities, like for instance group work and class discussions, diminishes. As documented in section 1.3.2, these priorities find little support in leading contemporary learning theories. Both constructivist and socio-cultural learning theories stress the importance of collective and collaborative working methods in mathematics. Especially in socio-cultural theory it is argued that the appropriation of mathematical knowledge must take place in relation to a mathematical community that provides the necessary social representations and tools (Van Oers 2006). The teacher's role is

therefore of great importance in assuring that the learning processes in the classroom are in harmony with the mathematical community. Simultaneously, the teacher must ensure that these processes include all students, and: *wind up being a polylogue, rather than a collection of mutual dialogues* (Van Oers 2006, p. 136).

Many students complain in the interviews that they think too much time is allocated to individual work in mathematics. They find this to be very monotonous, boring and demotivating. Here is an excerpt from a student interview carried out 13.Sept.05 (I is the interviewer, S1 and S2 are two students):

87. I: *...was this a typical math-lesson?*
88. S1: *Yes.*
89. S2: *Yes.*
90. I: *How was it typical?*
91. S1: *It was just boring, boring, boring, and boring. Like always.*
92. S2: *Yes. What's typical is to just do individual work.*
93. S1: *I hate math!*

Some students will probably not like mathematics regardless of working method or how it is presented, but here at least one of the students relate her negative feelings about mathematics to monotonous individual work.

A second excerpt is from an interview with a student from one of the other classes. He expresses the same kind of boredom caused by lengthy individual work. The setting is as follows: The interviewer and the interviewee have just watched a video sequence from the previous mathematics lesson, in which the interviewee expresses that he is bored. This dialogue takes place, 8.Apr.05. (I is the interviewer and S is the student):

94. I: *Did you think it was getting boring now?*
95. S: *Yes*
96. I: *But why did you feel that?*
97. S: *When you're just doing individual work for a long time it gets boring.*

Arguments for the use of work plans are often related to theories of self-regulation. In these theories motivation is considered to be a key factor for the development of learning strategies

and self efficacy (Meichenbaum & Biemiller 1998). This line of argumentation will not be pursued further in this article, but obviously it is a problem in relation to student learning in mathematics that the dominant working method used in the classroom has this demotivating side effect.

There are also other structural factors, in relation to work plans, that seem to stimulate individual work and inhibit student collaboration. In some classes the students, if they had done all the assignments on the work plan for the actual work plan period, were allowed to work on other subjects than mathematics during the ordinary mathematics lessons. When students are allowed to do work that is not related to mathematics during mathematics lessons, the possibilities of involving the students in collective mathematical discourses would seem to be limited. Consequently, there will be reduced opportunities for the students to participate in such discourses. The learning of mathematics then becomes primarily an individual endeavour and the “socio-mathematical norms” (Yackel & Cobb 1996) that are constituted and communicated in such classrooms will be affected by this privatized mathematical practice. According to learning theories within the socio-cultural paradigm, communication and collaborative activities are important tools in the learning of mathematics (Sfard 2006; Van Oers 2006). By minimizing the use of these learning tools, one runs the risk of reducing the students’ opportunities to appropriate mathematical knowledge.

As students will apply various strategies (see section 1.5.5), and work at their own individual pace with the assignments on the work plan, they will often be occupied with different problems or tasks even if they are seated together (which they were in all our observed classrooms). This makes collaboration less natural than in a classroom where the students are working on the same items. It can also make collective classroom discussions less relevant for many students.

A similar structural problem faces the teacher at the end of the mathematics lesson. Often the last minutes of a mathematics lesson will be used to sum up key mathematical ideas and themes related to the problems and tasks the students have been working on (Hiebert *et al.* 2003). As previously mentioned, the use of work plans entails that the students frequently will be working on different tasks and exercises. This makes it difficult to do a summing up that is relevant for all students. Reflecting on learning outcomes through collective classroom discussions is regarded as an important step in the mastering of academic skills and subjects

both in theories about self-regulation (Meichenbaum & Biemiller 1998; De Corte, Verschaffel & Op't Eynde 2005) and within more general socio-cultural theories of learning (Nunes 1999; Van Oers 2001). Our observations indicate that the use of work plans makes this difficult to accomplish.

1.6. Conclusions

Through analysis of empirical data material from a video based classroom study in six 9th grade mathematical classrooms, in this article it has been argued that the use of work plans strongly mediate the didactic contract between teacher and students, and that some aspects of the new didactical contract that emerges seem to reduce students' opportunities to learn mathematics.

The idea behind work plans is to give students responsibility for making decisions related to their work at school; *what to do, how to do it, when to do it, and with whom*. We have chosen to conduct our analysis of the way work plans mediate the didactic contract by using these four criteria as our point of departure. As a consequence we have been able to include several important aspects of classroom mathematical practice in our analysis.

Through excerpts from dialogues between students and teacher we have documented that there were certain disputes that can be described as disagreements about how to delimit student and teacher responsibilities. These disagreements were materialised in discussions about the status of exercises on the work plan. One student argued that if he understood the central aspects of a mathematical theme ("everything"), it should be up to him to decide which tasks to skip. The teacher's line of argumentation was that the students, with a few exceptions, should always do all the exercises on the work plan. One of the main ideas behind the use of work plans is the transfer of responsibility from teacher to students (Österlind 2005; Carlgren *et al.* 2006; Klette 2007; Erikson 2007). We have argued that the students received contradictory messages as to what really constituted their area of responsibility. Consequently the didactical contract between students and teacher in the observed classrooms seemed rather vague and unclear, and open to individual and idiosyncratic interpretations. It has been argued that this uncertainty as regards responsibilities, rights and obligations may negatively influence the students' opportunities to learn mathematics.

Alexander (1995) claims that when subject matter knowledge within a domain is rather low and fragmented, the learner is often motivated by situational interest, not by a profound and genuine interest in the domain in question. The student is then likely to use strategies that are inefficient. The use of work plans in mathematics gives the students the opportunity to choose strategies that imply that they will only work with mathematics one or two days during a whole work plan period of two/three weeks. For these students the consequences seem to be that there is little sustained work in mathematics, it is all about completing a certain number of tasks. This is by no means regarded as an optimal way of working with mathematics, on the contrary; academic achievement in mathematics is often linked to cumulative processes of learning achieved through continued step-by-step learning opportunities (Weinert & Helmke 1995). In the present study we have argued that the lack of continuity in students' work with mathematics may be counteractive to the learning of mathematics, that is; it reduces the students' opportunity to learn mathematics. To further support this line of argumentation we would like to point out that when students are able to do all the assignments in mathematics in a day or two for a work plan period of two or three weeks, and with relative little effort, chances are that the expectancy level, the pressure to achieve, is set far too low.

Finally it has been claimed that the use of work plans seems to augment the time used on individual seat work in mathematics at the expense of collective working methods, like group work and classroom discussions. As evidence for this claim we have referred to quantitative data generated through Videograph analysis of all the observed mathematics lessons, qualitative data from our field observations, and excerpts from student interviews. In addition data from the TIMSS study (Grønmo *et al.* 2004) and from classroom research in Scandinavia (Österlind 2005; Carlgren *et al.* 2006; Klette 2007) have been used to support our conclusions. We have also argued that prioritizing individual work finds little support in the leading learning theories within mathematics education, where the social and communicative aspects of the learning processes are considered to be of great importance. Consequently, the use of work plans, as practiced in many of the observed classrooms in this study; seems to have aspects that negatively influence students' learning opportunities in mathematics. An outcome of this may be that the students' risk of losing out in the *game of learning* (Brousseau 1997) increases.

Additional research is needed in order to achieve a more comprehensive view of the consequences of the use of work plans in secondary schools in Norway. One interesting theme

that should be investigated is how the teachers have been trained in using work plans as an instructional tool. Alexander (1992) has illustrated how imposing new practices on teachers without a parallel exploration and assimilation of underpinning rationales leads to changed, but not necessarily improved, practice (Broadhead 2001). Another theme that deserves attention is the use of work plans in relation to issues of equity. In a study of the use of *own work* in Swedish secondary schools, Erikson (2007) claims that granting students opportunities to choose content, levels and even grades, may put equity at risk. Another Swedish study, Österlind (1998), documents that socio-economical background influences the way students relate to their planning. Research about important issues like these would complement our knowledge about the consequences of the use of work plans, and should eventually be used in a more comprehensive evaluation of this instructional tool.

Notes

¹ In mathematics the percentages are calculated on the basis of the coding of 1606 minutes from six classrooms. In science the percentages are calculated on the basis of the coding of 2064 minutes from six classrooms. In Norwegian the percentages are calculated on the basis of the coding of 1536 minutes from four classrooms.

At school 4, 45 minutes a week of the time allocated to mathematics and Norwegian, and 30 minutes of the time allocated to science, was used for “study lessons”. These lessons

were not included in the Videograph analysis. Because of this, 90 minutes is added to the category “seat work” in mathematics and Norwegian, while 60 minutes is added to the category “seat work” in science.

References

- Alexander, R. J. (1992). *Policy and Practice in Primary Education*. London: Routledge.
- Alexander, P. A. (1995). Superimposing a Situation-Specific and Domain-Specific Perspective on an Account of Self-Regulated Learning. *Educational Psychologist*, Vol.30(4), pp. 189-193.
- Arnesen, N., & Ødegaard, M. (2005). *Categories for video analysis of science classroom activities*. Oslo: Department of Teacher Education and School Development, University of Oslo.
- Broadhead, P. (2001). Curriculum Change in Norway: thematic approaches, active learning and pupil cooperation—from curriculum design to classroom implementation. *Scandinavian Journal of Educational Research*, Vol. 45(1), pp. 29-36.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G., & Gibel, P. (2005): Didactical Handling of Students' Reasoning Processes in Problem Solving Situations. In C. Laborde, M. J. Perrin-Glorian, & A. Sierpiska. (Eds.), *Beyond the Apparent Banality of the Mathematics Classroom*, pp. 13-59. Dordrecht: Springer.
- Carlgren, I. (1988). Utvärdering av Åsenskolan I. Beskrivning av intentioner och verksamhet. (An evaluation of Åsenskolan I. A description of intentions and activity). *Högskolan i Karlstad, arbetsrapport 1988:9*.
- Carlgren, I., Klette, K., Myrdal, S. Schnack, K. & Simola, H. (2006). Changes in Nordic Teaching Practises: From individualised teaching to the teaching of individuals. *Scandinavian Journal of Educational Research*, Vol. 50(3), pp. 301-306.
- Clarke, D. (2000). *The Learner's Perspective Study. Research Design*. Melbourne: University of Melbourne.
- Clarke, D., Keitel, C., & Shimizu, Y. (Eds.) (2006a). *Mathematics Classrooms in Twelve Countries: The Insider's Perspective*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Clarke, D., Emanuelsson, J., Jablonka, E., & Chee Mok, I. A. (Eds.) (2006b). *Making Connections: Comparing Mathematics Classrooms Around The World*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Cobb, P. (2000). The Importance of a Situated View of Learning to the Design of Research and Instruction. In J. Boaler (Ed.), *Multiple Perspectives on mathematics teaching and learning*. London: Ablex Publishing.
- Cohen, D. K., Raudenbush, S. W., & Ball, D. L. (2003). Resources, instruction, and research. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, Vol. 25(2), pp. 119-142.
- De Corte, E., Verschaffel, L., & Op'T Eynde, P. (2005). Self-Regulation: A Characteristic and a Goal of Mathematics Education. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner, (Eds.), *Handbook of Self-Regulation*. Burlington, MA: Elsevier Academic Press.
- Dörfler, W. (2000). Means for Meaning. In P. Cobb, E. Yackel & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classroom: Perspectives on discourse, tools, and instructional design*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Eriksson, I. (2007). *Decentralized Teaching: A New Division of Labour Between Teachers and Students*. Paper presented at the fourth Nordic Conference on Cultural and Activity Research, June 15-17 2007. Oslo, Norway.
- Engeström, Y. (1987). *Learning by Expanding: An Activity-Theoretical Approach to Developmental Research*. Helsinki: Orienta-Konsultit.
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London: The Falmer Press.
- Glaserfeld, E. von (1991). Introduction. In E. von Glaserfeld (Ed.), *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Grønmo, L. S., Bergem, O. K., Kjærnsli, M., Lie, S. & Turmo, A. (2004). *Hva i all verden har skjedd i realfagene? Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2003. (What on earth has happened in mathematics and science? Achievements of Norwegian students in mathematics and science.)* Oslo: Department of Teacher Education and School Development, University of Oslo.

- Herbst, P., & Kilpatrick, J. (1999). Pour Lire Brousseau. *For the Learning of Mathematics*, Vol. 19(1), pp. 3-10.
- Hiebert, J. (With 15 colleagues) (2003). *Teaching Mathematics in Seven Countries. Results From the TIMSS 1999 Video Study*. National Center for Education Statistics, U.S. Department of Education.
- Hiebert, J. & Grouws, D. A. (2007). The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students' Learning. In F. K. Lester Jr. (Eds.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics. Information Age Publishing.
- Jaworski, B. (1994). The Social Construction of Classroom Knowledge. In *Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Lisbon: University of Lisbon.
- KD. (2006a). Kunnskapsløftet. Læreplan for grunnskolen og videregående skole.
http://www.regjeringen.no/upload/KD/Vedlegg/Kunnskapsloeftet/Kunnskapsloftet_presentasjon.pdf
- KD. (2006b). *Et felles løft for realfagene. Strategi for styrking av realfagene 2006-2009. Midlertidig utgave 2006*. http://odin.dep.no/filarkiv/282823/Et_felles_loft_for_realfagene.pdf.
- KD. (2007). Et felles løft for realfagene. Tiltaksplan 2007/2008. http://www.regje-ringen.no/upload/KD/Vedlegg/F_4220B_et_felles_loeft_for_realfagene_tiltaksplan_2007_2008.pdf.
- Kilpatrick, J. (1987). What Constructivism Seems to Be. In *Proceedings of the 11th PME, Vol 1*, pp. 6-26.
- Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R.V., Roe, A. & Turmo, A. (2004). *Rett spor eller ville veier? Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2003. (On the right track or into the wild? Achievements of Norwegian students in mathematics, science, and reading in PISA 2003)*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Klette, K. (Ed.)(2003). *Klasserommets praksisformer etter Reform 97*. (Classroom practices after Reform 97). Oslo: Unipub.
- Klette, K. (2007). Bruk av arbeidsplaner i skolen – et hovedverktøy for å realisere tilpasset opplæring? (The use of work plans in school – a key tool for implementing individually adapted learning). *Norsk Pedagogisk Tidsskrift, Vol. 91(4)*, pp.344-358.
- Klette, K., Lie, S., Anmarkrud, Ø., Arnesen, N., Bergem, O.K., Ødegaard, M., & Zachariassen, J.R. (2005). *Categories for video analysis of classroom activities with a focus on the teacher*. Oslo: University of Oslo.
- Klette, K., Lie, S., Ødegaard, M., Anmarkrud, Ø., Arnesen, N., Bergem, O.K., & Roe, A. (2008). *PISA+: Lærings- og undervisningsstrategier i skolen. (PISA+: Learning- and teaching strategies in school.)* Oslo: Norges forskningsråd.
- KUF (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. (Curriculum for primary and lower secondary school in Norway). Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.
- Laborde, C., Perrin-Glorian, M. J., & Sierpiska, A. (Eds.) (2005). *Beyond the Apparent Banality of the Mathematics Classroom*. Dordrecht: Springer.
- Laborde, C., & Perrin-Glorian, M. J. (2005). Introduction. In C. Laborde, M. J. Perrin-Glorian, & A. Sierpiska. (Eds.), *Beyond the Apparent Banality of the Mathematics Classroom*. Dordrecht: Springer.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated Learning. Legitimate peripheral participation*. New York, NY: Cambridge University Press.
- Lerman, S. (1996). Intersubjectivity in mathematics learning: A challenge to the radical constructivist paradigm? *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 27(2)*, pp. 133-150.
- Lie, S., Kjærnsli, M. & Brekke, G. (1997). *Hva i all verden skjer i realfagene*. (What on earth is happening in mathematics and science? TIMSS 1995, National Report. Oslo: Department of Teacher Education and School Development, University of Oslo.
- Meichenbaum, D., & Biemiller, A. (1998). *Nurturing Independent Learners. Helping Students Take Charge of Their Learning*. Cambridge, MA: Brookline Books.
- Moen, Kjell G. (2004). *Nye arbeidsplaner for den aktive elev. (New work plans for the active student)*. Drøbak: KGM-produksjon.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nunes, T. (1999). Mathematics Learning as the Socialization of the Mind. *Mind, Culture and Activity*, Vol. 6(1), pp. 33-52.
- Renshaw, P. (1996). A Sociocultural View of the Mathematics Education of Young Children. In H. Mansfield, N. A. Pateman, & N. Bednarz, (Eds.), *Mathematics for Tomorrow's Children. International Perspectives on Curriculum*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Sensevy, G., Schubauer-Leoni, M.-L., Mercier, A., Ligozat, F., & Perrot, G. (2005). An Attempt to Model the Teacher's Action in the Mathematics Class. In C. Laborde, M. J. Perrin-Glorian, & A. Sierpiska. (Eds.), *Beyond the Apparent Banality of the Mathematics Classroom*, pp. 1-12. Dordrecht: Springer.
- Sfard, A. (2000). On Reform Movement and the Limits of Mathematical Discourse. *Mathematical Thinking and learning*, Vol. 2(3), pp. 157-189.
- Sfard, A. (2006). Participationist Discourse on Mathematics Learning. In J. Maasz, & W. Schloeglmann, (Eds.), *New Mathematics Education Research and Practice*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Thorndike, E. L. (1906). *The principles of teaching based on psychology*. New York, NY: A. G. Seiler.
- Van Oers, B. (2001). Educational Forms of Initiation in Mathematical Culture. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 46(1-3), pp. 59-85.
- Van Oers, B. (2006). An Activity Theory Approach to the Formation of Mathematical Cognition: Developing Topics Through Predication in a Mathematical Community. In J. Maasz, & W. Schloeglmann (Eds.), *New Mathematics Education Research and Practice*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Voigt, J. (1994). Negotiation of Mathematical Meaning and Learning. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 26(3), pp. 275-298.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. (Edited by M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman). Cambridge, MA: Harvard University Press,.
- Waschescio, U. (1998). The missing link: Social and cultural aspects in social constructivist theories. In F. Seeger, J. Voigt, & U. Waschescio (Eds.), *The Culture of the Mathematics Classroom*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Wedegge, T. & Scott, J. (2006). *Changing views and practices. A Study of the Kappabel Mathematics Competition*. Trondheim: NTNU-trykk.
- Weinert, F. E., & Helmke, A. (1995). Interclassroom differences in instructional quality and interindividual differences in cognitive development. *Educational Psychologist*, Vol 30(1), pp. 15-20.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 27(4), s. 458-477.
- Österlind, E. (1998). *Disciplinering via frihet. Elevers planering av eget arbete. (Disciplining through Freedom. Independent work and student planning.)* Uppsala Studies in Education 75. Uppsala: Doctoral dissertation, Acta Universitatis Upsaliensis.
- Österlind, E. (2005b). Innledning. (Introduction). In E. Österlind (Ed.), *Eget Arbete – en kameleont i klassrummet. Perspektiv på et arbetsätt från förskola til gymnasium. (Own Work – a Chameleon in the Classroom. Perspectives on a Method of Work from Pre School to High School)*. Lund: Studentlitteratur.

ARTIKKEL III

Bergem, O. K., Klette, K. (2008). Talking About Mathematical Tasks; How Can It Foster Student Learning? In Y. Shimizu, B. Kaur, G. Sethole, & D. Clarke (Eds.), *Mathematical Tasks in Classrooms Around the World*. Rotterdam: Sense Publishers. (In press)

OLE KRISTIAN BERGEM & KIRSTI KLETTE

TALKING ABOUT MATHEMATICAL TASKS; HOW CAN IT FOSTER STUDENT LEARNING

INTRODUCTION

The focus of this chapter is to discuss tasks, thematic patterns and types of discourses involved when students use issues from everyday and real-world contexts as a basis for learning mathematics. The study draws its empirical evidence from video observations and interviews from lower secondary mathematics classrooms in Norway, and is based on sequences where newspapers are used as devices to develop mathematical understanding. An important aim in this chapter is to present different aspects of the observed classroom discourses, and to discuss if and how these discourses can contribute to the development of mathematical reasoning and understanding among secondary level students. The aim of the analysis is thus to inform our understanding of how participation in a discourse related to mathematical tasks can foster student learning in mathematics.

To be able to relate mathematical learning and teaching inside schools to mathematical learning based on real life experience has been a major challenge in mathematical education for years (see for instance Gravemeijer 1994, and Blum, Galbraith, Henn & Niss 2007). More recently, mathematical understanding understood as discursive competence, that is to say, being able to take part in mathematical discourses and express oneself through the use of mathematical signs, symbols and representations, has been emphasised (Yackel 1995; Lerman 1996; Cobb, Boufi, McClain & Whitenack 1997; Gravemeijer, Cobb, Bowers, & Whitenack 2000; Sfard 2000; Steinbring 2005; Cobb 2007). How schools can succeed in enabling students to participate in central mathematical discourses, with a capacity to use mathematical reasoning in practical problem solving, is a key challenge. This is also a central concern within the academic discipline of mathematics education as well as in studies with a broader educational agenda, see for instance PISA (OECD 2000; OECD 2003; OECD 2006). A central concept that is used to describe this kind of competence is *mathematical literacy*.

Scholars and theorists have argued that learning in mathematics should be based on the understanding of fundamentals in a structured pattern linked to everyday mathematical situations. This is to nurture *relational* reasoning; knowing what to do and *why*, and *instrumental* reasoning; knowing what to do or the possession of a rule and ability to use it (see for example Hiebert *et al.* 1997). Such learning is also supposed to facilitate transfer, and secure mathematical reason and mathematical literacy in a life-long learning perspective.

Over the decades we can identify several initiatives aimed at bridging mathematical reasoning inside schools with that of mathematical reasoning in out-of-school settings. The work of Lave (1988) on grocery shopping, Scribners' (1984) study of packing crates in dairies, and Saxe's (1991) study on selling candies in the streets document how people develop significantly different forms of mathematical reasoning as they participate and move between different cultural

practices and contexts. All of these studies document how contrasting forms of reasoning inherent in the different cultural practices bear directly on issues of equity in students' access to significant mathematical ideas.

More recently, equity issues in students' access to mathematical ideas have been closely linked to the access to rich mathematical conversation and discussions. To be exposed to, and take part in, rich mathematical conversations which give the students the possibility to discuss connections between mathematical ideas and concepts, are held to promote mathematical understanding. Different camps within the field of mathematical education, such as cognitive psychology, social constructivism, distributed cognition, semiotics, and socio-cultural theory, all draw our attention to the essential role of reflexive discourses and communication in fostering mathematical understanding. Since the early 90's there seems to be a strong consensus among educators about the merits in stimulating students' ability to talk mathematics (Cobb 1995; Bauersfeld 1995; Ernest 1991; Yackel 1995). Niss (2007), however, points to the lack of congruence among the different camps, and claims that a convergent and overarching unified framework, agreed upon by all researchers, is still not in sight. Changing mathematical classrooms into 'discursive communities of learners' have, moreover, proven to be challenging. This is because the changes require more than just adopting a new set of practices or curricula. They must also include a change in teachers' and students' patterns of interaction, and more importantly, a broader repertoire of communicative skills and capacities when talking in and about mathematics. Recent research underscores the nature and quality of the discourses around mathematical problem solving as critical to learning (Cobb, Yackel & McClain 2000; Sfard & Kieran 2001). The teachers' ability to design and skilfully structure the learning situations is also crucial. Learning mathematics through conversations requires that the teachers know about their students' thinking and can support their development of mathematical proficiency. Therefore the ability to turn mathematical conversations into 'discursive communities of learners' require teachers that are equipped with adequate didactical tools, and who above all are able to support student verbal reasoning in a way that promotes mathematical understanding.

In this chapter we will argue that 'talking mathematics' as a theory of mathematical instruction and didactic template is underdeveloped. As a tool for learning it must be backed up and supported with *how*-related remedies, recipes and procedures. Sfard (Sfard *et al.* 1998, p.1) questions the inherent qualities in mathematical discourses when she rather rhetorically asks: "Learning mathematics through conversations: Is it as good as they say?" Sfard points out that scholars worldwide agree on the great potential in mathematical conversations as a tool for learning, yet on the other hand, only certain types of conversation are likely to bring this potential to fruition. To follow up on this critique, we would like to point out that theories of learning are often poorly aligned with theories of instruction. Consequently many questions about student learning, vital to any pedagogic decision, remain unanswered.

Research questions

The following analyses draw on video observations of two consecutive mathematics lessons in a 9th grade classroom in Norway where newspaper articles were used to discuss mathematical issues. The instructional design of the teacher was constructed around mathematical conversations as a central learning device. After working in pairs with the real-life mathematical tasks in the first lesson, the students were, in the second lesson, invited to participate and contribute in whole-class discussion. The newspaper session, as a learning sequence, pulled together some of the more central ideas surrounding mathematics education of today. It linked mathematical reasoning in the classroom with mathematical reasoning outside the school context and supported infrastructures that emphasise learning mathematics through talking mathematics. The research questions we are advancing are the following:

- What sort of mathematical reasoning takes place when students are engaged in talking mathematics through discursive tasks derived from everyday settings?
- How do students perform, negotiate and stabilize the distributed expertise among the involved participants?
- What is the nature and the scope of the mathematical tasks involved?
- How does the teacher's support influence the mathematical relevance of the classroom discourse?

All the four research questions are quite generally formulated, and will be discussed in the light of analyses of actual dialogues and actions from the two mathematical lessons. The discussion will also be related to relevant theory within mathematics education.

THEORETICAL PERSPECTIVES

Views of communication in mathematics

Researchers and theorists alike are calling for increased focus on mathematical communication. Since the early 90's there has been a strong consensus among educators about the need to promote students' ability to talk mathematics. The TIMSS video study (Hiebert *et al.* 2003) enclosed features of pedagogical scripts of mathematical lessons from different parts of the world. In US classrooms, for example, it was reported that students had little opportunity to develop mathematical reasoning and discuss connections among mathematical ideas or to reason about mathematical concepts. A number of studies support the TIMSS report, and the consensus is that currently many mathematics classrooms do not provide sufficient opportunities for students to develop mathematical understanding. It is pointed out that students are not trained to talk *in* and *about* mathematics through discursive practices in mathematics classrooms. This is in spite of many national curriculum documents stating that students' should not only have the opportunity to write, but also read and discuss ideas in mathematics classrooms, and that oral forms of working should be given high priority (KUF 1996; K 2005; LP 1994; NCTM 1989).

Different camps within the field of mathematical education, such as cognitive psychology, social constructivism, distributed cognition, semiotics and socio-cultural theory, all draw our attention to the essential role that reflective discourse and discursive practices has for fostering mathematical understanding. The mathematical philosopher Paul Ernest (1993) claims for example that:

...mathematics is dialogical and (that) conversation permeates mathematics in deep and multiple ways. The underpinning metaphor of conversation stresses dialogic, comprising alternating voices in a shared quest for understanding, based on the logic of question and answer, and on uncertainty (p. 3)

Despite theoretical differences all camps consider communication, discursive skills and communicative practices as essential for mathematical understanding and they all paraphrase versions of the ‘communicative, and reflective, turn’ within the field of mathematics education.

How communication is defined and which aspects of communication are most valued varies. Some researchers highlight communication as a process of creating publicly shared knowledge (Carpenter *et al.* 1999; O’Connor 1998), others emphasise the opportunities it provides for participation (Lampert 1990; Bauersfeld 1995; Nunes 1999), while still others see communication as a way to further develop the practices of mathematics through explanations, descriptions, arguments etc.(Boaler 2002; Silver *et al.* 1996). Some researchers focus on students that share their solutions and their ideas surrounding those solutions (Hiebert *et al.* 1997), while others focus on the development of mathematical arguments through conversation (Sfard 2001). What most have in common is the Vygotskian confidence in the advantages of interaction between students with differing knowledge and skills and more knowledgeable others, and a general belief in communication and communicative skills as essential for student learning in mathematics. This is often underpinned by references to empirical and theoretical evidence showing the beneficial effects of students verbalizing their mathematical thinking. However, these views have recently been challenged by several educational researchers. Cazden (2001), Nemirovsky *et al.* (2005), Sfard and Kieran (2001) and others argue that teachers need to apply a didactical repertoire when engaging students in mathematical conversations. They also argue the need to be able to consider how different kind of contexts may afford and constrain the potential learning value of conversations, and maybe most importantly; that teachers must know how to support a variety of classroom discourses. Cobb *et al.* (1997) underscore the *quality* of conversation as central for student learning. A pressing question is therefore: What characterizes conversations that support student participation and learning in mathematics? Furthermore; how can teachers provide opportunities for participation in mathematical conversations in ways that benefit students’ learning?

Cobb *et al.* (1997) argue that reflective discourse and collective reflection constitutes conditions for the possibility of mathematical learning. Participation in reflective discourse is considered to enable and constrain mathematical

development, but not to determine it. The teacher's role in this process is to initiate shifts in the discourse that ensure that the topics in question are explicitly focused on mathematics. With regard to classroom conversations, Cobb, in his contribution to a co-authored article (Sfard, Nesher, Streefland, Cobb, & Mason 1998), points out that it is crucial that we base our theoretical discussions about this issue on empirical data. He insists that researchers, through experiments and observation of student participation in classroom discourses, should investigate what students actually learn in the course of that participation. Cobb criticizes the view that classroom discourses *per se* should be a goal in mathematics education, and argues that what matters is whether the students are learning aspects of mathematics worth knowing. He also stresses the important role that the teacher plays in initiating, guiding and monitoring classroom discussions. It is the teacher's responsibility to help students realize what kind of statements are acceptable within a mathematical discourse and to stimulate the students to take part in rich mathematical discussions. Mason, contributing to Sfard *et al.* (1998), agrees with these views, arguing that a critical component of effective discussion is the presence of an expert, and that most students will not be able to reconstruct the central and important ideas of mathematics without guidance from such an expert. In a school context this is most likely to be the teacher. Conversation and classroom discussions should therefore not uncritically be considered positive elements of the teaching and learning of mathematics; their value will depend on the quality of the discourse, the commitment of the participating individuals and the composition of the group. Sfard (1998) also points to the important role of the teacher in directing and orchestrating meaningful classroom discussions. She sums up the critique of the naïve views of the unquestioned value of classroom discussions about mathematics by stating that:

There are many ways to turn classroom discussion or group work into a great supplier of learning opportunities; there are even more ways to turn them into a waste of time, or worse than that – into a barrier to learning (p. 50)

Sfard (1998) concedes that to initiate and orchestrate meaningful mathematical discussions is an extremely demanding and intricate task for teachers. They also run a great risk of being unsuccessful in accomplishing this if they take for granted that the students already know how to mathematically express their views and intentions to others.

The ability to talk in and about mathematics – required communicative skills

Within socio-cultural theory, learning is viewed as becoming a participant in a certain discourse, or as expanding ones' discursive participation, in which discourse is broadly defined as the totality of communicative activities practiced within a given community (Van Oers 2001; Sfard & Kieran 2001). The mathematical community can in this theoretical tradition be characterized by its different discourses. Sfard (2000) claims that one of the strengths of this view of learning is that knowledge is seen as a human construction, and not as a

disembodied, impersonal set of propositions. Assigning central importance to discourse also precludes the possibility of viewing learning as a predominantly individual endeavour and ensures its social situatedness. Sfard argues that connecting learning to discourse makes the inclusion of *meta-discursive rules* relevant for the analysis taking place within mathematics education.

Meta-level rules are those that speak of mathematical utterances, of their structures, and of relations between them, as well as those that deal with producers of the utterances, that is, interlocutors (Sfard 2000, p. 167)

These rules can not be accounted for completely and are first and foremost learned through practice. They do not take the form of explicit prescriptions, but have a normative impact on discourse participants. Yackel and Cobb (1996) argue, using the adjacent concept of *socio-mathematical norms*, that these norms have an emergent status in the mathematical classroom and that they are interactively constituted through negotiations between the participants of the mathematical discourse. Sfard and Kieran (2001) make use of the concept *meta-discursive rules* when in their analysis of classroom conversations they distinguish between object rules and meta rules. While the former are connected to the cognitive intentions of solving a particular mathematical problem, the latter are related to various aspects of the social interaction *per se*, for instance attempting to manage and renegotiate social positions. *Meta level rules* refer to general discursive rules – that is; rules that “regulate the flow of exchange”, whilst *object level rules* refer to “rules that govern the content of the exchange” (Sfard 2000, p. 161). Sfard and Kieran (2001) argue that students generally will be put under a lot of pressure because they are forced to handle these rules simultaneously during classroom dialogues, that is to say; they are simultaneously involved in a number of object-level and meta-level tasks. This can be quite strenuous and often students’ attention will be drawn away from the mathematical tasks. Based on longitudinal observations and analysis of student dialogues, Sfard and Kieran (2001) claim that in order for student conversations to be effective mediators for the growth of mathematical knowledge, the interlocutors’ intellectual resources must be saved for the major, object-level tasks. Sfard and Kieran therefore challenge both the common belief that working together always has a positive synergetic effect and the Vygotskian ‘theorem’ that working with a more knowledgeable other necessarily leads to increased learning.

Sfard (2000) further questions the presumed benefits for mathematical reasoning when moving between everyday discourse and modern mathematical discourse. The tendency to always look for real-life situations and to avoid or minimize dealing with abstract mathematics is very much in the spirit of everyday discourses, but it contradicts what is often believed to be the very essence of *mathematization*. After all, “mathematizing is almost synonymous with ‘flying high’ above the concrete and about classifying things according to features that cut across contexts”, Sfard argues (2000, p.181). For mathematicians, the inner consistency and overall coherence of mathematics is the ultimate source of its justification. For these reasons, we could argue that ‘rich mathematical discourses’

could be evaluated on the basis of how well defined and focused, intrinsically coherent, and convincing the conversations that take place turn out to be.

The construction and experiences of meaning

Wenger (1998) uses the concepts *participation* and *reification* in his discussion of the construction and experiences of meaning. The term participation is used to describe:

the social experience of living in the world in terms of membership in social communities and active involvement in social enterprises (Wenger 1998, p. 55).

What characterizes *participation* is the possibility of mutual recognition and of developing an identity constituted through relations of participation. Wenger states that this concept is meant to capture the profoundly social character of our experiences in life. *Reification* is, on the other hand, used by Wenger (1998) to mean: “giving form to our experience by producing objects that congeal this experience into thingness” (p. 58). Reification is central to all forms of practice, any community of practice reifies some aspects of that practice in a congealed form, be it abstractions, symbols, terms, or concepts. The products of reification are reflections of these practices, “tokens of vast expanses of human meanings” (p. 61). Wenger claims that these two concepts, participation and reification, are both distinct and complementary and that used in various combinations they give rise to a variety of experiences of meaning. These complementary concepts are used to secure some continuity of meaning across time and space within communities of practice. What makes these two concepts particularly relevant in the discussion in this chapter is Wenger’s explanation that when too much reliance is placed on one of these concepts at the expense of the other, “the continuity of meaning is likely to become problematic in practice” (p. 65). If participation prevails at the expense of reification, this may lead to confusion, to an experience of meaninglessness. Participation must be balanced with reification in order to anchor the processes of meaning in actual, socially established discourses. Wenger (1998) sums up the consequences for pedagogical practice as follows:

An excessive emphasis on formalism without corresponding levels of participation, or conversely a neglect of explanations and formal structure, can easily result in an experience of meaninglessness (p. 67).

To sum up the above discussion; mathematical discourse closely tied to real life mathematics may turn out to be quite different from the professional discourse of the working mathematician. If the students are to be *‘legitimate peripheral participants’* (Lave & Wenger 1991) in mathematical discourses, it seems vital that participation is not prioritised on the expense of reification. This is may be particularly important when the tasks involved are from real life, where there is a somewhat peripheral, and for many students rather unclear relation to mathematics.

Challenges for the teacher

One obvious challenge for teachers is to bridge the gap between mathematical discourse and everyday discourse that the students already are engaged in. How should classroom conversations be designed in order to promote mathematical understanding and reasoning? Based on the above mentioned overview, we would like to draw attention to the following four features:

First, teachers' and students' communication skills regarding *object-level rules* and *meta-level rules* - that is, their ability to talk in and about mathematics as well as general communication skills - are of utmost importance.

Second, how well *defined* and focused, intrinsically coherent and generally convincing the mathematical discourse (and tasks) turn out to be, has been proposed as criteria for judgment.

Third, the teachers' careful orchestration of classroom talk is vital. Franke, Kazemi and Battey (2007), for example, point out that the teachers' active and deliberate use of revoicing can increase students' learning from mathematical conversations. Revoicing - that is to re-utter - serves to clarify or amplify an idea. It allows the teacher to substitute everyday words with mathematical vocabulary or vice versa, and it also allows the teacher to redirect the conversation. Revoicing gives teachers the opportunity to communicate new ways of thinking and doing mathematics while simultaneously paying attention to student ideas and encouraging student involvement. Revoicing is thus a tool teachers can use to frame the discussions about content and renegotiate the social roles of the students.

Fourth, the *nature* of the tasks involved has a huge impact on how and what students learn from talking about mathematics. The nature of the tasks that the students' undertake defines the nature of the subject matter involved and contributes significantly to the quality of their mathematical reasoning and understanding. Silver *et al.* (1996) define worthwhile mathematical tasks as problems that engage students in thinking and reasoning about important mathematical ideas. From their perspective, worthwhile mathematical tasks are ones that can be solved in multiple ways, that involve multiple representations and require students to justify, make conjectures, and interpret the different approaches. Stigler, Gallimore & Hiebert (2000) link worthwhile mathematical tasks to their mathematical importance (with an emphasis on mathematical rather than other aspects of the situation) along with how the tasks make use of knowledge student already possess. Furthermore, Sfard and Kieran (2001) draw our attention to focus and coherence as criteria for evaluating the quality of mathematical conversations. Consequently tasks should be designed in a way that makes such conversations possible. "Although too much rigor is paralyzing", Sfard (2000, p. 173) argues, "so is a complete lack thereof".

Object-level skills and discursive-level skills

The instructional design and the activities surrounding the mathematical tasks the students worked on in our study, put emphasis on the students' discursive

opportunities and their capacity to talk *in* and about mathematics as tools for developing understanding of mathematical reasoning. Inspired by Sfard and her colleagues' distinction between *object-level rules* and *meta-level rules*, we will use *object-level skills* (understood as the capacity to talk in and about mathematics), and *discursive-level skills* (understood as general communicative skills such as negotiating, positioning, repair work and models of division of labour) as analytical devices to analyse the different mathematical sequences. The role of the expert other – and especially the role of the teacher as a more competent and didactically equipped expert – will also be considered.

SAMPLE, METHOD AND TASKS

Sample and method

The analysis in this chapter is based on empirical data from a 9th grade mathematics classroom where newspapers were used as learning tools to develop mathematical insight. The 9th grade class observed had 18 students, 11 girls and 7 boys, and according to the mathematics teacher, the proficiency level in mathematics in this class could be described as average in relation to national standards. The teacher of this class was certified as a teacher a few years ago and in addition to this she had recently completed a one year study in mathematics education. According to Norwegian standards, she therefore is well qualified as a teacher in mathematics. The school is situated in a suburban area outside of Oslo that is characterized by being ethnically homogenous and socio-economically middle-/upper middle class.

The study of this mathematics class is part of a broader classroom video study of mathematics, science and reading conducted in six classes located at different schools in Oslo and adjacent areas. It also is a part of The Learners Perspective Study (Clarke, Keitel & Shimizu 2006a; Clarke, Emanuelsson, Jablonka & Chee Mok 2006b), an international classroom study in mathematics. The video material from the present study has been analysed using Videograph¹ both across the different subjects, using theory based categories developed in this same study (Klette *et al.* 2005), and using subject-dependent categories, also developed by researchers participating in this study (Arnesen & Oedegaard 2005). Only a few of the results from the Videograph analysis of the mathematics classes will be used in this chapter.

The subsequent analysis is based on a sequence of two consecutive mathematics lessons from one single classroom in our sample that:

- used mathematical discussions systematically for the learning of mathematics
- linked inside school mathematics with out-of school mathematics in an elaborated and systematic way

In the first of these lessons all the students worked in pairs. Two students, referred to as Joe and Jim, were video-recorded during this group work and equipped with small microphones. The dialogue between these two students was later transcribed

and analysed. After the first lesson these two students were interviewed, and so was the teacher a few days later.

The second lesson was a teacher-led, whole-class discussion based on the pair work from the previous day. These two different discursive settings are analysed in this chapter. Mathematical conversations in pairs serve as one setting of discursive mathematical practice. The teacher-led whole-class discussion serves as a second setting for analysing the observed students' engagement with talking mathematics as a tool for learning mathematics. Our analysis is based on a qualitative review of the observed data and serves as a first step in investigating how different discursive practices in classrooms support mathematical understanding.

Criteria for selection of this particular sequence

Videograph analysis conducted on all the six mathematics classrooms in our study revealed that generally very little time was used on non-conventional problems (Klette *et al.* 2008). Our analysis indicated that the typical pattern in most of these classrooms was that the students would work on quite conventional tasks from the textbook. The sequences used for analysis in this chapter were thus quite untypical in our sample of mathematics lessons. Our criteria for selecting the actual sequences were therefore not based on their typicality, but were chosen because the teacher involved was regarded as a competent teacher, with a genuine interest in mathematics and mathematics education. She led the class through a quite interesting learning sequence, using various discursive working methods that are strongly recommended in the literature within the field. Through the use of empirical data from these sequences, we will try to discuss some of the upsides and downsides of these recommended discursive methods of teaching.

Mathematical tasks involved

The teacher began the first lesson by giving instructions about the tasks that the students were going to work on. These problems were a combination of open-ended and structured tasks, referred to as task 1 and task 2. Task 1 consisted of two open-ended cases while task 2 consisted of four (See Appendix 1). All the tasks were related to a real-world context. In task 1, the students were asked to find material in the newspaper that was made relevant through the use of mathematical representations. They were told that they in principle could choose anything they liked, but challenged to try to find examples that were not too elementary. Additionally, they were instructed to not use too much time on this first task. In task 2, the students were asked to comment upon four cases reported in the newspapers. One was about smoking and cancer, one was related to average income in the county where the students lived, one was about medication and healing rates, and the last one was about the increase in tuberculosis in Norway. These cases were selected by the teacher, presumably because of their relevance to the theme in this lesson, photocopied and distributed to the students. Task 2 was

thus more structured than task 1 and the students were asked to critically comment on the way mathematics was being used.

This first lesson lasted for 43 minutes and the students were told that they had to finish the tasks at home if they were not able to complete them all during the lesson.

The second lesson took place the day after the group work. At the beginning of this lesson the teacher told the students that they were collectively to discuss the work from the previous day. She asked them to pull up a chair in the middle of the classroom and to bring their written answers from the group work. After a short introduction by the teacher, where she briefly repeated what kind of tasks the students worked on the day before, they started discussing the different tasks and issues. It all took place in a very quiet and comfortable atmosphere where all contributions were valued, albeit some more than others, depending on the content of the statements. Another general point worth mentioning is that the teacher consistently used expressions and formulations that the students seemed to understand.

MATHEMATICAL TALK IN THE CLASSROOM

Positioning in the group

As previously mentioned, the two video-filmed students were two boys, Joe and Jim. Joe reported in the follow-up interview that he was getting 4 in mathematics, which is a little above average in Norway. Jim did not disclose his grade, but his statements made it reasonable to infer that his grade was a little below average. Their positioning during group work reflected that they recognised that there was some difference in mathematical proficiency between the two of them. This was revealed by the fact that Jim throughout the interview on various occasions asked Joe for help and assistance, while Joe took on a leading role in the group, particularly through structuring their work towards producing answers to the given tasks. Even if this seemed to be a quite dominant pattern, Jim also occasionally contributed to the discussion by suggesting certain solutions.

Mathematical talk in the dyadic student group

The teacher used about 6 minutes to start the first lesson and introduce the tasks. During the next minute the teacher handed out the sheets, simultaneously answering student inquiries. While the students were working on these non-conventional problems in pairs, the teacher walked around between the groups and gave additional support, guided the students and explained the core meanings of the tasks. She seemed to be allocating support according to how well the student-groups were working; spending most time with the groups that expressed that they had problems interpreting the tasks.

The two male students in our focus group started to read the tasks 7 minutes into the lesson. Joe read aloud, while Jim immediately began to ask Joe questions about what they were supposed to do. Here is an excerpt from this situation:

JOE: (Reads silently from the task-sheet)

JIM: That means that we are supposed to do what?

JOE: Wait a second. (Reads aloud.) Well, I guess we have to go and get some newspapers.

After Joe was back with the newspapers, they hesitated a moment, then decided to get sheets to write their answers on.

JOE: I think maybe we should get sheets to write the answers on, before we get started.

JIM: Yeah, I write, you fetch. (Grabs the newspaper from JOE)

JOE: (A bit aggressively.) You can go and fetch it, you don't understand anything anyway.

JIM: (laughs) Well, that's true.

As can be seen from this episode, the students negotiated (in a boyish way) about how to organise the work. Jim was trying to take command of the situation, but this was quite fiercely contested by Joe, who indirectly referred to his superior academic proficiency to resume his position as the leader of the group. Jim immediately recognised this claim as reasonable and accepted his academic inferiority. After this episode, Jim never challenged his internal social positioning in the group.

Later in the lesson Joe and Jim were discussing what piece of information from the newspaper they should use for task I, and the following dialogue took place:

JIM: And the answer is?

JOE: (Gives JIM the newspaper, a little annoyed) Look here and then you will see what to do.

JIM: The question is?

JOE: We are supposed to use the newspaper and then find examples.

JIM: Yes

JOE: It's not difficult. And then we have to write the answers here. Then we are supposed to figure out the meaning and write down what they use.

JIM: What they use? What's that stuff called?

JOE: We call that a pie-chart.

JIM: And bar chart.

JOE: No, that's here, but we won't use them.

After being interrupted by the teacher who asked if they needed more paper, Joe and Jim went on to discuss what the pie chart showed (it was about political parties). They had difficulties interpreting it and decided to use a different example, but they did come back to the first pie chart a little later. Very little was said explicitly about mathematical issues in this part of the group work. A lot of attention was paid to non-mathematical issues, which seemed to have little relevance for mathematical knowledge production. Both students used quite some time to draw the pie chart. After twenty minutes of the lesson had passed, the teacher came over and told the two students to just write down how the pie chart was being used in the paper. This information seemed to have a structuring effect on the two boys and they were then able to come up with a reasonable answer to this task.

JOE: Let's write that Daily News shows the different political fractions by using a pie chart.

In both the statement above and on various other occasions, Joe clearly assumed a large degree of responsibility for the work the two students were supposed to accomplish. He seemed to be oriented towards producing results and several times in the dialogue with Jim he explicitly stated that they should write down their answers, and get the work done.

The importance of the more knowledgeable other – five illustrations

Illustration 1: After following up on Joe's recommendation to write down their answers, the students paused a little, but then decided to try to look for the final example. (*Twenty two minutes of the lesson had now passed.*) They discussed a few very simple alternatives, for instance to use telephone numbers, before finally deciding to go for soccer tables.

JOE: Let's write; In Daily News there is a table which shows...What are you doing now?

JIM: Just fooling around

JOE. (Repeats loud what he has already said in order for JIM to be able to copy him.)

JIM: What does it show then? Premier League men, or?

JOE: It shows the position of many teams that is in Premier League for men.

JIM: Premier League men positioned??? [*His utterance does not make sense*]

JOE: No, no.

JIM: Are positioned.

JOE: Yes. Then we have to write: It shows the goal difference and how many points they have.

JIM: I don't know anything about football.

Once again, it can be observed that Joe tried to assume responsibility by declaring that they should write down their answers. By doing this he was also structuring their work according to general schoolwork expectations, where writing down your answer is both an implicit and often explicit rule of action. The students were to a very small extent able to relate their discussion around this task to mathematics, so they seemed to structure their work in relation to meaningful actions within the school context. To use Wenger's demand of a needed balance between participation and reification, the two students seemed to mainly be involved in a discourse related to participation. The connection with reification processes of mathematical concepts, and with any social established mathematical discourse, appeared to be rather vague.

After twenty eight minutes the students finished this part of the task. Generally, very little mathematics or mathematical concepts were discussed explicitly, especially when the students worked on their own, without any interference from the teacher. The students seemed to have problems relating the tasks to relevant mathematical discourse. However, when the teacher intervened by giving them a clearer interpretation of the task, the students were able to come up with a reasonable answer in relation to the first example they were using. The teacher intervention seemed to be quite decisive and to play an important role in structuring the students' conversation. On the other hand; left alone the students' were scarcely able to produce statements that had potential mathematical value. Neither seemed in discussion to have contributed to a development of an extended discursive repertoire in mathematics among the two. It therefore seems reasonable to conclude that this part of the group work had limited value for the students as regards mathematical learning through the training of their *object-level skills*. Only after the teacher's intervention was Joe able to formulate a statement that can be considered to relate to this kind of skill. One reason for this might be that the gap between the actual task the students were given and the mathematical discourse they have participated in throughout their entire school career, and thus were acquainted with, was too large. They were therefore unable to bridge this distance when left on their own and consequently the dialogue between them was very loosely connected to any mathematical discourse. The students' *discursive-level skills* have, on the other hand, been challenged through these tasks. Joe and Jim were able to communicate successfully and they both suggested solutions to this first task, although parts of their work and their final answers had little substantial reference and limited mathematical value.

Illustration 2: Joe and Jim now began to work on the next set of mathematical tasks, task 2. As previously mentioned, these tasks were also based on information mediated through newspapers, and the teacher had made the selection with a clear didactical purpose based on mathematical relevance of the information presented.

This is how the teacher, in a later interview, formulated her general thoughts about this specific lesson:

T: I wanted them to practice on expressing what they found (in the newspaper), to make them realize what they know and that they need to know mathematics outside of school. That mathematics can be used, that they need this knowledge.

Joe and Jim started discussing task 2a (about smoking). Here is an excerpt from this discussion:

JIM: It's only about the means (seems to be reading from the next task)

JOE: It's only something that is claimed, it's not sure it's like that.

JIM: Yeah, it's only claimed. It could be true though; there are people who smoke that don't... (Interrupted by JOE)

JOE: Yeah, but it's not. Smoking is no good anyway.

JIM: Anybody who smokes doesn't stay healthy, if they smoke a lot.

JOE: Let's write that then. (Both students start to write down this answer. After a few seconds JOE starts to read aloud what he is writing down): Some manage to smoke without getting cancer, but others don't.

JIM: (Also reads aloud what he writes down): Let's say that the majority die of cancer.

What primarily characterizes this dialogue is that none of the students are able to build their arguments on any kind of statistical or mathematical concepts. No reference whatsoever is made to statistics, even if this task obviously invites the students to use their pre-knowledge about these matters. By failing to relate the task to statistical discourse, only to normative views of smoking, the dialogue seems to have little value from a mathematical perspective. Once again it can be observed that the *object-level skills* of the students are not activated and trained. This also reveals the potential danger of using small scale group work in mathematics. The necessary competence for solving the task is not available among the group members in this group, or at least it is not made relevant. In a larger group one runs a smaller chance of experiencing this. On the other hand; the two students seem on this occasion to have a "true dialogue" (Lemke 1990), they both contribute in the conversation on apparently equal terms and both students seem to appreciate the others' statements. Their *discursive-level skills* are thus trained through this interaction. Unfortunately, none of them are able to bring in the relevant subject knowledge needed to make the dialogue mathematically fruitful.

Illustration 3: In the next task that the students worked on, task 2b, the dialogue had a quite different pattern. Here the students were supposed to comment on a newspaper text which revealed that the average income in the county where

they live was 380 000 NOK. After reading the task, they started discussing this issue:

JIM: I didn't understand that.

JOE: There's nothing to understand. Some people have very high incomes.

JIM: Yes, but some have very low, and...(Gets interrupted by JOE)

JOE: Yes, but then we have to write that down. Not everybody earns that much.

JIM: No, it's not. Someone makes more.

JOE: And someone makes less.

JIM: But it's just the mean.

JOE: Yes, then we write that. (They both write for a few seconds, and then JOE continues to talk): We write that this is the mean income, but it is still a lot of people that don't make that much yet.

JIM: And a lot that earn more.

JOE: Many that earn more and many that earn less.

JIM: Many earn a lot more and this makes the mean income higher.

In this dialogue, one of the students, Joe, was able to use his *object-level skills*, by bringing forward relevant statistical content knowledge which made the discussion meaningful in a mathematical perspective. Jim expressed in the beginning of this dialogue that he did not understand this task. Joe tried to explain what it was all about by interpreting the given information. In order to succeed in this, Joe had to apply both his *discursive-level skills* and his *object-level skills*. Soon Jim got involved in a meaningful statistical dialogue. This probably would not have happened if Joe had not provided the necessary mathematical knowledge at the beginning of the conversation. The above dialogue can therefore serve as an example of how a student can broaden his discursive mathematical repertoire through the help of a more knowledgeable other in a group work context, through the latter person's capacity to make relevant and apply his *object-level skills*.

Illustration 4: Task 2c contained the next issue the students were discussing. It was about a survey conducted by a pharmaceutical company. The students were informed that 80% of the people that used this drug recovered. Joe started by reading the text loudly and the dialogue went like this:

JIM: But it's still only 80%.

(They both seem a little bored and start to discuss how much time is left of the lesson.)

JIM: Are we going to write about what happens or the statistics?

TALKING ABOUT MATHEMATICAL TASKS

JOE: We'll just write; we'll just write that not everything is true, or, it's true but it's not; here for instance it's 20% that's not healed.

JIM: Yes, 20%.

JOE: So it is two out of ten that didn't recover. But it is eight out of ten that recovered.

JIM: It is not always like that. Maybe suddenly one day it's the other way around.

JOE: Yes, yes.

JIM: Because if it is 20%; 20 that didn't recover, then soon it is...

JOE: We should write that down then. That's what we are supposed to write down.

(They both start to write down their answer.)

JIM :(Loudly while he writes) But it may soon change.

The above dialogue provides an example of how the students were able to apply and train their *discursive-level skills*, but not their *object-level skills*. While they communicated well socially, the conversation between the two students were not that useful from a mathematical point of view. Joe was able to relate his argumentation somewhat to mathematical concepts by reasoning in percent about how many persons recovered and how many did not. He stated that 20% did not get well and had obviously subtracted 80% from 100%. In addition to this he was able to infer that this meant that statistically two out of ten did not recover. He thus managed to use parts of his prior knowledge to comment on the issues in this task. A major problem, however, is that that he did not manage to use his *object-level skills* to instigate a mathematically relevant dialogue. Understanding per cent is a prerequisite, but not sufficient for being able to comment on this task in a mathematically meaningful way. Other, more sophisticated mathematical and statistical concepts would have had to be introduced and made relevant. As neither Joe nor Jim were capable of doing this, and with no help from more knowledgeable others, the conclusions that were drawn at the end of this dialogue seemed rather out of place, if not completely irrelevant, from a mathematical perspective.

Another point worth noticing is that contrary to what happened in the previous dialogue about mean income, where Jim through the help of Jim got to be involved in a mathematically relevant discussion, things did not seem to get clearer for Jim here. Even if Joe related the information given in this task to his prior knowledge about percent, this was not sufficient for them to be able to formulate any adequate statements in which they succeeded in evaluating the given information in this task.

Illustration 5: Finally, in task 2d, our two students were supposed to comment upon the way a newspaper reported about tuberculosis. In a headline, a newspaper claimed that there had been a doubling in the number of cases of tuberculosis in Norway the last year. Later in the article it was revealed that only six people had been diagnosed with this sickness, as compared with just three the

year before. Jim and Joe read the task aloud, but seemed to be insecure of how to make any comments. After forty minutes of the lesson had passed, especially Jim appeared tired and uninspired. He yawned and moaned quite demonstratively. This dialogue took place:

JIM: The last one is?

JOE: It's... (Pauses a few seconds)

The teacher passes by and Joe asks her about the task:

JOE: What's this one about, this one? What are we supposed to do here? Six persons got tuberculosis, as compared with three last year.

T: If you came to buy the newspaper one day and this was the top headline: Tuberculosis doubles in one year! What would you think about that?

JOE: That a lot of people die, a lot would get it. But it's only six persons, is that what you're saying?

JIM: (Quite eagerly) It's only six persons, it's a big headline. You would think it was a hundred or so!

The teacher walks away and there is a short pause. Then Jim starts talking:

JIM: Gets what? (JOE gives no response)

JIM: I'll just argue that... (Still no response from JOE)

JIM: I could really need some help, you see.

JOE: (Annoyed) You've got to think just a little bit then.

JIM: Yes, but if I... (Gets interrupted by JOE)

JOE: You've done the same on all the tasks. What are you supposed to figure out here?

JIM: Why, what, what then?

JOE: No, I really won't bother helping you. Now you got to figure it out yourself.

JIM: Now I'm completely lost, I'm completely lost.... Ok, then.

(Both write on their sheets until the teacher calls the lesson off after 43 minutes)

By this time, approximately forty minutes into the lesson, Jim seemed tired and unmotivated. Even if both the students expressed confusion about how to answer this last task, the dialogue revealed that Joe took an initiative to ask the teacher for help. The teacher answered the call by prompting the students about their likely reactions if confronted with these headlines in a real life situation. By giving this support the teacher seemed to inspire the students' interest in the actual issue and their replies revealed that they were both able to rationally relate to the task. The teacher seemed to make a positive assessment of these statements, which must be

interpreted as a sign of approval of these kinds of comments, even if they were very implicit as regards mathematically relevant concepts. In this way the teacher signalled that she did expect the students to be able to relate to the presentation of statistical data in media, but that it was acceptable to do this without referring to statistical concepts explicitly. She apparently did not consider it necessary for the students to link their comments to any concepts of this kind. The talk in this dialogue could thus be characterized as being about mathematically relevant issues, but with a loose connection to a more explicit mathematical discourse. In relation to the relatively broad definition that was given of *object-level skills* earlier in this chapter, it would be reasonable to claim that the teacher wanted to encourage the students to apply their *object-level skills* in their discussion of this task, and that they in fact managed to do this after being supported by the teacher in interpreting it.

Another interesting matter that is revealed in this dialogue is the difference in social positioning according to the presence of the teacher. As long as the teacher was with them, both students seemed to participate in the discussion on equal terms. Jim was particularly eager when the teacher was present and made several relatively valuable comments. As soon as the teacher had gone away, however, he seemed to become quite confused and started to question Joe about how to go on. Joe got annoyed by what he probably experienced as obnoxious behaviour from Jim, and in the last part of this dialogue communication about the mathematical task has broken down completely. The social positioning has been re-established with Joe being in command and with Jim placed in an inferior position.

Fostering mathematical reasoning – looking across the tasks

In Table 1, a summary of our findings related to the skills involved when working with the referred mathematical tasks is presented. While the students used their *discursive-level skills* in different ways throughout the discussions of all the actual mathematical tasks, this was not the case with their *object-level skills*. Only in task 2b were they able to apply their object-level skills without getting any outside support. In both task 1a and 2d this skill was only activated after an intervention by the teacher (this is why these cells in the table have a somewhat ambiguous notation: No-Yes). In task 1b, 2a, and 2c they did not succeed in using their *object-level skills* at all and the mathematical value of the dialogues that took place in connection to these tasks was, as previously pointed out, therefore minimal.

Table 1. Skills used in dyadic group work

	<i>Task 1a</i>	<i>Task 1b</i>	<i>Task 2a</i>	<i>Task 2b</i>	<i>Task 2c</i>	<i>Task 2d</i>
<i>A. Object-level skills</i> – <i>talk in and about</i>	No-Yes	No	No	Yes	No	No-Yes

<i>mathematics</i>						
<i>B. Discursive-level skills</i>	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes

Task 1a and 1b – Finding examples of applied mathematics in the newspaper

Task 2a – Smoking and Cancer

Task 2b – Mean Income

Task 2c – Pharmaceutical Company

Task 2d – Doubling of Tuberculosis

Mathematical talk in the whole-class discussion – the role of the teacher

In the mathematics lesson the day after the group work the teacher started out by asking about task 1, where the students were supposed to find examples of use of mathematics in the newspaper. Many students raised their hands and a multitude of different answers were produced. Most of them were characterized by being quite simple, mentioning telephone numbers, weekdays, recipes etc. The teacher accepted all the answers. Some students also suggested tables and pie charts and the teacher then asked the students to explain what a pie chart is. Jim raised his hand and answered this question. The answer was not very precise, but was accepted by the teacher as adequate. In asking for this kind of definition the teacher was able to make mathematical knowledge relevant for the understanding and interpretation of information presented in media. By stating this kind of questions the teacher made it clear that the students were not only expected to be able to talk about mathematics and statistics, but also to provide definitions of certain concepts. The students were thus being trained in using their object-level skills in mathematics.

Another method that the teacher used throughout the entire whole-class discussion sequence was revoicing – to personally re-utter some of the verbal formulations of the students, in order both to recognise the mathematical importance of their suggestions and to ensure that a mathematical perspective was made explicit. By doing so she was also able to connect their collective discussion to a mathematical discourse, actualising and reifying central mathematical concepts. In this way she managed to balance participation and reification to make this session quite meaningful for the students involved, judged by their clear participation in the discussion.

Many of the 18 students had by now already contributed to the discussion. By being able to involve almost everybody in the discussion, the teacher assured that they were also being trained in using their *discursive-level skills*, such as turn taking. The teacher summed up this part by saying that it is important both to know how to interpret tables and diagrams, and to be able to evaluate the way information is being presented in media by the use of these artefacts. By drawing this conclusion the task was made relevant for the students in a real life setting.

Now the class went on to talk about the other issues from the group work. They started with task 2a, about smoking/cancer. As previously discussed, Joe and Jim did not manage to relate their solution to a mathematical discourse by bringing in relevant statistical concepts. The teacher opened up for debate and again many students contributed. However, most of the suggested answers were of the kind that Joe and Jim came up with, fundamentally normative, with little relevance within a mathematical discourse. After a while the teacher asked the class if they thought it was acceptable to take a stand on smoking based on the information given in this article. One student answered that smoking is not good for you anyway. Then a second student started introducing statistical notions by saying that it is not “exact” when only one person is used. This was followed up by a third student who managed to add on to this by stating that to base this kind of study on just one person is not acceptable, one has to use a lot more. The teacher immediately made a very positive assessment of this last statement and then summed up the discussion by saying that the essence here was that it is not possible to draw any conclusions on the basis of such a small sample.

Even if no precise statistical concepts were introduced in this discussion, the teacher succeeded in making statistical knowledge relevant in relation to this task. She did this by first eliciting student responses, and when these comments seemed to be rather displaced, she asked questions that made the dialogue more mathematically relevant. In this way the students were guided by the teacher in a certain direction, and she supported them in order to ensure that their statements became relevant within a mathematical discourse. In other words, she succeeded in anchoring the discussion in a mathematical discourse using *object-level skills* prevalent in student contributions.

Linking students' utterances to mathematical relevant interpretations

In task 2b the reader was informed that the mean income in Hill County was 380 550 NOK. To get the discussion started, the teacher asked the students if anyone could explain the concept of *a mean value*. One student tried, but his formulations were somewhat unclear. The teacher then commented that it is often difficult to explain mathematical concepts to others in words even if one understands it and is able to use it properly. Another student succeeded quite well in explaining this concept. A third student brought on his own accord up the concept *median*, and the teacher asked the students to explain this new concept and to give comments upon the differences in the use of mean value and median. Once again the first definition of the *median* that was presented was rather weak, but a second student came up with a quite precise definition of this concept. A third student answered that when using the *median* one got rid of the ones that earn most and the ones that earn least. As can be observed, this student referred to the task in question when explaining the use of the concept. The teacher made a positive comment to this last contribution, and summed up this part of the whole-class discussion by stating that in the actual task about *mean* income in Hill County it might have been better to give information about the *median*. She supported her

argument by claiming that one knew that in Hill County a lot of people have very high incomes and that there always will be people that make very little. One student raised his hand and commented that it would be very difficult to list all incomes in a county in order to find the *median*. The teacher responded briefly by saying that there are certain methods available for doing this. However, after observing this discussion one wonders if all students were able to understand how to choose between these two concepts, the *mean value* and the *median*, in reporting from a survey. It seems that the differences between these statistical concepts were not elaborated upon sufficiently during this whole-class discussion for the students to get a grip of when to apply the one or the other.

By first asking the students to define *the mean value* and later *the median*, and then using follow up questions to stimulate and ensure student understanding, the teacher assumed responsibility for keeping the discussion within a mathematical discourse. She quickly gave positive responses to contributions that she apparently found valuable, and then added relevant information about the mathematical issues in question. Her method lead to high student involvement and ensured that the class was introduced to specific mathematical concepts within a more general mathematical discourse. The students' *object-level skills* were here again stimulated and made relevant.

Task 2c was the next one discussed. It was about a survey conducted by a pharmaceutical company (see appendix 1). After reading the task aloud, the teacher asked for comments. One student claimed that you often get well anyway, without using any medication. The teacher responded affirmatively and went on to ask the students if they could think of anything else that they would have liked to investigate in order to believe in the results with this medicine. Another student stated that a large part of the group did not recover. The teacher nodded, but then prompted the students to think about other things that would have been interesting to know about this survey. When nobody answered this call, she gave them additional cues. This dialogue then took place (S1, S2 and S3 are different students, T is the teacher):

T: How much is eighty per cent?

S1: Eight out of ten.

T: Or? Eighty per cent can be a lot, can't it?

S2: Yes.

T: Depending on what? (With a smile) What do you all think I'm after?

S3: If you ask ten persons and eight of them answer yes, then that is eighty per cent.

T: Yes, but then you can ask a hundred. The more you ask, the better reasons to believe in the results of this survey. If you ask just a few, then there are hardly grounds for drawing any conclusions. It usually says how many people have been asked.

Apparently the teacher on this occasion did not succeed in eliciting the answers she had in mind from the students. It might be mentioned that she got a quite precise answer to her first question and that the second question was rather obscure. Anyway, when no acceptable answer was received, the teacher herself complemented the students' statements by saying that the more people you ask, the better reasons to believe in the results of a survey. Even if more advanced statistical concepts was not introduced at this level, it seems reasonable to conclude that the teacher did succeed in relating the discussion to the mathematical discourse by referring to the need for a certain number of people in a survey sample. The *object-level skills* of the students were once again trained and broadened. This contrasts sharply with the way this same task was discussed by Joe and Jim during group work. As previously mentioned, they were not able to relate their arguments to any statistical concepts at all, except per cent. This illustrates the need for a knowledgeable other in guiding the students' attention towards the mathematically relevant aspects of the information in a task.

Finally, the class discussed the issue in task 2d, about increase in cases of tuberculosis (see Appendix 1). The following dialogue took place (T is the teacher, S1, S2, S3 are three students):

T: If you read the paper one day and it tells you that the number of cases of tuberculosis has doubled in one year. Then some readers probably will be scared if they don't continue reading. Or what?

S1: It's probably only coincidental.

T: Well, that's what you would have figured, that it is only coincidental.

S2: Some people just read the headlines, they don't go further.

T: And if they only read the headlines here; what do you think they would figure?

S3: That it was a lot.

T: Maybe someone would believe it was an epidemic and that a lot of people would have to see a doctor, but if we read further down then it says?

S2: Doubling from three to six

T: Exactly; then maybe it's not so dramatic anyway – as one should think from the headline.

S2: It's like he (S1) said, very coincidental, really, when the figures are that small. If one only reads the headline...

T: Yes, one doesn't really know the number until one starts reading further down the page. Any other comments?

The teacher used the same introductory question to this task in the whole-class setting as she did when talking with Joe and Jim during group work. She wanted the students to relate the text to their own experience, to how they would think and

feel if confronted with this kind of information, and the students did not have any difficulties relating this story to their personal experience. Anchoring the story to the students' daily life and to their own experiences apparently made it easier for them to comprehend the issue at hand. The teacher did not introduce any explicit statistical or mathematical concepts, in fact the mathematics involved in this task can be considered to be quite implicit. She did, however, manage to keep the dialogue within what can be labelled an extended or comprehensive mathematical discourse, where critical thinking and talking about how mathematical concepts are used in real life settings were assigned an important value. These kinds of skills are central elements in definitions of mathematical literacy (OECD 2000) and it seems reasonable to infer that the teacher of this mathematics class, through managing the discourse the way it is described above, succeeded in training the *object-level skills* of the students.

Summing up this sequence, which lasted a little less than 20 minutes; it seems clear that even if a lot of students participated in this classroom discussion around mathematical tasks, the teacher played a very important and mayor role in ensuring that the talk was closely related to mathematical and statistical concepts and issues. She managed to do this partly by asking the students mathematical relevant questions, but also by revoicing student suggestions and giving very positive evaluations to the student contributions that she regarded as particularly important or interesting from a mathematical perspective. In this way, the quality of the discussion was quite high, especially as compared with the corresponding dialogue during group work. By introducing relevant mathematical and statistical concepts and inquiring about their definitions, by bringing in perspectives on how to critically relate to the use of these concepts in media, and by giving the students the opportunity to talk about these issues in whole-class discussions, the teacher actively ensured the mathematical relevance of the whole-class discussion. Applying these kinds of methods she made sure that the students, through the work with these mathematical tasks, were trained to participate in mathematical discourses in a social acceptable manner. As opposed to what happened in the previously referred student dialogue about these same issues, illustrated in table 1, we can observe that in this whole-class sequence the students were trained in using both their *object-level skills* and their *discursive-level skills* across all the tasks involved.

CONCLUSION

In this chapter we have, through the analysis of talk around mathematical real-life tasks in two different settings, small-scale group work and whole-class discussion, argued that from a mathematical perspective the value of this talk is dependent upon various contextual factors. Viewing mathematical learning according to socio-cultural theory as a process of expanding ones' participation in mathematical discourses, we have pointed out that small-scale group work seems to be a method of working that stimulates broad participation, but where the anchoring of the discussion to a mathematical discourse is often weak and tenuous. Using Wenger's

(1998) complementary concepts to describe the processes taking place in this method of work, participation seems to be prioritized at the expense of reification. Many reasons for this could certainly be listed. Inspired by Sfard's and Kieran's (2001) distinction between *object-level rules* and *meta-level rules*, we have used the concepts *object-level skills* and *discursive-level skills* to analyse the actual content of the group dialogue. *Object-level skills* are here understood as the capacity to talk in and about mathematics, while *discursive-level skills* are seen as general communicative skills. Analysis of the talk taking place during group work reveals that the students, when left on their own, seem to have difficulties relating their mathematical knowledge to the real-life tasks they are working on. They very easily get involved only in everyday discourses, which have very little mathematical relevance. According to our observations the students succeeded in bringing in relevant mathematical information only in one of the six actual tasks, without outside support. Their *object-level skills* were not activated and trained when working on their own on the five remaining tasks, only after teacher intervention were these skills made relevant in two of these. The students did on the other hand manage to apply their general communicative skills, their *discursive-level skills*, throughout most parts of the group work.

In the sequence with the teacher-led whole-class discussion, we observed a different pattern. By personally revoicing student utterances, by giving immediate positive evaluations to valuable student contributions, and by posing questions that connected the real life tasks to a mathematical discourse, the teacher managed to make the students *object-level skills* relevant in the discussion of the tasks. Through the use of these measures, she seemed to succeed in balancing participation and reification and connect the processes of meaning to a social established mathematical discourse.

Why do talk about the same tasks turn out so differently in these two contexts? In addition to the arguments made above, we would like to point out that the small scale group is dependent on some of its participants managing to make their *object-level skills* relevant in order for the group to succeed in relating its discussion to a mathematical discourse. A group with only two members is very vulnerable in this respect. There are very few individuals to rely on and on many occasions relevant *object-level skills* will not be activated. As Sfard (1998) formulates it, this kind of group work can most aptly be described as a waste of time. During whole-class discussion, it seems that more students will participate and contribute to the collective discourse, and there is a greater chance that some will be able to use their *object-level skills* and bring forward relevant mathematical content knowledge. This was observed in the discussion of the smoking/cancer task where several students in the beginning made quite irrelevant comments before one student was, finally, able to relate the task to significant statistical notions. The teacher's role in the whole-class discussion was also quite decisive. While the teacher evidently will experience problems in trying to assist a whole number of different groups simultaneously during group work, she will, in monitoring and orchestrating whole-class discussions, have the opportunity to ensure that the discussion is related to a mathematical discourse. In other words, just putting

students in groups and/or asking them to talk and reflect on the bases of mathematical tasks involved, does not lead to the development of mathematical understanding as such (see also Stigler and Hiebert 1999, Webb ed. 2006). *How teachers and students engage in these discourses and the quality of the tasks involved is of vital importance for the possible development of their mathematical reasoning.*

NOTES

¹ Videograph ® is a computer software programme developed at IPN, Kiel, <http://www.ipn.uni-kiel.de/aktuell/videograph/htmStart.htm>

REFERENCES

- Arnesen, N., & Oedegaard, M. (2005). *Categories for video analysis of science classroom activities*. Oslo: University of Oslo.
- Bauersfeld, H. (1995). Language Games in the Mathematics Classroom: Their Function and their Effects. In P. Cobb, & H. Bauersfeld (Eds.), *The Emergence of Mathematical Meaning*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (Eds.) (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*. New York, NY: Springer, New ICMI Studies series 10.
- Boaler, J. (2002). *Experiencing school mathematics: Traditional and Reform Approaches to Teaching and their Impact on Student Learning*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L.W., & Empson, S.B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann
- Cazden, C. B. (2001). *Classroom discourse: the language of teaching and learning*. Portsmouth, UK: Heinemann.
- Clarke, D., Keitel, C., & Shimizu, Y. (Eds.) (2006a). *Mathematics Classrooms in Twelve Countries: The Insider's Perspective*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Clarke, D., Emanuelsson, J., Jablonka, E., & Chee Mok, I. A. (Eds.) (2006b). *Making Connections: Comparing Mathematics Classrooms Around The World*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Cobb, P. (1995). Mathematical Learning and Small-Group Interaction: Four Case Studies. In P. Cobb, & H. Bauersfeld (Eds.), *The Emergence of Mathematical Meaning*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P. (2007). Putting Philosophy to Work. Coping with Multiple Theoretical Perspectives. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics, Information Age Publishing.
- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Reflective Discourse and Collective Reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol 28(3), pp. 258-277.
- Cobb, P., Yackel, E., & McClain, K. (Eds.) (2000). *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. Hampshire, UK: The Falmer Press.
- Ernest, P. (1993). Conversation as a metaphor for mathematics and learning. *Proceedings of the BSRLM Day Conference*. Manchester: Manchester Metropolitan University.
- Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics Teaching and Classroom Practice. In F. K. Lester Jr. (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics, Information Age Publishing.
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing realistic mathematics education*. Utrecht: CD-β Press.

TALKING ABOUT MATHEMATICAL TASKS

- Gravemeijer, K., Cobb, P., Bowers, J., & Whitenack, J. (2000). Symbolizing, Modeling and Instructional Design. In P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, L., Human, P., Murray, H., Olivier, A., & Wearne, D. (1997). *Making Sense. Teaching and Learning Mathematics with Understanding*. Portsmouth, NH: Heineman.
- Hiebert et al. (2003). *Teaching Mathematics in Seven Countries. Results from the TIMSS 1999 Video Study*. National Center for Education Statistics, U.S. Department of Education.
- Klette, K., Lie, S., Anmarkrud, Ø., Arnesen, N., Bergem, O.K., Ødegaard, M., & Zachariassen, J.R., (2005). *Categories for video analysis of classroom activities with a focus on the teacher*. Oslo: University of Oslo.
- Klette, K., Lie, S., Ødegaard, M., Anmarkrud, Ø., Arnesen, N., Bergem, O.K., & Roe, A. (2008). *PISA+: Lærings- og undervisningsstrategier i skolen*. (PISA+: Learning- and teaching strategies in school). Oslo: The Research Council of Norway.
- KUF (1996). *Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen*. (Curriculum for primary and lower secondary school in Norway). Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.
- K (2005). *Kunnskapsløftet. Læreplan for grunnskolen*. (Knowledge promotion. Curriculum for elementary and lower secondary school in Norway). Oslo: Norwegian Ministry of Education and Research.
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, Vol. 27(1), pp. 29-63.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lehmke, J. (1990). *Talking Science: Language, Learning, and Values*. Norwood, NJ: Ablex/Elsevier.
- Lerman, S. (1996). Intersubjectivity in mathematics learning: A challenge to the radical constructivist paradigm? *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 27(2), pp. 133-150.
- LP (1994). *Läroplan för det Obligatoriska Skolväsenet*. (Curriculum for primary and secondary school in Sweden). Stockholm: Utbildningsdepartementet.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nemirovsky, R. (Ed.) (2005). *Everyday matters in science and mathematics: studies of complex classroom events*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Niss, M. (2007): Reflections on the state of and trends in Research on Mathematics Teaching and Learning. In F. K. Lester Jr. (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics, Information Age Publishing.
- Nunes, T. (1999). Mathematics Learning as the Socialization of the Mind. *Mind, Culture, and Activity*, Vol. 6(1), pp. 33-52.
- O'Connor M.C. (1998). Language socialization in the classroom. In M. Lampert, & M. L. Blunk (Eds.), *Talking mathematics in schools: Studies of teaching and learning*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- OECD (2000). *Measuring Student Knowledge and Skills – The PISA 2000 Assessment of Reading, Mathematical, and Scientific Literacy*. Paris: OECD Publications.
- OECD (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework*. Paris: OECD Publications.
- OECD (2006). *Assessing Scientific, Reading and Mathematical Literacy. A framework for PISA 2006*. Paris: OECD Publications.
- Saxe, G. B. (1991). *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

BERGEM & KLETTE

- Scribner, S. (1984). Studying working intelligence. In B. Rogoff, & J. Lave (Eds.), *Everyday cognition: Its development in social context*.
- Sfard, A. (2000). On Reform Movement and the Limits of Mathematical Discourse. *Mathematical Thinking and Learning, Vol. 2*(3), pp. 157-189.
- Sfard, A. (2001). There Is More to Discourse Than Meets the Ears: Looking at Thinking as Communicating To Learn More about Mathematical Learning. *Educational Studies in Mathematics, Vol 46*(1), pp. 13-57.
- Sfard, A., Nesher, P., Streefland, L., Cobb, P., & Mason, J. (1998). Learning Mathematics through Conversation: Is It as Good as They Say? *For the Learning of Mathematics, Vol. 18*(1), pp. 41-51.
- Sfard, A., & Kieran, C. (2001). Cognition as Communication: Rethinking Learning-by-Talking Through Multi-Faceted Analysis of Students' Mathematical Interactions. *Mind, Culture and Activity, Vol. 8*(1), pp. 42-76.
- Silver E. A., & Smith, M.S. (1996). Building discourse communities in mathematics classrooms: a worthwhile but challenging journey. In Kenney, M. J., & P. C. Elliott (Eds.), *Communication in mathematics, K-12 and beyond*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Steinbring, H. (2005). *The Construction of New Mathematical Knowledge in Classroom Interaction. An Epistemological Perspective*. New York, NY: Springer.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap*. Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom. New York, NY: The Free Press.
- Stigler, J., Gallimore, R., & Hiebert, J. (2000). Using video surveys to compare classrooms and teaching across cultures: Examples and lessons from the TIMSS Video Studies. *Educational Psychologist, Vol. 35*(2), pp. 87-100.
- Van Oers, B. (2001): Educational Forms of Initiation in Mathematical Culture. *Educational Studies in Mathematics, Vol 46*(1-3), pp. 59-85.
- Webb, R. (Ed.) (2006). *Changing Teaching and Learning in Primary School*. Buckingham, UK: Open University Press.
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice, Learning, Meaning, and Identity*. New York, NY: Cambridge University Press.
- Yackel, E. (1995): Children's Talk in Inquiry Mathematics Classroom. In P. Cobb, & H. Bauersfeld (Eds.), *The Emergence of Mathematical Meaning*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 27*(4), pp. 458-477.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society. The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Ole Kristian Bergem
University of Oslo

Kirsti Klette
University of Oslo

APPENDIX 1

Tasks for group work (pairs).

Do your best to answer these tasks. You are to discuss some of these problems in both mathematics class and social studies class this week. When you're done; remember to put the tasks and the answers in your blue workbook.

Task 1

We live in an information age, and very often numbers and mathematics are used to inform us. In our democracy it is important that everybody can understand and evaluate information from different sources, for instance newspapers, TV, journals, commercials and advertising, political meetings and debates. Use the newspapers at school to find examples where numbers and mathematics are used for information purposes.

Task 2

When numbers, calculations and statistics are used, we easily believe that what is being said has to be true. Study the cases below. What kind of impact do you think the numbers have on people? What kind of information is given? Give your comments and explain different interpretations of these cases.

- **Task 2a:** Henry (smoking manly): “That smoking is dangerous is just a bunch of crap. My grandfather smoked two packs of cigarettes daily. He was never sick and passed away at 87.”
- **Task 2b:** The mean income in Hill County is 380550 NOK.
- **Task 2c:** A pharmaceutical company has presented a study of the healing effect of a cold medicine. 80 % of the people that used this medicine recovered within a week. On the grounds of this study, the use of this medicine is recommended.
- **Task 2d:** Big headline in the paper: “Tuberculosis doubles in one year”. In the text below is added “this year six people got tuberculosis as compared with three last year.”

The students got three additional tasks, but as our focus students did not work on those during the video filmed mathematics class, the other tasks were not discussed in this paper.

VEDLEGG

Vedlegg 1: Analysekategorier for felleskoding

Instruksjonsformat (*Instructional format*):

1. Læreraktivitet ved helklasseinstruksjon ***RØD***

- Instruksjon – monologiske (*forelesning/fortelling/ lærer leser høyt osv.*)(min. 3m.)
- Instruksjon – dialogisk (*bruke/mobilisere elevenes kunnskap v/ innføring i fagst.*)
- Spørsmål/svar (*system bruk av sp./sv for å sjekke ut/ kontrollere elevenes innsikt*)
- Helklassesamtale/diskusjon (*samtale der elevene kommenterer hverandres innspill*)
- Høytlesing (*elevene leser høyt fra en lærebok eller annen tekst*)
- Elevframføring (*elever framfører oppgaver/ dramatiseringer og tilsvarende*)
- Task management (*lærer gir verbale/ikke verbale beskjeder om aktiviteter/ organisering/materialbruk*)
- Irettesetting (*lærer irttesetter elever/ grupper av elever*) (*kan brukes med 2 og 3*)
- Ikke faglig kommentarer/ beskjeder (*kommentarer av ikke faglig art*) (*kan brukes med 2 og 3*)

2. Læreraktivitet ved individuelt arbeid ***GRØNN***

- Individuell veiledning (*lærer går rundt og gir hjelp/ støtte til enkeltelever*)
- Allmenngjøring av enkelt elever og /eller grupper av elevers spørsmål
- Kollektiv individuell veiledning (*lærer veileder flere elever*)
- Går ut av rommet (*lærer forlater undervisningsrommet*)
- Ikke interaksjon (*lærer samhandler ikke med elevene; leser, rydder e.l.*)

3. Læreraktivitet ved Gruppearbeid ***GUL***

- Individuell veiledning (*lærer går rundt og gir hjelp/ støtte til enkeltelever*)
- Gruppe veiledning (*lærer går rundt og gir hjelp/ støtte til grupper*)
- Allmenngjøring av grupper av elevers spørsmål
- Ikke interaksjon (*lærer samhandler ikke med elevene; leser, rydder e.l.*)
- Går ut av rommet (*lærer forlater undervisningsrommet*)

Grovanalyse knyttet til organisering og tidsbruk relativt faglige aktiviteter:

4. Time on task ***ROSA***

- Småsnakk/ prat før aktivitet/ timen begynner
- Få engasjert i planlagt aktivitet (0 - 1/3)
- En del engasjert i planlagt aktivitet (1/3 – 2/3)

- Mesteparten engasjert i planlagt aktivitet (2/3→)
- Tidsbruk v/ overgangssituasjoner (*tidsbruk rundt skifte av aktivtiter*)

5. Organisering (Grouping) *BLÅ*

- Dyadisk (*elevene sitter to og to*)
- Gruppe (*elevene sitter i grupper på tre eller flere*)
- Enkeltvis (*elevene sitter enkeltvis*)
- Annet

6. Arbeid med fagstoff *ORANGE*

7. Interaksjonsformer (Type of interaction) *LILLA*

- Elevinitierte spørsmål knyttet til fagstoff
- Elevinitierte spørsmål knyttet til læringsaktiviteter (*innleveringer/ prøver/ task management o.l*)
- Åpne spørsmål
- Lukkede spørsmål
- Emosjonell støttende oppfølging/kommentar fra lærer
- Faglig oppfølging/kommentar fra lærer
- Negativ respons på negative svar
- Positiv respons på negative svar

Vedlegg 2: Videografkoder for koding av matematikktimer

Tilbudte aktiviteter

Repetere fagstoff

Faglig appetittvekker/Motivering

Oppsummere timen

Gjennomgå lekser

Gjennomgå arbeid fra timen (Link to lesson)

Utvikle nytt faglig innhold

Utvikle nye praktiske ferdigheter (anvende faget)

Tilby oppgaveløsning

Elevaktiviteter

Følge med på felles gjennomgang

Praktisk arbeid (eks. lage spill, spille spill, måling etc.)

Arbeide med oppgaver fra læreboka

Arbeide med andre tekstoppgaver

Arbeid ut fra andre læringsverktøy

Klassesamtale

Elevinitiativ

Lærer snakker (monologisk)

Lærerinitiativ

Vitenskapelig fokus

Beskrivelse (Hvordan)

Forklaring (Hvorfor)

Matematisk generalisering (Peker utover det aktuelle eksemplet)

Sosialt språk

Hverdagsspråk

Matematisk språk

Referanse

Hverdags

Matematikkfaglig

Vedlegg 3: Fagspesifikk elevintervjuguide for matematikk til bruk i PISA+.

Innledning: Nå skal vi snakke om denne matematikktimen (*tidfestes eventuelt*). Det vi er interessert å få fram gjennom intervjuet er deres tanker, oppfatninger og følelser rundt det som hendte og det dere gjorde. Det finnes ikke fasitsvar på det jeg spør om; det er hvordan dere ser det som har betydning og er interessant for oss. Intervjuet er konfidensielt. Det betyr at ingen utenfor forskergruppa får høre eller se det, heller ikke læreren deres.

Introduksjons spørsmål: Fortell ganske kort hva som skjedde i denne matematikktimen. (*Tidfest eventuelt hvilken time det er snakk om, og konkretiser om innhold hvis elevene ikke husker.*)

Spørsmål 1: Hva mener du at denne matematikktimen handlet om (hva var emne/tema for timen)?

Hva mener du målet/hensikten med timen var?

Hva lærte du i løpet av denne timen?

(Evt. Bruke eksempel fra timen. Konkretiser og eksemplifiser i relasjon til det aktuelle innholdet, Intervjueren må ha tilegnet seg kunnskaper om ulike måter å forstå det innholdet som behandles i undervisningstimen).

Hva visste du om dette emnet fra tidligere?

Hvordan sjekker du om du har forstått noe riktig?

Dersom du er usikker på noe, hvem spør du eventuelt om hjelp? Hva avgjør hvem du spør?

Synes dere at dere lærer noe av hverandre eller av andre medelever?

På hvilken måte?

Spørsmål 2:

a) Vil du beskrive denne matematikktimen som en ”god” time for deg?

Hvordan er en ”god” matematikktime for deg?

b) Hva mener du er de viktigste tingene å lære seg i løpet av en matematikktime om XXX?

Hvorfor synes du det er viktig å lære om dette?

Hvilke(n) aktivitet(er) var det som gjorde at du lærte noe?

Hvordan ville *dere* lagt opp en undervisningstime for å få til best mulig læring i akkurat dette emnet?

Spørsmål 3:

Vil du beskrive denne timen som en typisk matematikktime om XXX?

Hva er det som gjør den typisk? Hva er det som ikke gjør den typisk?

Hvordan jobber dere med matematikkfaglig stoff i løpet av uka?

(Utdyp eventuelt med spørsmål om arbeidsplan osv; Hvordan bruker dere arbeidsplanen? Når blir dere ferdig med oppgavene på arbeidsplanen? Samarbeider dere med andre elever når dere jobber med utgangspunkt i arbeidsplanen? O.s.v.)

Spørsmål 4:

Nå vil jeg at du skal tenke gjennom timen og finne fram til en episode eller situasjon der du mener at du lærte noe, så skal vi se på den sammen.

(Under avspilling av filmen:)Hva lærte du her og hva var det som gjorde at du lærte det?

(Her kan det være nødvendig med oppfølgings spørsmål og å stoppe avspillingen!)

Spørsmål 5:

Nå kommer jeg til å vise deg noen episoder på videoen som jeg synes var interessante. Jeg vil at du skal beskrive for meg hva du gjør, tenker og føler i disse delene av timen.

Spørsmål 6:

Nå som vi har sett hele videoopptaket, er det noe du vil legge til din første beskrivelse av hva denne timen handlet om?

Er dere fornøyd med egen innsats i timen?

Spørsmål 7:

I denne timen/perioden hadde dere om emnet XXX. Hvorfor synes du det er viktig å lære om dette? (Mer overordnet enn spørsmål 2b))

Spørsmål 8:

a) Liker du matematikk?

b) Hva gjør at du liker/ikke liker faget?

Spørsmål 9:

a) Er du flink i matematikk?

b) Hva mener du er grunnen til at du er flink/ikke flink i matematikk?

Spørsmål 10: Hvordan vet du hvordan du ligger an i matematikk/matematikk?

Spørsmål 11: Hvor mye matematikk lekser gjør du hjemme? Har dere deltatt på kurs eller hatt ekstraundervisning i matematikk?

Vedlegg 4: Brev til skoler

PISA+
&
The Learner's Perspective
Study
In Norway (LPS)

Pedagogisk forskningsinstitutt

Postboks 1092, Blindern

N-0317 Oslo

Besøksadresse

Sem Sælandsvei 7, Helga Engs hus, 5. et.

Telefon: 22 84 44 75

Telefaks: 22 85 42 50

Vev-adr.: <http://www.pfi.uio.no/>

Blindern XX.XX.2004

Til rektor ved

En forskergruppe ved Pedagogisk forskningsinstitutt (PFI) og Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling (ILS) ved Universitetet i Oslo har fått midler fra Norsk forskningsråd til å gjennomføre en studie hvor man vil forfølge problematiske funn i den internasjonale PISA undersøkelsen. PISA undersøkelsen er initiert av OECD og har pågått siden 2000. PISA prosjektets hovedmål har vært å fokusere og sammenligne viktige aspekter i forhold til elevers kunnskaper og ferdigheter med et perspektiv på livslang læring, i ulike land. I den første fasen har 15 åringers kompetanse i lesing, matematikk og naturfag vært i fokus. Målet for vårt prosjekt er å se på hvordan man kan forstå og fortolke det generelle mestringsnivået og mønstrene i de norske PISA funnene. Videre vil man se på hvordan de pedagogiske prosessene er med på å forme disse resultatene. I siste instans ønsker prosjektet å transformere noen av PISA funnene til konkrete forslag for forbedring av norsk utdanning med et perspektiv på livslang læring. LPS delen av studiet vil fokusere spesielt på problematiske PISA funn knyttet til matematikk.

For å kartlegge disse spørsmålene trenger vi informasjon om 'livet i klasserommet' og elevenes lærings strategier. I den forbindelse ønsker vi å innhente observasjonsdata fra henholdsvis 9. trinn.

Vår henvendelse gjelder altså en forespørsel om å få være tilstede i klasse.... på deres skole over en periode på en uke til to uker våren 2005. Gjennom klasseroms observasjoner med bruk av lyd- og videoopptak håper vi å få gitt et rikt bilde av de ulike prosessene i klasserommet og av elevenes lærings strategier. I forståelse med klasselærer, elever og foreldre ønsker vi videre å intervjuer deler av elevgruppen og lærerne. I forbindelse med intervjuene ønsker vi også å ta kopier av elevenes skriftlige arbeider fra de registrerte timene og gi de en uformell faglig test, for å ha et sammenligningsgrunnlag for klassene som er med i prosjektet som helhet.

Opptakene, intervjuer og de faglige testene skal hovedsakelig brukes som utgangspunkt for analyser. All registrering, lagring og bruk blir gjort i henhold til Datatilsynets retningslinjer. All innhentet informasjon vil selvfølgelig bli anonymisert og behandlet konfidensielt slik at verken elever, lærere, den konkrete klasse eller skole vil kunne identifiseres etterpå. Det er bare personer knyttet til prosjektet som vil se og høre opptakene. Forslag til utkast til brev til elever og foreldre der vi informerer om undersøkelsen, følger vedlagt (*se vedlegg 1*).

Vi vil understreke at deltakelse i undersøkelsen er frivillig. Samtidig vil vi framheve at undersøkelsens kvalitet er avhengig av at norske lærere og elever er villige til å åpne klasserommet for innsyn. Vi håper at også lærerne vil oppleve dette samarbeidet som inspirerende og nyttig. (Se vedlagte anbefalingsbrev – *vedlegg 2*)

Vi kommer til å ta telefonisk kontakt for eventuelt å avtale om - og i hvilken form - skolen ønsker mer informasjon om prosjektet.

For mer informasjon om forskningsprosjektet, se vår hjemmeside:

<http://www.uv.uio.no/pfi/prosjekt/klette.hjemmeside.html>

Vennlig hilsen

Kirsti Klette
Professor, PFI
(*Prosjektleder*)

Svein Lie (sign.)
Professor, ILS

Doris Jorde (sign.)
Professor, ILS

Vedlegg 5 : Avtale med elever og foresatte



UNIVERSITETET I OSLO
DET UTDANNINGSVITENSKAPELIGE FAKULTET

Avtale for Pisa+

Elevens navn

- Undertegnede godtar å være med i studien.
- Nei, jeg vil ikke delta i studien.

Opptak, bruk og lagring av materialet vil bli foretatt i henhold til Datatilsynets retningslinjer. Informasjon fra prosjektet vil ikke kunne føres tilbake til den enkelte deltaker på opptakene.

Dato

Sted

Elevenes underskrift

Foresattes underskrift

Vennligst returner svarslippen til læreren innen.....

Errata liste

Når det vises til L. (linje), er overskrift 1 og 2 utelatt i tellingen. Tabeller, figurer, sitater, punktlister og illustrasjoner er heller ikke medregnet som linjer.

- s. 11, L. 21 "...og professor Svein Lie ved ILS og tre stipendiater..." endret til "...og professor Svein Lie ved ILS. Tre stipendiater ..."
- s. 13, L. 9 "L 97" endret til L97
- s. 15, Siste punktliste, siste punkt, "kjennetegnes" endret til "ble kjennetegnet"
- s. 18, L. 7/8 "...mens det er relativt..." endret til "...mens det i Norge er relativt..."
- s. 18, L. 25 "klasserommet" endret til "klasserommene"
- s. 36, L. 23 "flere" tatt ut
- s. 49, L. 8 "En av grunnene til dette..." erstattet med "En av grunnene til at vi gjorde dette..."
- s. 50, L. 2 "...tre personer, to av oss..." erstattet med "...tre personer. To av oss..."
- s. 50, L. 17 "Dette viste seg altså å være koder som ikke ga oss informasjon utover det at..." erstattet med "Disse kodene ga oss altså lite informasjon, utover det at..."
- s. 51, L. 4 % erstattet med prosent
- s. 51, Undertekst til Tabell 1. "Særlig ved denne skolen ble..." erstattet med "Ved skole 4 ble..."
- s. 53, L. 10 "...datainnsamling har blitt benyttet..." erstattet med "...datainnsamling har blitt systematisk benyttet..."
- s. 56, L. 23 "Elevsvarene på spørsmål knyttet til arbeidsplan har vært..." endret til "Elevsvarene på spørsmålene knyttet til bruk av arbeidsplan har vært..."
- s. 57, L. 21 % endret til prosent
- s. 59, L. 13 "bistående" tatt ut
- s. 67, I sitatet er "*Waschescio, s. 240*" endret til "*Waschescio 1998, s. 240*"
- s. 69, L. 10 "Denne type kritikk vil imidlertid ikke ramme..." endret til "Denne type kritikk vil i mindre grad ramme..."
- s. 70, L. 20 "ett" endret til "et"
- s. 82, L. 9 "...som sikker uten en..." endret til "...som sikker uten ved en..."
- s. 92, L. 8 "...didaktisk kontrakt..." endret til "...*didaktisk kontrakt*..."