

# Matematikk i norsk skole anno 2014

---

*Faggjennomgang av matematikkfagene-  
Rapport fra ekstern arbeidsgruppe oppnevnt  
av Utdanningsdirektoratet*

## FORORD

Utdanningsdirektoratet oppnevnte høsten 2013 en ekstern arbeidsgruppe for å få et kunnskapsgrunnlag om matematikkfaget i grunnopplæringen fra 1. trinn på barnetrinnet til øverste trinn i videregående opplæring. Arbeidsgruppen har vært sammensatt med representanter fra skoler, universiteter og høyskoler i tillegg til Matematikksenteret. Gruppens mandat har vært å utarbeide et bredt kunnskapsgrunnlag om matematikkfaget og matematikk-tilbudet i norsk grunnopplæring. Gruppen leverte rapporten til Utdanningsdirektoratet i juni 2014.

## INNHOLDSFORTEGNELSE

1	Arbeidsgruppens mandat og sammensetning .....	5
2	Matematikk, nytte og dannelse.....	6
2.1	Grunner til å lære matematikk.....	6
2.1.1	Dagliglivets behov.....	7
2.1.2	Yrkeslivets behov .....	7
2.1.3	Samfunnsdeltagelse .....	8
2.1.4	Kulturell kompetanse.....	9
2.1.5	Personlig glede og utvikling.....	9
2.1.6	Oppsummering: Nytte eller dannelse .....	10
2.2	Matematikk i norsk skole - noen utfordringer .....	10
2.2.1	Læreplaner og rammeverket for grunnleggende ferdigheter .....	11
2.2.2	Sammenheng i utdanningsløpet.....	12
2.2.3	Utfordringer på barnetrinnet.....	14
2.2.4	Utfordringer på ungdomstrinnet .....	14
2.2.5	Utfordringer på yrkesfaglige utdanningsprogrammer .....	16
2.2.6	Utfordringer i fellesfagene i studieforberedende programmer .....	16
2.2.7	Utfordringer i programfagene i videregående opplæring .....	18
2.2.8	Avslutning .....	18
3	Hva sier forskningen om skolefaget matematikk? .....	19
3.1	Kunnskap fra internasjonale komparative tester (TIMSS og PISA) .....	19
3.2	Norsk matematikkråds forkunnskapstest.....	23
3.3	TEDS-M – en internasjonal komparativ studie av matematikklærerstudentene .....	27
3.4	Kjønnforskjeller i matematikk .....	30
3.5	Oppsummering .....	31
3.6	Forslag fra arbeidsgruppen:.....	32
4	Matematikk i Norge, Sverige, Finland, Danmark, Island, Nederland, Tyskland .....	33
4.1	Skolestart, antall år med obligatorisk skolegang og andel private/offentlige skoler .....	34
4.2	Antall år med «fellesskole» og felles matematikkfag .....	35
4.3	Overgang fra yrkesfag og til allmenne fag og studiekompetanse i videregående opplæring/overgang mellom ulike studieretninger.....	36
4.4	Fagplan/læreplan, beskrivelser av læringsutbyttet .....	38
4.5	Når starter elevene med algebra? .....	40
4.6	Er matematikk i videregående opplæring bygd opp av nivåer eller ulike retninger? .....	41
4.7	Uketimer/prosent av skoletiden til matematikk.....	44

4.8	Resultater i internasjonale undersøkelser.....	45
	Bruk av faglærere/klasselærere: .....	46
4.9	Oppsummering .....	47
4.10	Forslag fra arbeidsgruppen: .....	47
5	Innholdet i matematikkfaget.....	47
5.1	Læreplanen i fellesfaget matematikk på 1.–10. trinn .....	49
5.1.1	Forslag fra arbeidsgruppen: .....	51
5.2	Læreplanene i fellesfaget matematikk på studieforberevende utdanningsprogrammer .....	51
5.2.1	Forslag fra arbeidsgruppen: .....	55
5.3	Læreplanen i programfagene i matematikk på studieforberevende utdanningsprogrammer .....	55
5.3.1	Forslag fra arbeidsgruppen: .....	62
5.4	Læreplanen i fellesfaget på yrkesfaglige utdanningsprogrammer .....	62
5.4.1	Hvordan går det med elever på yrkesfag? .....	62
5.4.2	Kunnskapsgrunnlag .....	64
5.4.3	Matematikk og læreplaner i felles programfag på yrkesfaglige utdanningsprogrammer. 66	
5.4.4	Hvilken matematikk trenger elevene på yrkesfag?.....	67
5.4.5	Arenaer for yrkesretting .....	68
5.4.6	Modeller for å ivareta de ulike programmene .....	69
5.4.7	Konsekvenser for Vg3 påbygging hvis matematikk på Vg1 endres.....	70
5.4.8	Yrkesretting og sluttvurdering.....	70
5.4.9	Oppsummering: .....	72
5.4.10	Forslag fra arbeidsgruppen: .....	72
5.5	Grunnleggende ferdigheter i matematikk .....	73
5.5.1	Den første lese- og skriveopplæringen i matematisk språk .....	76
5.5.2	Utfordringer med å formidle hva grunnleggende ferdigheter er i matematikkfaget.....	76
5.5.3	Forskning på skolens arbeid med grunnleggende ferdigheter .....	79
5.5.4	Oppsummering .....	80
5.5.5	Forslag fra arbeidsgruppen: .....	81
6	Digitale ferdigheter i matematikkfaget.....	81
6.1	Digitale verktøy i undervisning og læring .....	83
6.2	Et matematikkfag i endring? .....	85
6.3	Forslag fra arbeidsgruppen: .....	85
7	Eksamen og nasjonale prøver .....	85
7.1	Internasjonale undersøkelser .....	86
7.2	Eksamen .....	86

7.3	Nasjonale prøver, kartleggingsprøver og læringsstøttende prøver .....	87
8	Matematikk for høyt presterende elever .....	89
8.1	Forsering av opplæringen i matematikk .....	90
8.1.1	Eksempel: IT på naboskole.....	90
8.1.2	Eksempel: Den virtuelle matematikkskolen (DVM-1T) .....	91
8.1.3	Eksempel: UiOs tilbud på Blindern til VGS-elever .....	93
8.2	Alternativer til forsering .....	94
8.3	Forslag fra arbeidsgruppen: .....	95
9	Arbeidsgruppens samlede forslag.....	96
10	Liste over referanser .....	99
11	Vedlegg .....	106

## 1 Arbeidsgruppens mandat og sammensetning

Utdanningsdirektoratets vil i sin langtidsplan for 2013- 2016 foreta en «faggjennomgang av realfagene». Direktoratet har derfor oppnevnt en arbeidsgruppe som har gjennomgått matematikkfaget i grunnopplæringen.

### **Arbeidsgruppens mandat:**

Arbeidsgruppen skal foreta en faglig gjennomgang av matematikkfaget. Gjennomgangen skal baseres på relevant forskning.

### *Arbeidsgruppen skal:*

1. Gjennomgå og vurdere innholdet i læreplanene i matematikk, både fellesfaget og programfagene
2. Gjennomgå og vurdere strukturen på fagtilbudet i matematikk i videregående opplæring
3. Gjennomgå læreplaner i programfag på Vg1 og Vg2 på yrkesfaglige utdanningsprogrammer for å kartlegge spesifikk kompetanse i matematikk knyttet til ulike yrkesfaglige utdanningsprogrammer
4. Sammenligne strukturen i matematikktilbudet i Norge med matematikktilbudet i noen relevante land
5. Vurdere matematikk som et allmenndannende fag som alle trenger, og som et fag som skal gi faglig grunnlag for videre studier innenfor naturvitenskap, økonomi, samfunnsvitenskap m.fl.
6. Beskrive hva digital kompetanse innebærer i matematikk
7. Vurdere betydningen av eksamen, nasjonale og internasjonale prøver på opplæringen i matematikk
8. Vurdere hvordan de fem grunnleggende ferdighetene former matematikkfaget

Arbeidsgruppen skal levere en rapport som gir beslutningstakere et kunnskapsgrunnlag om matematikktilbudet og som peker på muligheter og utfordringer når det gjelder matematikktilbudet i grunnopplæringen.

### *Arbeidsgruppens sammensetning*

Inger Christin Borge, førsteamanuensis Matematisk institutt og førstelektor Institutt for lærerutdanning og skoleforskning (ILS), Universitetet i Oslo (UiO), leder for arbeidsgruppen

Anders Sanne, nestleder Matematikksenteret

Guri A. Nortvedt, forsker ILS, UiO

Jens Arne Meistad, lektor Matematikksenteret

Knut Skrindo, lektor Oslo katedralskole

Kristian Ranestad, professor Matematisk institutt, UiO

Marianne Maugesten, førstelektor Høgskolen i Østfold

Tom Lindstrøm, professor Matematisk institutt, UiO

Tor Espen Kristensen, lektor Stord videregående skole

### *Organisering av arbeidet*

Utdanningsdirektoratet har koordinert arbeidet i samarbeid med lederen for arbeidsgruppen. Det er i alt avholdt 7 arbeidsmøter for gruppen etter oppsatt framdriftsplan. I tillegg har direktoratet arrangert et seminar om matematikk, et møte om matematikk med nordiske representanter og et seminar om elevenes læring i realfag.

Gruppens medlemmer har hatt hovedansvaret for ulike deler av rapporten, men hele gruppen står samlet bak forslagene i rapporten.

## 2 Matematikk, nytte og dannelse

Matematikk er nyttig. Store deler av moderne naturvitenskap og teknologi er utenkelig uten matematikk. Bak hver eneste TV-overføring, mobilsamtale og nettbanktransaksjon finnes det lange matematiske utregninger basert på fysiske lover og gjennomført med komplekse dataoperasjoner. Havner vi på sykehus, blir vi undersøkt med apparater basert på de samme lovene og ideene. De økonomiske prognosene vi støtter oss på for å planlegge fremtiden, er utenkelige uten moderne matematikk, statistikk og informatikk. Og skal vi slappe av med dataspill, er det matematiske beregninger som får animasjonene til å fungere.

Matematikk er også allmenndannelse. Kjennskap til matematikk er en del av «det minstemål av allmennkunnskaper, være- og tenkemåter» som «anses å være viktig for alle medlemmer av et samfunn» (Allmenndannelse, 2013). Alle skal ikke bli ingeniører og økonomer, men alle skal fungere i dagliglivet og i arbeidslivet og kunne utføre de beregningene som kreves der. I tillegg skal mange av oss bli naturvitere, teknologer, økonomer og lærere og har dermed behov for matematikkunnskaper som går langt utover dagliglivets krav.

Matematikk er et levende fag som utvikler og fornyer seg, og utfordringer fra mange livsområder gir matematikerne stadig nye problemstillinger å bryne seg på. Utviklingen av moderne datateknologi har utvidet fagets bruksområder radikalt - mye som det tidligere var umulig å regne på, ligger nå innenfor rekkevidde. Dette innebærer at matematiske metoder sprer seg til stadig nye fagområder.

Det er stor enighet om at barn og ungdom skal lære matematikk, men mindre enighet om hva de skal lære, og hvordan de skal lære det. Noen matematikkferdigheter er åpenbart nyttige for alle, mens andre trengs bare i visse yrker. Noen elever liker matematikk - de har allerede en indre motivasjon og er ikke avhengig av ytre motivasjon for å arbeide videre med faget. Andre sliter og trenger støtte og oppmuntring. Utfordringen er å finne lærestoff, innfallsvinkler og undervisningsmetoder som kan gi alle glede og utbytte av faget. Kanskje kan en grundigere analyse av grunnene til at elever skal lære matematikk, hjelpe oss i dette arbeidet.

I dette kapitlet skal vi først se generelt på grunner til å lære matematikk, for deretter å vende oss til dagens situasjon i norsk skole og de utfordringene som finnes der.

### 2.1 Grunner til å lære matematikk

Det virker å være stor enighet om hvorfor unge mennesker bør lære matematikk, selv om terminologi, vektlegging og kategorisering kan variere en del fra forfatter til forfatter (Niss & Højgaard Jensen, 2002). Vi skal holde oss til disse kategoriene

1. Dagliglivets behov
2. Yrkeslivets behov
3. Samfunnsdeltagelse
4. Kulturell kompetanse
5. Personlig glede og utvikling



### 2.1.1 Dagliglivets behov

Vi trenger alle grunnleggende matematikkunnskaper i vårt daglige liv. Vi må kunne passe tiden, følge og tilpasse oppskrifter, gjøre målinger og overslag, håndtere egen økonomi, planlegge og vurdere investeringer og våge å påta oss frivillige verv. Store deler av innholdet i matematikkfaget i grunnskolen kan begrunnes ut ifra dagliglivets behov – det består av kunnskaper og ferdigheter vi alle trenger for å fungere godt i dagliglivet uten behov for hjelp og uten fare for å bli lurt.

Likevel kan det være vanskelig å forsvare deler av læreplanen i grunnskolen utelukkende ut fra et snevert dagliglivsbehov, spesielt innenfor algebra og begynnende funksjonslære. Selv om kunnskaper i algebra gjør det lettere å håndtere dagliglivsbegreper som prosent og proporsjonalitet, er de ikke strengt nødvendige. I den gamle folkeskolen ble disse begrepene håndtert ved hjelp av de fire regningsartene og uten bruk av algebraiske symboler.

Inkluderer vi foreldrerollen i dagliglivets utfordring, endrer bildet seg litt. For å gi god hjelp må foreldre ha trygghet og overblikk, gjerne et godt stykke utover det stoffet elevene arbeider med. Hjelp til egne barn er en utfordring for mange foreldre.

Matematikken i videregående opplæring kan ikke på samme måte begrunnes med dagliglivets behov, selv om det også her finnes relevante temaer, spesielt innenfor økonomi. Treningen og overblikket elevene får gjennom å lære matematikk i videregående opplæring, er likevel viktig for dagliglivsmatematikken. Vi blir sjelden trygge på egne ferdigheter hvis vi ikke får brukt dem gjentatte ganger i mer kompliserte og sammensatte situasjoner.

### 2.1.2 Yrkeslivets behov

Mange av oppgavene fra dagliglivet finner vi igjen i yrkeslivet, men ofte i en mer omfattende og krevende form. I tillegg har mange yrker mer spesialiserte behov knyttet til alt fra håndverk via kontor og administrasjon til akademiske fag.

Deler av grunnskolens læreplan er kanskje vel så nyttig for yrkeslivet som for privatlivet, spesielt temaer knyttet til statistikk, funksjonslære og regneark. Den langsiktige kompetanseoppbyggingen som algebraopplæringen representerer, danner grunnlag for videre læring i videregående skole og høyere utdanning, men det er ikke mange som går direkte ut i arbeidslivet og får stor bruk for ungdomstrinnets algebra. Elevene må likevel få en forståelse for at algebra er grunnlaget for all matematisk modellering i dagligliv, teknologi, realfag og samfunnsfag.

Langsiktighet spiller en mye større rolle for yrkeslivets behov enn for dagliglivets, og det viser seg enda tydeligere i videregående opplæring. En del av lærestoffet på yrkesfaglige utdanningsprogrammer er rettet direkte mot yrkeslivets behov, men ellers dreier mye av matematikkundervisningen seg om å bygge et fundament for videre læring. For dem som skal bli ingeniører, økonomer eller realister, er gode kunnskaper i integral- og differensialregning et nødvendig redskap for å lykkes. Videregående opplærings innsats på disse områdene er av uvurderlig betydning, men likevel er det få som tar med seg kunnskapene herfra direkte ut i yrkeslivet. Kunnskapene kommer først til direkte nytte etter at de er blitt videreutviklet gjennom mer spesialiserte matematikkurs i høyere utdanning og deretter anvendt i andre fag.



Langsiktighet er en utfordring i alt undervisningsarbeid. Det er vanskelig for elevene å se og verdsette en nytte som ligger langt fremme i tid, og det er viktig at undervisningsopplegget utformes slik at det også virker meningsfullt her og nå. Langsiktighet er også en utfordring for lærerne som må kjenne de fremtidige målene så godt at de kan bruke dem både som et siktepunkt og som et motivasjonsgrunnlag.

Behovene i yrkeslivet er av ulike slag. Noen yrker har et veldefinert krav til matematikkompetanse for alle utøvere, mens det i andre bare er behov for noen utøvere med innsikt i matematikk. Det er ingen grunn til at alle medisinerere, journalister, jurister, humanister og samfunnsvitere skal ha en dyp skolering i matematikk, men det er åpenbart et behov for at vi har *noen* medisinerere, journalister, jurister, humanister og samfunnsvitere med god matematikkompetanse. Når vi diskuterer dimensjoneringen av matematikkfaget i videregående opplæring, er det viktig å huske på at ikke alle elevene der skal videre til matematikktunge studier - vi har også behov for "generalister" med gode matematikkunnskaper.

Yrkeslivets behov for matematikk er også vanskelig å beregne på en annen måte. En del yrker har lite behov for matematikkunnskaper på grunnivå, men større behov når de ansatte stiger i gradene og må forholde seg til for eksempel statistikk, budsjetter og prognoser. I slike yrker gir gode matematikkferdigheter større muligheter og bedre fleksibilitet både for arbeidstager og arbeidsgiver.

Livslang læring er en tredje kompliserende faktor. Det er i dag langt vanligere enn før å starte både på en annen og en tredje utdanning, og selv de som forblir i samme yrke, må regne med å oppdatere sine kunnskaper jevnlig gjennom etter- og videreutdanning. Gode basisferdigheter og effektive læringsstrategier gjør at folk er bedre forberedt og har flere muligheter til å tilegne seg ny kunnskap. Mouwitz (2004) mener dannelsesbegrepet har fått en renessanse i det svenske utdanningssystemet. Han sier: «I vår tid syftar "bildning" inte så mycket på att man behärskar en gammaldags finkultur utan mer på en förmåga till helhetssyn och livslångt lärande i en snabbt föränderlig värld, dvs en slags kompetens för livet».

### 2.1.3 Samfunnsdeltagelse

Vi er mer enn privatpersoner og yrkesutøvere - vi er også samfunnsdeltagere med behov og plikter utover vår egen lille nisje. Kunnskaper vi ikke trenger hjemme og på jobb, kan være nødvendige for å forstå og ta del i samfunnslivet. Politiske veivalg har både økonomiske forutsetninger og økonomiske konsekvenser, og gode matematikkunnskaper er ofte en stor hjelp til å vurdere rimeligheten av de ulike synspunktene. Klimadebatten har vist at en grunnleggende forståelse for matematiske modeller kan være en forutsetning for å skille ulike typer argumenter fra hverandre. Mange av oss vil før eller senere påta oss frivillige verv, for eksempel i politikken, idretten, kulturlivet eller i skole- og barnehagesammenheng, og gode allmennkunnskaper gjør det enklere både å takke ja til og å utøve slike verv.

Et demokratisk samfunn er avhengig av en kritisk og informert allmennhet som kan følge utviklingen og stille kritiske spørsmål. Moderne teknologi gjør denne oppgaven stadig mer kompleks og krevende, og matematiske kompetanse er en av mange kompetanser som trengs for å danne en informert opinion.

#### 2.1.4 Kulturell kompetanse

Selv om vi ofte ikke tenker over det, er vårt verdensbilde basert på naturvitenskapelige oppdagelser, både når det gjelder klodens plass i universet og menneskets plass i naturen. I tillegg er vi i stadig økende grad omgitt av matematisk basert teknologi: Internett, mobiltelefoner, GPS, nettbank, autopassbrikker, medisinsk skanningsteknologi, osv. En fullverdig forståelse av verden som omgir oss, innbefatter innsikt i hva matematikk er og hvordan den brukes til å forme vår hverdag. Matematikk er også en viktig ingrediens i kulturlivet i snevrere betydning. Mange musikere, forfattere, bildekunstnere, skulptører og arkitekter bruker eller lar seg inspirere av matematiske ideer i sitt arbeid.

Det er et paradoks og en utfordring at selv om vi er avhengig av matematisk teknologi som ingen generasjon før oss, er matematikken samtidig i ferd med å bli usynlig i dagliglivet: Kjøpmannen står ikke lenger med blyanten bak øret klar til å summere opp innkjøpene våre, konduktøren må ikke lenger regne ut vekslpengene i hodet OG datamaskiner har overtatt utregningen av poeng i skibakken og på skøytebanen. Selv om matematikk på mange måter er viktigere enn noen gang, blir hverdagsincitamentene til å lære seg faget færre og færre, og dette skaper en didaktisk utfordring.

Det er en klar sammenheng mellom dette punktet om kulturell kompetanse og det foregående punktet om samfunnsdeltagelse (og i en del fremstillinger blir de derfor slått sammen til ett): Det er umulig å bygge og vedlikeholde en kritisk opinion om ikke vanlige mennesker kjenner de grunnleggende betingelsene for samfunnet de lever i.

#### 2.1.5 Personlig glede og utvikling

Mange mennesker, inkludert en god del som påstår de ikke har anlegg for matematikk, har stor glede av aktiviteter av matematisk natur, f.eks. å vurdere sannsynligheter og strategier i spill eller finne logiske kombinasjoner i gåter og puslespill. Mange har også stor glede av å forstå matematiske teorier, løse matematiske oppgaver og bruke matematikk i andre fag. Noen gjør matematikk til sin livsoppgave og blir forskere som enten bringer faget videre eller finner nye bruksmuligheter på andre fagområder.

Gleden ved å mestre og forstå er den største drivkraften i all menneskelig virksomhet. Selv om matematikkfaget i skolen først og fremst er begrunnet gjennom nytte, må undervisningen legge vekt på å fremme den personlige gleden ved faget - glede og mestring skaper motivasjon for videre læring. Samtidig må vi ikke underslå at matematikk krever arbeid og innsats. Som alt annet som er verdt å lære, krever matematikk systematisk innsats for å skape forståelse og for å oppøve og vedlikeholde ferdigheter.

Sammenlignet med andre fag, gir matematikken klare svar og et svar vil ofte være enten riktig eller galt. For noen elever er dette en velsignelse; de får en bekreftelse på at de har forstått og kan gå videre. For andre (selv for en del flinke elever) blir de klare svarene en byrde fordi redselen for å mislykkes er sterkere enn gleden ved å lykkes. Skal flere få glede av matematikk, må de ikke bare oppleve å lykkes, men de må også innse at det å mislykkes ofte er et nødvendig skritt på veien til å lykkes - forståelse betyr mer enn et riktig svar. Det er viktig at lærerne støtter opp om denne prosessen med gode tilbakemeldinger på både svar og fremgangsmåte.

### 2.1.6 Oppsummering: Nytte eller dannelse

Matematikkfaget blir ofte begrunnet gjennom nytte der andre fag blir begrunnet gjennom dannelse (Bostad et al., 2009). Som vi har prøvd å vise ovenfor, er en slik ensidig begrunnelse uriktig, og den kan fort slå tilbake på faget, både gjennom perspektivløs undervisning og manglende rekruttering: Elever velger fag ut fra det de finner meningsfullt og ikke ut fra det de blir fortalt er nyttig (Vetleseter Bøe & Henriksen, 2013).

Ofte ser vi nytte og dannelse satt opp mot hverandre som motpoler, men i matematikkfaget er det mer snakk om to aspekter som utfyller og kompletterer hverandre. Dannelse er svært vanskelig å definere, men nytte er ikke så mye enklere om vi ønsker å trekke begrepet utover det mest fundamentale. De fleste vil være enige i at kunnskaper som hjelper oss til å takle dagliglivets utfordringer, og som kan skaffe oss arbeid, er nyttige, og de fleste vil sikkert også inkludere ferdigheter vi trenger for å orientere oss i samfunnet. Det er verre å vurdere kunnskaper som er potensielt nyttige: Er det nyttig å ha hatt muligheten til å ta valg som det etter hvert viser seg at vi ikke tar? Og hva med kunnskaper som gir oss et rikere og mer interessant liv uten nødvendigvis å gjøre oss mer velstående eller mer produktive - er de nyttige?

Nytte avhenger av perspektivet. Fra individets synspunkt kan det virke unyttig å ha kunnskaper som ville ha kommet til nytte i en omskolering det aldri ble noe av, men for samfunnet er det nyttig å ha en befolkning med slike kunnskaper, siden mange vil ønske eller trenge å omskolere seg en eller flere ganger, og det er umulig å si på forhånd hvem dette vil være.

Fra samfunnets perspektiv kan dannelse betraktes som oljen som smører samfunnsapparatet - den gjør det enklere for oss å identifisere, oppfatte og forstå andres synspunkter, og den hjelper oss til å danne, formulere og fremføre våre egne synspunkter på en konstruktiv måte. Slikt sett er det ingen motsetning mellom dannelse og nytte, men nytten som er knyttet til dannelsesbegrepet, er mer abstrakt og vanskeligere å gjenkjenne enn den nytten som er direkte knyttet til gjøremål i dagliglivet eller arbeidslivet. Matematisk og naturvitenskapelig dannelse er en del av allmenndannelsen. Det er umulig å forstå kompleksiteten og sammenhengen i det som foregår rundt oss uten å ha en grunnleggende skolering i disse fagene som går utover det som er nødvendig for å klare seg i dagliglivet.

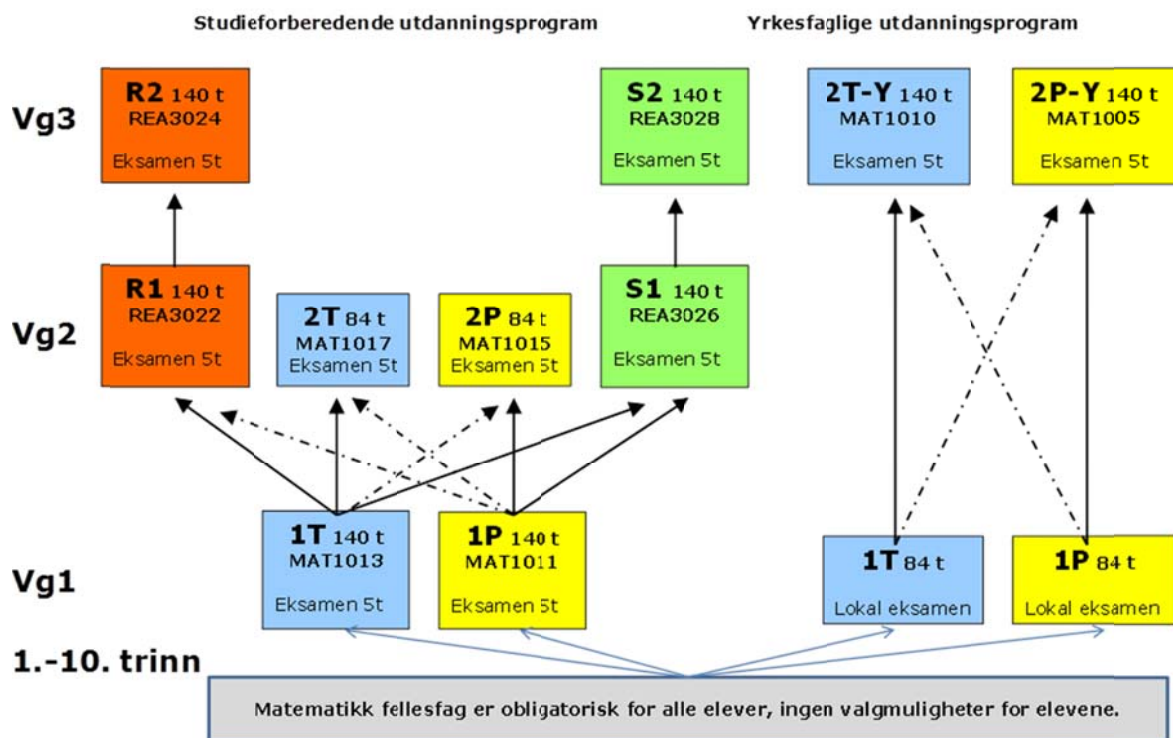
## 2.2 Matematikk i norsk skole - noen utfordringer

I dette kapitlet har vi flere forslag som vil bli grundigere vurdert i senere kapitler og fremmet der.

Selv om vi i forrige avsnitt henviste til matematikk i grunnskolen, videregående opplæring og høyere utdanning, var kommentarene generelle og kunne stort sett gjelde de fleste skolesystemer til mange tider. I dette avsnittet skal vi se nærmere på dagens norske skolesystem.

Figur 2.1 nedenfor viser det samlede matematikktilbudet i grunnskolen og videregående opplæring. Fellesfaget i matematikk strekker seg fra 1. klasse i grunnskolen til Vg1. Grunnskoledelen er felles for alle elever, mens elevene kan velge mellom to matematikktilbud

på første trinn (Vg1) i videregående opplæring (praktisk eller teoretisk). På studieforbereidende programmer er matematikk også obligatorisk på andre trinn (Vg2), og det er fire tilbud å velge mellom. På tredje trinn (Vg3) kan elever på studieforbereidende utdanningsprogrammer velge mellom to programfag (R2 eller S2). Elever på yrkesfaglige utdanningsprogrammer som tar Vg3 påbygging til generell studiekompetanse kan velge mellom to fag (2P-Y eller 2T-Y).



Figur 2.1. Fagtilbudet i matematikk i grunnskolen og videregående opplæring.

Forklaring til figur 2.1: T = teoretisk fellesfag, P = praktisk fellesfag, S = samfunnsfaglig programfag R = realfaglig programfag

### 2.2.1 Læreplaner og rammeverket for grunnleggende ferdigheter

Læreplanene (Utdanningsdirektoratet, 2006c) er forskrifter og styrer det faglige innholdet i matematikkundervisningen i grunnskolen og videregående opplæring. Læreplanen for fellesfaget matematikk er nylig revidert for å synliggjøre progresjonen i de grunnleggende ferdighetene. Endringene i det faglige innholdet i læreplanen er stort sett små, men algebra ble styrket etter 4. trinn, 7. trinn og 10. trinn. I norsk skole er det metodefrihet. Læreplanene sier derfor minimalt om hvilke metoder læreren skal benytte i undervisningen.

Utdanningsdirektoratet har utviklet et rammeverk for grunnleggende ferdigheter (Utdanningsdirektoratet, 2012c) (lese, skrive, muntlig, digital og regne) som skal brukes av læreplangrupper som reviderer eller utvikler nye læreplaner. Dette rammeverket har ikke status som forskrift. Det er først når de grunnleggende ferdighetene er integrert i læreplanen,

at det blir styrende for opplæringen. De grunnleggende ferdighetene skal integreres i kompetansemålene på fagets premisser.

Til tross for revisjonen av læreplanen mener vi at forholdet mellom læreplan og rammeverk fortsatt er problematisk, spesielt fordi begrepet "grunnleggende ferdigheter" har vært brukt i flere betydninger. Da det første gang dukket opp i den politiske debatten, var grunnleggende ferdigheter nærmest ensbetydende med "basisferdigheter", dvs. ferdigheter som elevene må inneha for å ha mulighet til å tilegne seg ny kunnskap på det nivået de befinner seg. I rammeverket brukes imidlertid betegnelsen grunnleggende ferdigheter i en mye videre betydning, og "å kunne regne som grunnleggende ferdighet" er nærmest blitt en ramme for *hele* matematikkfaget: Det er vanskelig å tenke seg et emneområde, en ferdighet eller en aktivitet i matematikkfaget som ikke er omfattet av "å kunne regne som grunnleggende ferdighet", slik denne ferdigheten nå er definert i rammeverket.

Etter gruppens mening er denne utviklingen uheldig av to grunner. For det første utvisker den uten diskusjon to viktige distinksjoner: regning kontra matematikk og grunnleggende ferdigheter kontra videregående ferdigheter. For det andre er rammeverket blitt altfor omfattende og ambisiøst for bruk i andre fag enn matematikk. En beskrivelse som innbefatter hele matematikkfaget, er ikke et godt redskap for å beskrive de elementene av regning/matematikk som naturlig inngår i de andre fagene. Situasjonen blir ikke mer oversiktlig av at de fleste deltagerne i den skolepolitiske debatten fortsatt bruker betegnelsen "grunnleggende ferdigheter" i betydningen "basisferdigheter".

### 2.2.2 Sammenheng i utdanningsløpet

Det er viktig å se matematikkutdanningen som et sammenhengende løp. Matematikk er et gjennomgående fag fra første til ellevte klasse, og i tillegg er faget hierarkisk av natur - kunnskaper og ferdigheter bygger på hverandre i stadig større kompleksitet: Det er vanskelig å multiplisere før vi kan addere, og det er enda vanskeligere å dividere før vi kan multiplisere. Det lange læringsløpet og den hierarkiske strukturen gir faget spesielle utfordringer.

Ofte viser disse utfordringene seg som overgangsproblemer: Lærere i ett skoleslag beskylder lærerne i foregående skoleslag for ikke å ha lært elevene det de trenger. Det er slett ikke uvanlig å høre universitetslærere som skylder på lærere i videregående skole, og lærere i videregående skole som gir skylden videre til ungdomsskolelærere osv. Når elever sliter med matematikk mot slutten av ungdomstrinnet, viser det seg ofte at de mangler det fundamentet de burde hatt med seg fra barnetrinnet.

Det er vanskelig å se på det som annet enn systemsvikt når elever kan gå ut av et trinn i skolesystemet med bestått i faget, og likevel ikke være faglig kvalifisert for det neste trinnet. Praktisk matematikk i videregående opplæring (1P) er hovedsakelig en repetisjon av grunnskolens matematikk (se kapittel 4), men mange elever sliter likevel med faget. Enda verre er det med det tilsvarende matematikktilbudet (1P-Y) på yrkesfaglige utdanningsprogrammer. Siden det ikke lenger finnes alternativer til skole etter ungdomstrinnet, er den videregående skolen i realiteten obligatorisk for de fleste elever, og da må vi også sørge for at de har mulighet til å lykkes. Statistikken viser at matematikkfaget er det faget flest mislykkes med (Hjorth-Johansen, 2013).

Den hierarkiske oppbyggingen av faget gjør det tidkrevende å hjelpe elever som sliter med matematikk. Lærere oppdager ofte at de egentlige vanskelighetene ligger mange lag under der de opprinnelig trodde, og det finnes ingen annen løsning enn å bygge opp det som mangler fra bunnen av. Norsk skole har vært preget av en "vente og se"-holdning der vi håper at problemer går over av seg selv før vi setter i gang tiltak (Djupedal, 2007; Hausstätter & Nordahl, 2013). Organisatorisk differensiering for å hjelpe elever som sliter faglig, har ofte vært ansett som stigmatiserende og blir ikke brukt før det er helt nødvendig<sup>1</sup>. Vi mener denne holdningen er spesielt skadelig i matematikkfaget på grunn av det lange utdanningsløpet og den systematiske oppbyggingen. Innenfor en vanlig klasseromsramme er det vanskelig å hjelpe elever som trenger å få flere lag av kunnskaper på plass. Samtidig viser eksamensresultatene fra grunnskolen at nesten 40 % av elevene har så store problemer med matematikkfaget (får karakteren 1 eller 2) at de burde ha fått hjelp til å komme i gang på nytt.

Vi trenger en tidligere innsats der tiltak settes i verk når problemene oppstår (Bjørnsrud & Nilsen, 2012). Behovet for tettere oppfølging ser nå ut til å være akseptert, i hvert fall på tidlig barneskoletrinn. I 2008 fikk opplæringsloven et tillegg<sup>2</sup> der det står: «På 1. til 4. trinn skal kommunen sørge for at den tilpassa opplæring i norsk eller samisk og matematikk mellom anna inneber særleg høg lærartettleik, og er særleg retta mot elevar med svak dugleik i lesing og rekning». Det var dette tillegget i opplæringsloven som førte til at vi fikk obligatorisk kartleggingsprøve i regning på 2. trinn.

Læreplanen for grunnskolen er bygd i bolker med mål for hva elevene skal ha lært etter andre, fjerde, sjuende og tiende trinn. Oppbyggingen i bolker overlater progresjonen i fagene til lærere og lærebokforfattere, og vi tror ikke dette slår heldig ut for matematikkens del. Det er en klar tendens til at lærestoff som oppfattes som tungt og vanskelig, utsettes så lenge som mulig, og dermed blir det for liten tid til trening og modning før stoffet tas opp igjen i neste bolk. Analyser av TIMSS-resultatene viser at norske elever arbeider med tallforståelse og grunnleggende algebra senere enn elever i andre land, og dette er også områder hvor de gjør det spesielt dårlig i undersøkelsene (Grønmo et al., 2012). I revisjonen av læreplanen i fellesfaget matematikk ble det tatt grep for å styrke og fremskynde tallregning og algebra, men det var begrenset hva som kunne gjøres innenfor revisjonens rammer.

Det er fristende å spekulere på om det er en sammenheng mellom manglende progresjon og manglende lærerkompetanse. Inntil nylig har Norge satset på allmennlærere som har undervist i alle fag på barnetrinnet. Dette har naturlig nok ført til at lærernes kompetanse i hvert enkelt fag er svak (Grønmo & Onstad, 2012) og kanskje særlig kompetansen til å se betydningen av det de selv underviser for resten av utdanningsløpet, det Loewenberg Ball, Thames, og Phelps (2008) kaller *horisontkunnskap*. Skal lærere ha ansvar for progresjon og vektlegging, må de også ha nok horisontkunnskap til å forstå hvorfor temaer er plassert der de er i læreplanen, og hva kunnskaper og ferdigheter skal brukes til senere i læringsløpet. Kravene til å undervise matematikk i grunnskolen er blitt skjerpet for nytilsatte lærere de siste årene, men gjelder ikke lærere som allerede er tilsatt. Etter vår mening burde kravet gjelde *alle* lærere, og den nødvendige videreutdanningen bør kobles til det nye videreutdanningsprogrammet for matematikklærere ("lærerløftet").

---

<sup>1</sup> Ny GIV ser ut til å markere en holdningsendring på dette punktet, men fortsatt settes tiltakene inn altfor sent.

<sup>2</sup> § 1.3. tredje ledd



Mange ungdomsskoleelever ser på algebra som en unyttig lek med bokstaver. De har ikke fått kjennskap til at algebra er grunnlaget for all matematisk modellering i dagligliv, teknologi, realfag og samfunnsfag. Matematikk er i bunn og grunn vitenskapen om hvordan størrelser avhenger av hverandre og påvirker hverandre, og algebra er det grunnleggende språket for å beskrive dette samspillet. En av de store motivasjonsutfordringene i matematikk er å få elevene til å forstå at lærestoff som i utgangspunktet kan virke tørt og virkelighetsfjernt, etter hvert kan vise seg å være det nyttigste og mest interessante. Mye tyder på at norske lærere og studenter trenger bedre opplæring i hva god algebraundervisning er.

### 2.2.3 Utfordringer på barnetrinnet

Den nye grunnskolelærerutdanningen har styrket matematikkopplæringen for kommende lærere på barnetrinnet. Mange lærere som allerede er i arbeid, har imidlertid liten formell utdanning i faget, og lærerkompetanse er fortsatt en stor utfordring i grunnskolen. Først i 1992 ble matematikk et obligatorisk fag i allmennlærerutdanningen med 5 vekttall (tilsvarende 15 studiepoeng), og i 1998 ble den obligatoriske delen økt til 10 vekttall. I 2003 kom en ny Rammeplan for allmennlærerutdanning der opptakskravet er minst karakteren 3 i matematikk fra videregående opplæring. Selv om regjeringen har satt i gang et storstilt videreutdanningsprogram for matematikklærere, er det ikke lett å ta igjen mange tiårs forsømmelse i en håndvending. Det gjenstår å se hvor god oppslutning programmet får på sikt og i hvilken grad lærerne greier å ta i bruk den nye kompetansen i klasserommet. Målet må være å skape en undervisning som virker meningsfull og inspirerende for alle elevgrupper, og som samtidig sørger for at elevene får med seg de kunnskapene og ferdighetene som er nødvendige for neste trinn.

Sett utenfra kan det virke som de første problemene oppstår på 5.-7.trinn. Det er ofte basisferdigheter herfra elevene mangler når det går galt på ungdomstrinnet eller i videregående opplæring. For en del elever starter imidlertid problemene enda tidligere - det er ufullstendig tallforståelse og ineffektive regnestrategier fra tidlig barnetrinn som gjør at matematikken på 5.-7.trinn faller vanskelig. Framgangsmåter og regnemetoder som fungerer greit for små, hele tall, kan være umulige å bygge videre på når tallene blir større, eller når tallbegrepet utvides til å omfatte brøker og desimaltall. Dette understreker hvor viktig det er at lærerne tidlig følger opp elevene og avdekker begrepsmangler og ineffektive regnemetoder, og gir hjelp og støtte med en gang problemene viser seg. Grunnskolelærere som tar påbygging i matematikk til 60 studiepoeng, bør få en viktig posisjon i begynneropplæringen.

### 2.2.4 Utfordringer på ungdomstrinnet

På skriftlig eksamen i matematikk i 10. klasse i 2013 fikk 12 % av elevene karakteren 1 og 25 % karakteren 2, til sammen 37 % på de to nederste karaktertrinnene.<sup>3</sup> Ingen andre fag er i nærheten av en slik fordeling. Karakteren 1 brukes nesten ikke i andre fag, og i fagene norsk hovedmål, norsk sidemål og engelsk havner henholdsvis 17 %, 22 % og 11 % på de to

---

<sup>3</sup> Alle tall som angår karakterer på ungdomstrinn og videregående opplæring bygger på statistikker fra Utdanningsdirektoratet (2013b, 2013c).



nederste karakternivåene. Med unntak av engelsk, som har mange flere toppkarakterer enn de andre fagene, er matematikk likevel det faget som har flest elever på de to høyeste karakternivåene 5 og 6, nemlig 16 % mot 13 % for norsk hovedmål og 10 % for norsk sidemål. Se for øvrig oversikten i tabell 2.2.

Tabell 2.2. Karakterfordeling i matematikk, engelsk og norsk på 10.trinn.

<i>Fag (skriftlig)</i>	<i>Karakteren 1 og 2</i>	<i>Karakteren 5 og 6</i>
Matematikk	37 %	16 %
Engelsk	11 %	25 %
Norsk hovedmål	17 %	13 %
Norsk sidemål	22 %	10 %

Disse tallene illustrerer hovedutfordringen i matematikkundervisningen på ungdomstrinnet: det enorme spennet i elevmassens kunnskaper og ferdigheter. Utfordringen blir enda større når vi vet at for å få karakteren 2, trenger ikke elevene å kunne noe ungdomsskolematematikk i det hele tatt, (se veiledning til eksamen (Utdanningsdirektoratet, 2011) og oppgavene). Det holder med et godt grep på barnetrinnets matematikk. Dette betyr at minst 40 % av elevmassen har svært dårlige forutsetninger for å mestre matematikken i videregående opplæring. Noen vil kanskje tro at den store karakterspredningen skyldes at vi gir en elitistisk matematikkundervisning som gavner de sterkeste elevene, men det er lite som tyder på at dette er riktig. I TIMSS peker tvert imot Norge seg ut som et land med svært få elever på de to høyeste prestasjonsnivåene (Grønmo et al., 2012).

Vi vil hevde at de dårlige erfaringene med kursplaninndeling i ungdomsskolen på 70-tallet har lagt et lokk på differensieringsdiskusjonen i matematikk i førti år. Istedenfor å forholde seg til problemene som finnes, mener vi at politikerne har gjemt seg bak ideelle formuleringer. Redselen for organisert differensiering har ført til at mange lovende forsøk med å dele elever i grupper etter nivå er blitt stoppet.

Arbeidsgruppen mener vi trenger en debatt som tar utgangspunkt i de problemene som utvilsomt finnes, og der løsningsforslagene blir vurdert ut fra hva de faktisk innebærer og ikke opp mot de uheldige erfaringene fra 1970-tallet. Enhetsskolen er godt forankret og skal bestå, men kanskje bør også debatten dreie seg om hva som ligger i begrepet enhetsskole i 2014. Det er allerede tegn til nytenkning: Prosjektet Ny GIV viser positive resultater for de faglig svakeste elevene når de periodevis organiseres i homogene grupper (Lødding & Holen, 2013), og resultatene hadde sannsynligvis vært atskillig bedre om tiltaket var blitt satt inn tidligere enn i siste halvdel av 10. klasse.

Etter vår mening bør forslagene om basiskompetanse og utvidet kompetanse fra rapporten "Matematikk for alle" (Botten-Verboven, 2010) vurderes på nytt som en hjelp for både lærere og elever, uten at det behøver å føre til organisatorisk differensiering med homogene grupper. Begrunnelsen for en presisering av henholdsvis basiskompetanse/kjernestoff og utvidet kompetanse i matematikkfaget er fagets egenart: Matematikk er et fag som bygges stein for stein, der "hull i grunnmuren" får store følger for senere skolegang. Elever med karakteren 1

eller 2 vil få et bedre læringsutbytte dersom de konsentrerer seg om kjernestoffet, og bare på noen områder går inn i den utvidede kompetansen. Dette vil gi bedre oversikt over lærestoffet og en følelse av mestring på enkelte områder.

Vi trenger en systematisk gjennomgang og synliggjøring av forskning som viser effekten av ulike organiseringsformer, for eksempel Boaler (1997) og Hattie (2012). Det er viktig at denne forskningen er direkte knyttet til situasjonen i matematikkfaget der elever på samme klassetrinn har helt forskjellige forutsetninger for å ta til seg nytt lærestoff. Et valgfag, matematikk X på ungdomstrinnet foreslås, vi kommer nærmere inn på dette senere i rapporten. Det gir et alternativ til forsering som både kan være lettere å gjennomføre i praksis og gi en vel så god faglig utvikling.

### **2.2.5 utfordringer på yrkesfaglige utdanningsprogrammer<sup>4</sup>**

Siden Reform 94 har yrkesfagene hatt en læreplan i matematikk som består av 3/5 av Vg1-læreplanen på allmennfaglige/studieforberedende utdanningsprogrammer. Faget har stort sett vært undervist av matematikklærere i egne timer atskilt fra undervisningen i yrkesfagene. Eksamen er "lokalt gitt" for å kunne tilpasses ulike programmer og lokale forhold, men i praksis blir eksamen utarbeidet på fylkesnivå og fungerer etter vår vurdering omtrent som en sentralt gitt eksamen. Mange elever ser ikke relevansen av matematikk for yrkesfaget, og opplever matematikkundervisningen som en gjentakelse av tidligere nederlag. Tall fra Skoleporten (2014) viser at omtrent halvparten av dem som ikke fullfører det første året på yrkesfaglige programmer, stryker eller mangler karakter i matematikk. Ingen andre fag enn matematikk har et så stort omfang av elever som ikke fullfører og består (med unntak av kroppsøving der mange mangler karakter).

Vi mener at både av faglige og motivasjonsmessige grunner bør matematikkopplæringen på yrkesfaglige programmer primært begrunnes ut fra yrkesfagenes behov. Spørsmålet blir dermed hvordan vi kan gjøre matematikken mer yrkesrettet og "nyttig". Hittil har matematikken på disse utdanningsprogrammene vært utformet slik at det skal være enkelt å utvide den for å oppnå generell studiekompetanse. Vi mener at denne prioriteringen bør revurderes. Hensikten med de yrkesfaglige programmene er primært å utdanne dyktige fagarbeidere, og matematikkinnholdet bør utformes slik at det i større grad kan motiveres og begrunnes ut fra yrkeslivets behov og ikke styres av kravene til generell studiekompetanse. Elevene må få oppleve at de lærer noe nyttig i forhold til eget utdanningsvalg, og undervisningen bør foregå i nær kontakt med yrkesfaget. Matematikkinnholdet på de ulike programmene bør være likeverdig, men ikke nødvendigvis likt, selv om dette kan gi utfordringer for påbyggingsfagene.

### **2.2.6 utfordringer i fellesfagene i studieforberedende programmer<sup>5</sup>**

Utfordringene fra ungdomstrinnet forplanter seg til de studieforberedende utdanningsprogrammene i videregående opplæring. Snittkarakteren til eksamen i praktisk matematikk (1P) på Vg1 varierer mye, men ligger stort sett rundt midten av 2-tallet. Strykprosenten varierer enda mer (med en topp på 34 % i 2012), men ligger stort sett rundt

---

<sup>4</sup> Vi vil se mer inngående på matematikken på yrkesfaglige utdanningsprogrammer i kapittel 5.4.

<sup>5</sup> Vi vil se mer inngående på fellesfaget i kapittel 5.2.

20 %. Snittkarakteren i 2P på Vg2 er noe høyere, og strykprosenten en del lavere, kanskje fordi en del av elevmassen aldri kommer så langt. Eksamensresultatene i teoretisk matematikk (1T) på Vg1 er som ventet bedre enn i 1P, med en strykprosent rundt 10 % og en gjennomsnittskarakter på nedre halvdel av 3-tallet.

Akkurat som på yrkesfag kan en stor del av frafallet på de studieforbereidende utdanningsprogrammene kobles til svake matematikkprestasjoner. Utdanningsdirektoratets statistikker viser at over halvparten av de elevene som ikke fullfører det første året, stryker eller mangler karakter i matematikk: 50 % av de elevene som har 1P i fagkretsen, og hele 63 % av elevene som har 1T. (Det er imidlertid atskillig færre av de siste som ikke fullfører det første året). Ingen andre fag er i nærheten av slike tall.

Tallene ovenfor er ikke overraskende sett i lys av at 40 % av elevene går ut av grunnskolen med svak matematikkkompetanse. Selv om læreplanen i praktisk matematikk(1P) i stor grad er en repetisjon av læreplanmål for ungdomstrinnet, er det ikke tid og rom til å reparere grunnleggende faglige mangler. Mange elever kommer derfor aldri opp på et faglig nivå der matematikken i læreplanen oppleves som meningsfull.

Det store dilemmaet i utformingen av læreplaner på dette nivået er om vi skal akseptere at en stor elevgruppe kommer ut fra ungdomsskolen med lav kompetanse i matematikk, og dermed gi denne elevgruppen et matematikktilbud med vekt på faglig gjenoppbygging og rekonstruksjon. I Danmark og Finland har elever mulighet til et ekstra år i grunnskolen før de starter på videregående skole. Er dette noe som igjen bør prøves i Norge. (Den nåværende grunnskolen hadde i sin tid et frivillig tiende år)? Eller bør elever med lav matematikkarakter fra grunnskolen få tilbud om et matematikkurs der de arbeider målrettet med grunnleggende begreper, i sommerferien eller på kveldstid det første halvåret i videregående opplæring? Et slikt tilbud bør framstå som et tilbud for at elever skal oppnå mestring i matematikkfaget.

Med Kunnskapsløftet kom kravet om to år obligatorisk matematikk på studieforbereidende programmer. I ettertid bør vi spørre oss om hvor formålstjenlig dette var. Istedenfor å øke innsatsen på de trinnene der elevene for alvor begynner å miste grepet om faget, venter vi til mange for lengst har gitt opp matematikken og bare har motvilje igjen for faget. Det er vanskelig å se at disse elevene har særlig utbytte av det ekstra året med matematikk. Samtidig har saken en annen side. En del av 2P-elevene skal bruke matematikken videre, f.eks. i en grunnskolelærerutdanning. For disse er det viktig å skaffe seg størst mulig kompetanse som høyere utdanning kan bygge videre på. I dag settes det krav til en 3'er i 2P for opptak til grunnskolelærerutdanningen. Vi anbefaler å stille krav om 1T pluss S1/R1, og heller la P-løpet (muligens redusert til ett år) konsentrere seg om å være en meningsfull avslutning for dem som ikke skal ta mer matematikk. Kravet om 1T pluss S1/R1 bør gjelde for alle studenter på grunnskolelærerutdanning 1-7 og de studentene som velger matematikk som fag i grunnskolelærerutdanning 5-10.<sup>6</sup>

---

<sup>6</sup> Dette forslaget tar utgangspunkt i dagens kursstruktur i videregående opplæring og må eventuelt tilpasses det forslaget til ny struktur som vi legger frem i kapittel 5.3.

### 2.2.7 Utfordringer i programfagene i videregående opplæring<sup>7</sup>

Kunnskapsløftet førte til en uoversiktlig tilbudsstruktur i matematikk i videregående opplæring, og i kapittel 5.3 foreslår vi derfor en ny struktur for fagtilbudet. I dette avsnittet ser vi nærmere på dagens struktur og organisering (se figur 2.1 i begynnelsen av avsnitt 2.2).

I tillegg til de obligatoriske fellesfagene i matematikk, 1T og 1P, som elevene tar i Vg1, har vi de valgfrie fellesfagene 2T og 2P, og programfagene R1 og S1 på Vg2. På Vg3 kan elevene velge mellom programfagene R2 og S2 som bygger på henholdsvis R1 og S1. Elever kan velge programfagene på lavere trinn dersom de har tilstrekkelig faglig kompetanse til dette. I tillegg kommer programfaget Matematikk X som først og fremst er et fordypnings- og inspirasjonskurs. Svært få elever velger fellesfaget 2T (se kapittel 5.1) fordi S1 og R1 gir større uttelling i form av tilleggs poeng, uten å kreve vesentlig større innsats. Matematikk X er det dessverre få skoler som ser seg råd til å gi.

Det realfaglige løpet har en klar struktur: R1 bygger på 1T, og R2 er en naturlig fortsettelse av R1. For det samfunnsfaglige løpet er forholdene mer kompliserte. Det er mulig å ta S1 etter både 1T og 1P, men disse to fagene gir helt forskjellig inngangskompetanse: For 1T-elevne er store deler av S1 ren repetisjon, mens for 1P-elevne oppleves kurset som et kraftig sprang i vanskelighetsgrad, spesielt fordi mange ikke har de algebraferdighetene som trengs. For en del elever som har gjennomført S1 basert på ferdigheter de allerede har hatt med seg fra 1T, blir overgangen til S2 stor.

For opptak til studier likestilles ofte kombinasjonen S1+S2 med R1. Fra et faglig synspunkt er dette en fornuftig ordning, men den fører til at flere og flere elever velger kombinasjonen S1+S2 av taktiske hensyn: Den gir dem lengre tid til å lære (omtrent) det samme lærestoffet, og øker muligheten for gode karakterer. I tillegg gir S1+S2 1 realfagspoeng mot 0,5 for R1. Dessverre innser ikke elevene i tide at kombinasjonen R1+R2 vil gi dem et mye bedre grunnlag for videre studier. Effekten forsterkes av at en del studier (f.eks. innenfor realfag) som faktisk bygger på R2, bare har R1/S1+S2 som formelt opptakskrav.

Uklarhetene rundt S-løpet skyldes i stor grad at norske skolemyndigheter har ønsket å holde muligheter åpne for elevene, f.eks. ved at 1P-elever skal ha mulighet til å fortsette med matematikk utover det som er obligatorisk, og at 1T-elever som opplever R-kursene som vanskelige, likevel skal ha muligheter til å fortsette med faget. Problemet er at ordningen skaper vanskelige undervisningssituasjoner både i 1P og S1, samtidig som den innbyr til uheldige taktiske valg. En løsning kunne være å rendyrke S-løpet som en påbygging til 1T, og la de 1P-elevne som ønsker å ta mer matematikk, følge 1T i annen klasse før de går videre med S1 eller R1 i tredje klasse. Det forutsetter imidlertid at vi slutter å tenke i uketimer og klassetrinn, og isteden begynner å tenke i kompetansenivåer. Vi diskuterer dette mer utfyllende i kapittel 5.

### 2.2.8 Avslutning

De fleste av spørsmålene vi har drøftet i dette innledningskapitlet, vil bli tatt opp igjen i større bredde i senere kapitler, spesielt i kapittel 5 der vi også formulerer konkrete forslag. Vi håper

---

<sup>7</sup> Vi vil behandle programfagene i matematikk i kap. 5.3

at den samlede fremstillingen her vil gjøre det lettere å se sammenhengen mellom de synspunktene og forslagene som kommer senere.

### 3 Hva sier forskningen om skolefaget matematikk?

I dette kapitlet vil vi legge frem kunnskap om matematikknivået til norske elever fra internasjonale komparative studier og fra Norsk matematikkråds forkunnskapstest til begynnerstudenter på matematikkunge studier.

Først kommer en kort beskrivelse av de ulike prosjektene før vi drøfter sentrale funn. Avslutningsvis blir også matematikknivået til norske lærerstudenter kort kommentert.

#### 3.1 Kunnskap fra internasjonale komparative tester (TIMSS og PISA)

Norge deltar i de internasjonale studiene Trends in Mathematics and Science Study (TIMSS) og Programme for Student Assessment (PISA). TIMSS gjennomføres hvert fjerde år med elever på 4. og 8. trinn<sup>8</sup>, og PISA hvert tredje år og med elever på 10.trinn. I tillegg har Norge deltatt i studien TIMSS Advanced der forskerne undersøker kunnskapene til matematikkspesialistene, det vil si til de elevene som har valgt fullt fordypning i realfaglig matematikk<sup>9</sup>, i videregående opplæring.

Det matematiske innholdet som måles i TIMSS-undersøkelsen, bygger på konsensus mellom deltakerlandene om at dette er sentrale matematiske komponenter i læreplanene i disse landene (Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012). I PISA er det matematiske innholdet bestemt av en ekspertgruppe ut fra hva som anses som nødvendig kompetanse for å kunne håndtere videre utdanning, privatliv og samfunnsdeltagelse (OECD, 2013). Dette blir av noen oppfattet som om PISA ikke måler skolefaglig kompetanse (se for eksempel (Sjøberg, 2013)). Begge undersøkelsene måler imidlertid kompetanse som er vektlagt i norske læreplaner (Grønmo et al., 2012; Nortvedt, 2013a).

TIMSS-undersøkelsen måler elevenes evne til å *kunne, anvende og resonner*e innenfor områdene tall, algebra, geometri og statistikk (Mullis, Martin, Foy, et al., 2012). I PISA-undersøkelsen måles elevenes evne til å anvende matematikk til å løse virkelighetsnære problemer (*formulere, bruke og vurdere*) innenfor områdene tall og mål, rom og form, usikkerhet og forandring og sammenheng (OECD, 2013). Mens elevene i TIMSS-undersøkelsen besvarer både rene matematikkoppgaver og anvendte oppgaver, møter elevene i PISA-undersøkelsen bare anvendte oppgaver. Mange kan kanskje tenke at formell matematisk kunnskap er mindre vesentlig i PISA-undersøkelsen, men dette dreier seg snarere om hvordan denne kompetansen måles. Det er ikke mulig å løse komplekse matematiske problemer uten formell matematisk kompetanse.

Første gang Norge deltok i en internasjonal komparativ studie i matematikk, var i TIMSS 1995. Elevene på 7. trinn gjorde det relativt sett bedre (498 poeng) enn elevene på 3. trinn (476 poeng)<sup>10</sup>. Ved gjennomføringen av TIMSS advanced noe senere (i 1998), skåret de norske matematikkspesialistene så vidt over det internasjonale gjennomsnittet fra 1995 (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2009). Det ble uttrykt bekymring for at norsk skole ikke var

---

<sup>8</sup> Fra og med TIMSS 2015 endres dette slik at undersøkelsen i Norge gjennomføres med elever på 5. og 9. trinn.

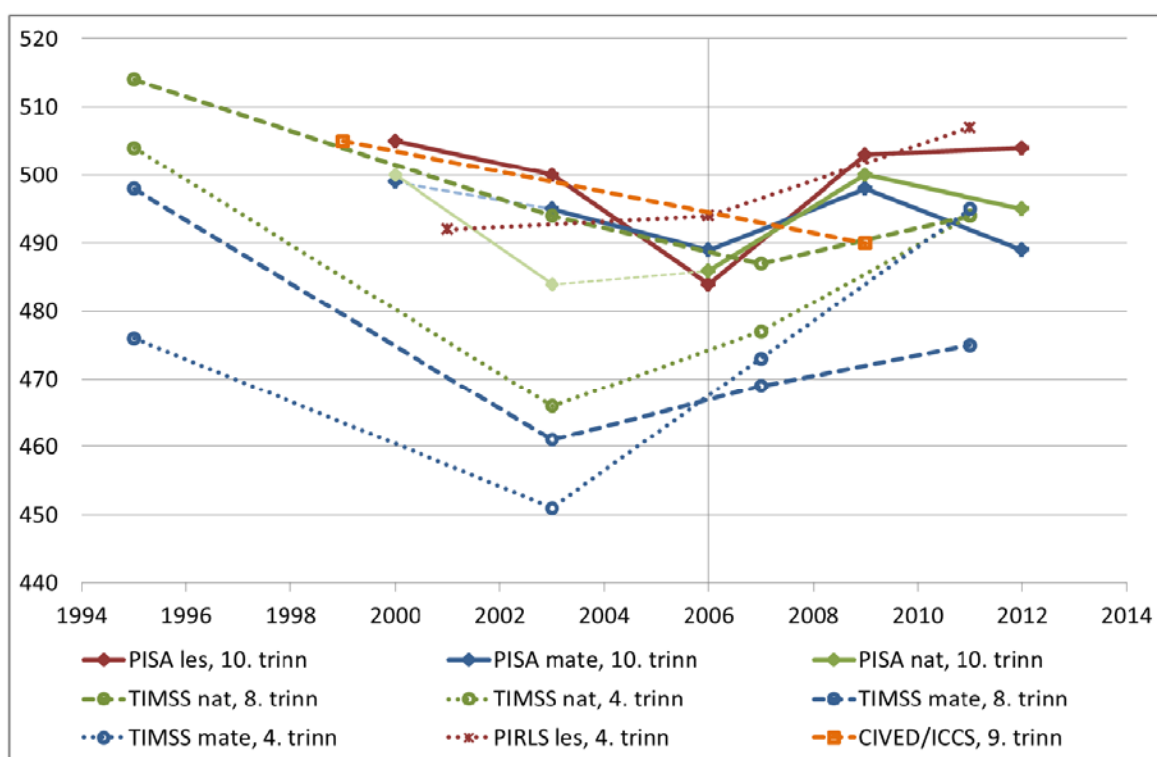
<sup>9</sup> Før 2006: 3MX, etter 2006: R2.

<sup>10</sup> Både TIMSS og PISA undersøkelsen standardiserte et internasjonalt gjennomsnitt på 500 med standardavvik 100 ved første gjennomføring. Senere trendmålinger gjennomføres ved å linke til og sammenligne med dette gjennomsnittet. For en forklaring, se for eksempel metodevedlegget i rapporten for PISA 2012.

effektiv nok med hensyn til de yngste elevene, men samtidig så man at eldre elever lå på et høyere matematikknivå.

Den første PISA-undersøkelsen, PISA 2000, førte til et «PISA-sjokk» da resultatene ble publisert i 2001 (Bergesen, 2006). Norske elever skåret like under OECD-gjennomsnittet (Lie, Kjærnsli, Roe, & Turmo, 2001). Dette var ikke forventet, og man hadde trodd at elevene ved utgangen av grunnskolen hadde mer matematikkunnskap enn det denne undersøkelsen viste. I den neste PISA-undersøkelsen i 2003 var matematikk i fokus, som innebærer at det ble matematikk ble målt bredere i forhold til matematiske emner enn i 2000. Resultatene til de norske elever i matematikk lå like under, men ikke signifikant forskjellig fra, OECD-gjennomsnittet.

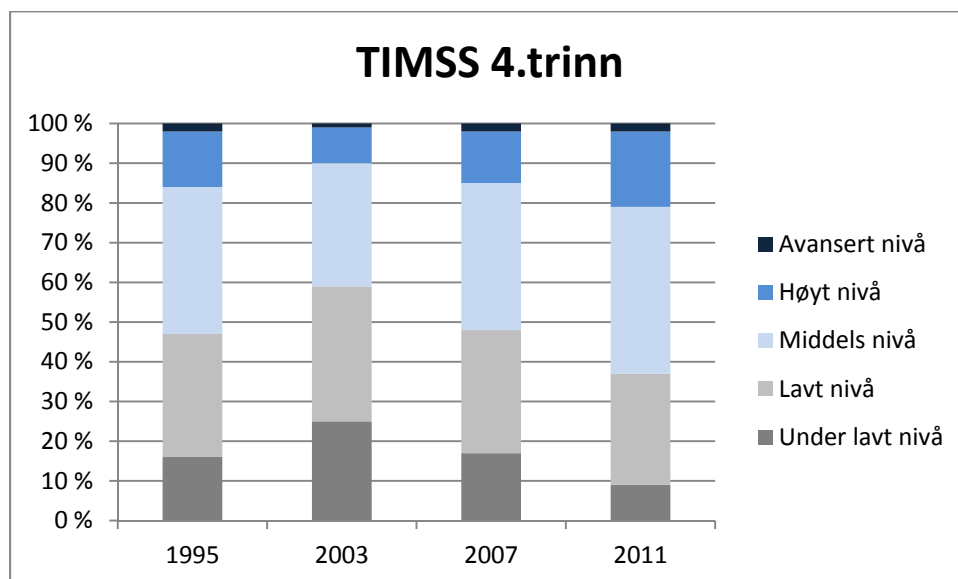
En gjennomgang av alle PISA-undersøkelsene fra 2000 og frem til og med 2012 viser at norske elever hele tiden har skåret i nærheten av det internasjonale gjennomsnittet i de respektive undersøkelsene. I TIMSS-undersøkelsene har avstanden mellom de norske elevene og det internasjonale gjennomsnittet vært større (se figur 3.1). En del av denne forskjellen mellom TIMSS og PISA henger sammen med at TIMSS måler elever på klassetrinn, og i og med at de fleste land har skolestart ved 7 års alder, mens vi har skolestart for 6-åringer er de norske elevene blant de yngste som deltar i TIMSS. I tiden etter den første TIMSS-undersøkelsen i 1995 har vi kunnet observere en nedadgående trend, med «bunnpunkt» i 2003. Et tilsvarende bunnpunkt ble observert i PISA-undersøkelsen i 2006 (Kjærnsli, Lie, Olsen, & Roe, 2007). Figur 3.1 nedenfor viser at en nedadgående trend kunne observeres også for lesing og naturfag. Imidlertid viste TIMSS-gjennomføringene i 2007 og 2011 fremgang for elever på 4. og 8. trinn (Grønmo et al., 2012). Størst var fremgangen for elever på fjerde trinn, der Norge var blant de medlemslandene som hadde størst positiv endring (Mullis, Martin, Foy, et al., 2012). Ut fra figur 3.1 kan det se ut som om resultatene fra PISA 2012 viste en ny nedgang. Imidlertid viste trendlinjene fra 2003 til 2012 at nivået på den matematiske kompetansen hos norske femtenåringer har vært stabil i denne perioden (Kjærnsli & Olsen, 2013; Nortvedt, 2013b).



Figur 3.1. Resultater over tid for norske elever i de internasjonale komparative studiene PISA, TIMSS, PIRLS og CIVED/ICCS. Gjengitt med tillatelse fra Olsen, Hopfenbeck, Lillejord, og Roe (2012).

Hvordan kan vi forstå matematikkresultatene som er gjengitt i figur 3.1? Selv om vi ser fremgang hos norske elever i TIMSS-undersøkelsen og stabile resultater i PISA-undersøkelsen, skårer norske elever i 2011 og 2012 under det internasjonale gjennomsnittet i begge undersøkelsene (Grønmo et al., 2012; Nortvedt, 2013b). Kanskje er den store fremgangen vi kan observere hos norske fjerdeklassinger i 2011, et signal om at tiltak som er gjort i norsk utdanningspolitikk virker. Blant disse tiltakene er innføringen av Kunnskapsløftet, økt timetall på barnetrinnet og tidlig innsats (kartleggingsprøver). Det er imidlertid først når disse fjerdeklassingene blir eldre, at vi kan se om denne fremgangen fortsetter også på høyere trinn i grunnskolen. Elevene som deltar i TIMSS 2015, vil ha gjennomført hele sin opplæring under læreplanene i Kunnskapsløftet (Utdanningsdirektoratet, 2006c). Med den siste revisjonen som er iverksatt fra og med skoleåret 2013/2014, vil disse elevene også hatt noe mer algebra. Ved revisjonen av læreplanen ble det lagt vekt på å styrke tidlig algebra ved at det legges mer vekt på symbolbruk på 1.- 4. trinn.

TIMSS deler elevene inn i fem kompetansenivåer, og figur 3.2 og 3.3 nedenfor er laget med utgangspunkt i tallmaterieell oppgitt i Grønmo et al. (2012). Oversiktene viser at andelen elever på lavt nivå<sup>11</sup> har sunket på 4. trinn i perioden fra 2003 til 2011. Elever på lavt nivå i TIMSS har noen grunnleggende matematikkunnskaper. De kan for eksempel addere og subtrahere hele tall, de har noe geometrikunnskap (for eksempel gjenkjenne vanlige geometriske figurer), og de kan lese av og skrive/tegne noe inn i enkle tabeller og søylediagram (Grønmo et al., 2012). Elever som skårer under lavt nivå, vil selvfølgelig mestre mindre. Imidlertid er det utviklet få oppgaver som måler kompetanse på et så lavt nivå, og det er vanskelig å si noe utfyllende om disse elevene.



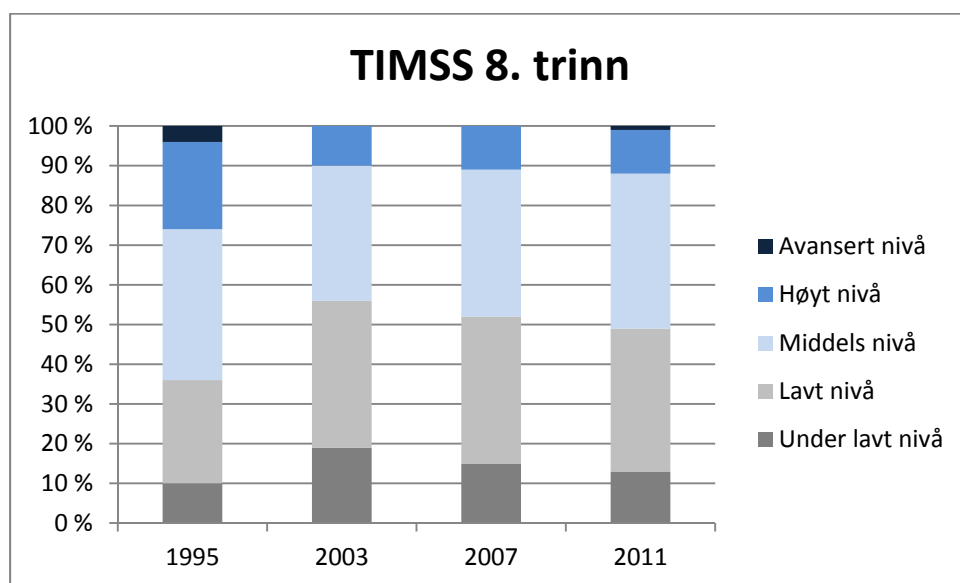
Figur 3.2. Fordeling av elever på 4.trinn på kompetansenivåer i matematikk fra TIMSS 1995 til 2011.

<sup>11</sup> Lavt nivå inkluderer elever på lavt nivå og under lavt nivå i TIMSS, og elever på nivå 1 og under nivå 1 i PISA.



Også på 8. trinn er det et synkende antall elever på lavt nivå. Elevene som er på et lavt nivå i TIMSS på 8. trinn, har også noen grunnleggende matematikkunnskaper. Det vil for eksempel si at de har noe kunnskap om hele tall og desimaltall, de fire regningsartene og grafiske fremstillinger (Mullis, Martin, Foy, et al., 2012).

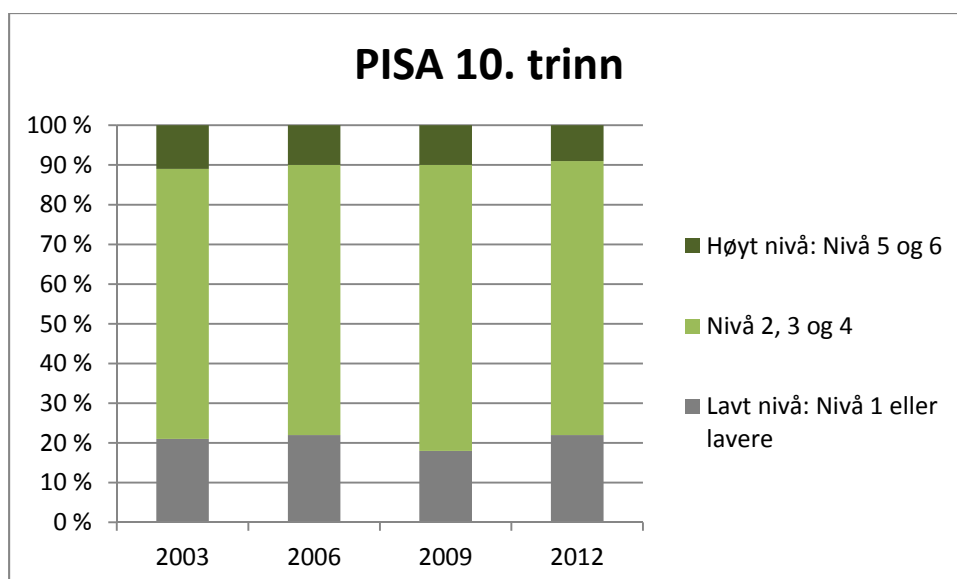
Samtidig som det er færre elever på lavt nivå, er det en stor andel av elevene som ligger på disse nivåene – drøyt en tredel av fjerdeklassingene og nesten annenhver elev på åttende trinn ligger på det som er identifisert som lavt nivå eller under. Dette er bekymringsfullt fordi disse elevene mest sannsynlig mangler grunnleggende tallforståelse og regneferdigheter, og de vil møte store utfordringer i senere utdanning, voksenliv og arbeid dersom skolen i løpet av den videre opplæringen ikke makter å «reparere».



Figur 3.3. Fordeling av elever på 8.trinn på kompetansenivåer i matematikk fra TIMSS 1995 til 2011.

Figur 3.4 viser en fremstilling av andelen elever på lavt og høyt nivå i PISA-undersøkelsen fra 2003 til 2012. Andelen elever på nivåene mellom høyt og lavt nivå er slått sammen til en stor gruppe.

I PISA-undersøkelsen så vi en reduksjon i andelen elever på lavt nivå i 2009, men i 2012 var andelen elever på lavt nivå som i 2003 (Nortvedt, 2013b). Omtrent 22 prosent av de norske elevene på 10. trinn ligger på et lavt nivå. Elever på nivå 1 kan svare på oppgaver fra velkjente kontekster når informasjonen som oppgis er relevant, og oppgaveteksten er velformulert og klar. Irrelevant informasjon er utfordrende for disse elevene. De kan gjennomføre enkle, rutinemessige prosedyrer når det er klart ut fra oppgaveformuleringen hva de skal gjøre (Nortvedt, 2013b). Dette betyr at for elevene som ligger på lavt nivå i PISA, vil det være utfordrende å ta i bruk kompetansen sin i ukjente situasjoner og i situasjoner som inneholder irrelevant eller uklar informasjon.



Figur 3.4. Fordeling av elever på 10.trinn på kompetansenivåer i matematikk fra PISA 2003 til 2012.

Et fellestrekk for PISA og TIMSS er at det er få elever på høyt nivå i begge undersøkelsene. Fra dette slutter vi at norsk skole ikke makter å utfordre elevene i tilstrekkelig grad, og at få elever utvikler den innsikten og kompetansen i matematikk som kjennetegner elever på høyt nivå. I kapittel 6 ser vi på mulige tiltak for høyt presterende elever.

TIMSS- og PISA-undersøkelsene gir noe informasjon om kunnskapene til norske elever. Et fellestrekk som løftes frem i alle gjennomføringene, er at norske elever strever med oppgaver som krever formell matematisk kompetanse (Grønmo et al., 2012; Nortvedt, 2013b). Fra analyser av enkeltoppgaver kan vi slutte at norske elever er svake i algebra. De norske elevene er relativt sett dyktigere til å forstå hva oppgaver handler om og vurdere svar enn å gjennomføre nødvendige utregninger (som ofte krever mer formell kunnskap) (Nortvedt, 2013b).

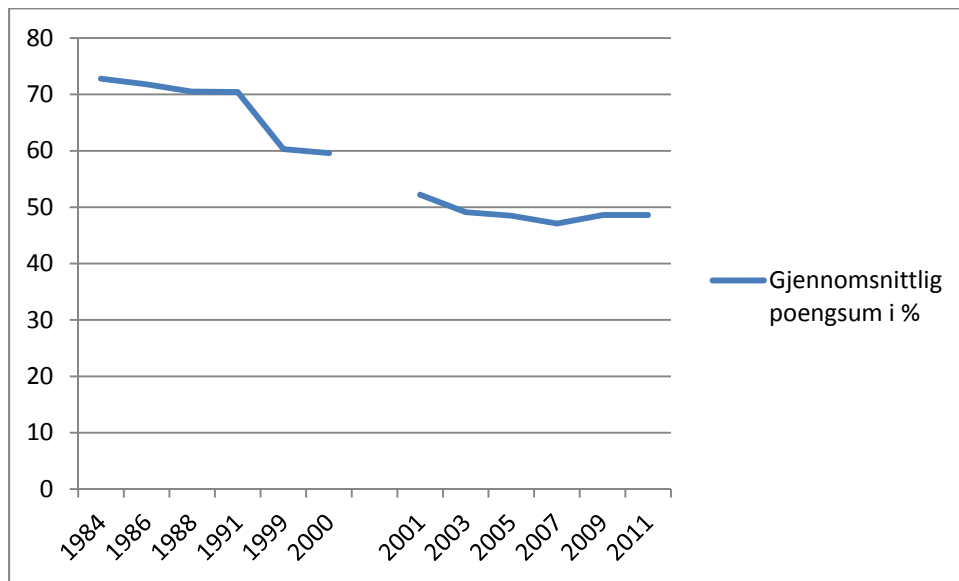
### 3.2 Norsk matematikkråds forkunnskapstest

Norsk matematikkråd gjennomfører annethvert år<sup>12</sup> en undersøkelse av forkunnskaper i matematikk hos begynnerstudenter (se for eksempel (Nortvedt, 2012)). Testen gjennomføres ved oppstart i første studieår med matematikk på studier som regnes som «matematikkrevende», det vil si på studier der studentene i løpet av utdanningsløpet vil gjennomføre matematikkurs tilsvarende minst 60 studiepoeng. Undersøkelsen ble gjennomført første gang i 1984 etter at rådets medlemmer hadde uttrykt bekymring over matematikknivået til begynnerstudentene. De første årene ble undersøkelsen gjennomført ved behov, og testen ble revidert flere ganger. I 2001 fikk testen sin nåværende form og er siden gjennomført uendret (Rasch-Halvorsen & Johnsbråthen, 2002). Matematikkrådets forkunnskapstest representerer dermed en lang og stabil trendmåling av matematikkunnskaper til begynnerstudenter.

Matematikkrådet har definert forkunnskaper som begreper og metoder som ligger til grunn for å lære seg den matematikken som undervises i studiene på universitetene og høyskolene.

<sup>12</sup> Fra og med 2000.

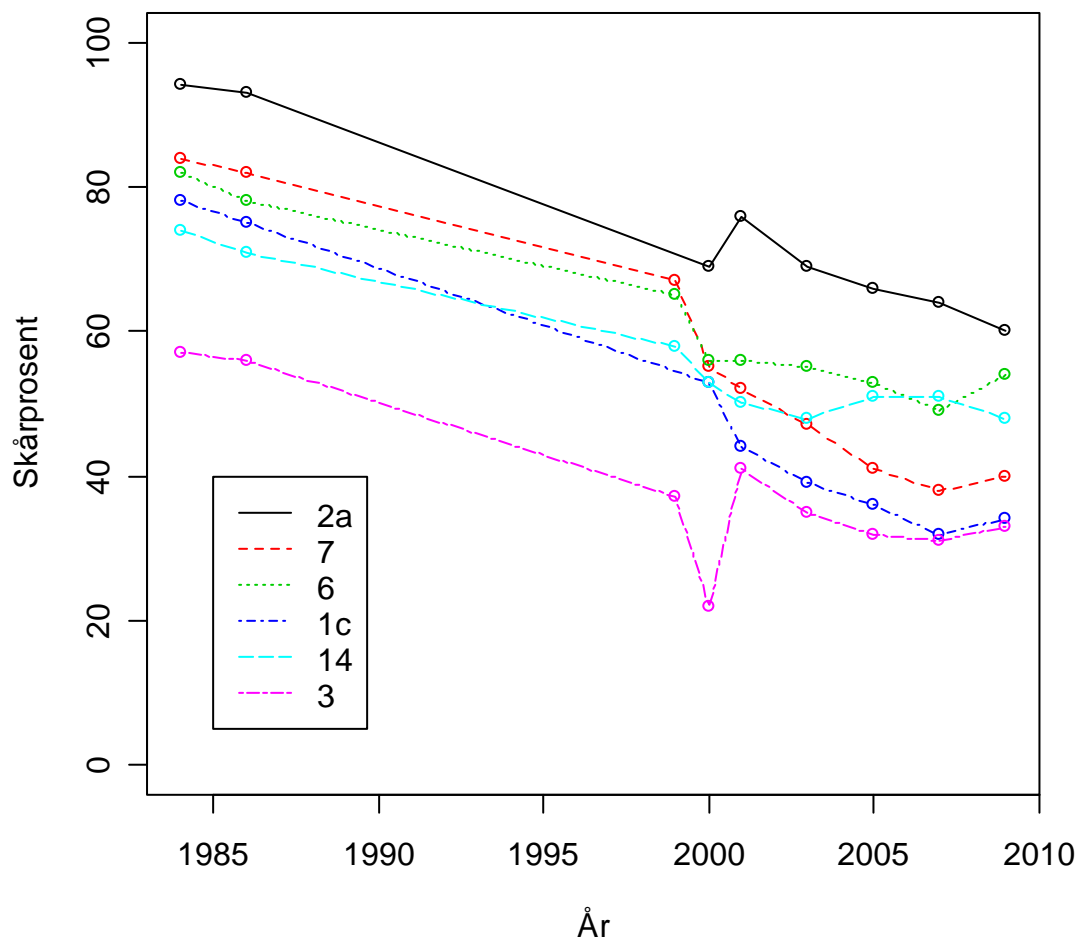
Dette er operasjonalisert til sentrale begreper og ferdigheter fra grunnskolens læreplan, som aritmetikk, algebra, enkel funksjonslære og enkel geometri.



Figur 3.5. Norsk begynnerstudenters forkunnskaper i matematikk, gjengitt fra Nortvedt (2012), s. 12.<sup>13</sup>

Fordi testen er endret flere ganger, er det vanskelig å sammenligne helt tilbake til 1984, men dette kan gjøres på grunnlag av en ankertest med seks oppgaver, se figur 3.6. De seks ankeroppgavene måler i hovedsak kompetanse i tall og algebra (sortere brøk etter størrelse, divisjon, prosentregning, ligningsløsning) men det er også en geometrioppgave (volum) og en praktisk oppgave der studentene må kunne regne med forholdstall.

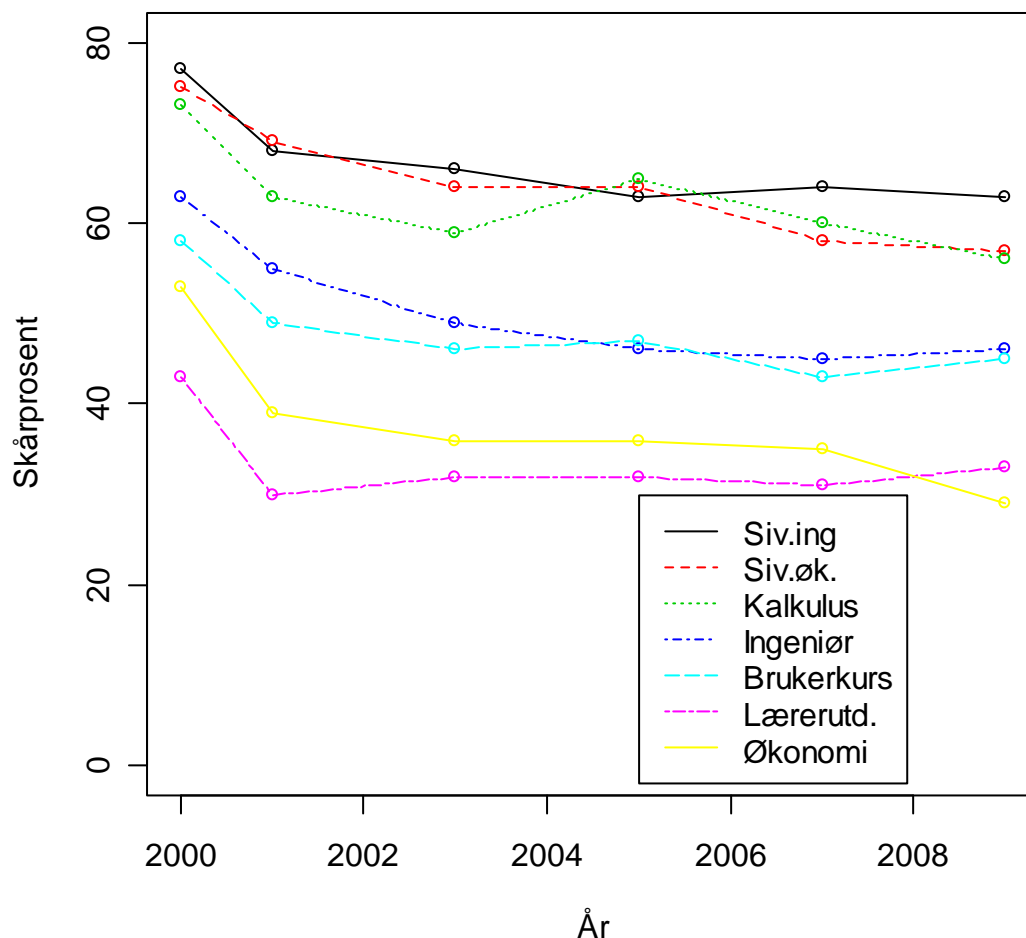
<sup>13</sup> Testen ble revidert før gjennomføring i 2001. Revideringen bestod dels i å redusere antall oppgaver og dels i at noen nye oppgaver ble utviklet. Det er derfor et brudd i trendlinjen i 2000.



Figur 3.6. Resultater på ankeroppgaver i matematikkrådstesten, gjengitt fra Nortvedt, Elvebakk og Lindstrøm, 2010, side 33.

Figur 3.6 viser at over tid har begynnerstudentene fått dårligere «grep» på disse enkle oppgavene, og vi kan trygt si at begynnerstudenter i 2009 hadde svakere kompetanse i disse helt grunnleggende ferdighetene enn de hadde i 1984. Samtidig må vi ta hensyn til at andelen elever som går over i høyere utdanning var større i 2009 enn den var tidlig på åttitallet. At en større andel av kullet tar høyere utdanning endrer likevel ikke kravene til forkunnskaper. Vi kan anta at mange av studentene vil oppleve at de strever med matematikkursene i høyere utdanning fordi de mangler grunnleggende begrepsforståelse og regneferdigheter.

En sammenligning av de ulike studentgruppene (se figur 3.7) viser at lærerstudentene over tid har hatt svakere forkunnskaper enn studenter på andre studietilbud, og de har ligget lavest på resultatskalaen sammen med økonomistudentene (Nortvedt, 2012; Nortvedt, Elvebakk, & Lindstrøm, 2010). På undersøkelsen i 2011 ble lærerstudentene delt i to grupper, de som gikk på GLU 1 - 7 (grunnskolelærerutdanning) og de som gikk på GLU 5-10. Det var få høyskoler som deltok på testen, og det advares mot å generalisere på så svakt grunnlag, men det kan se ut som om 5 - 10 studentene har bedre forkunnskaper enn 1 - 7 studentene (Nortvedt, 2012).



Figur 3.7. Gjennomsnitt på forkunnskapstesten for ulike grupper av studenter i perioden 2000 til 2009. Gjengitt fra Nortvedt et al. (2010).

Matematikkrådets forkunnskapstest viser at studenter med størst fordypning i matematikk har signifikant best resultater på testen (Nortvedt, 2012; Nortvedt et al., 2010), selv om innholdet i det som testes, ikke er noe elevene har arbeidet med i videregående opplæring. Studentene som har minst fordypning, har også signifikant lavere resultater enn andre studenter. Færre lærerstudenter har fordypning sammenlignet med de andre studieveiene. Dette er en av de underliggende årsakene til de svake resultatene. Analysene av 2011testen viste for eksempel at studenter som hadde fullført 2P, var i den svakeste gruppen og skårte i gjennomsnitt 12,9 poeng ( $SD = 7,03$ ) av 44 på matematikkrådstesten. Det er for få studenter som oppga å ha 2T eller S1 til at disse resultatene kan tolkes på noen fornuftig måte, men begynnerstudenter som oppga å ha tatt S2 eller R1 som sitt høyeste matematikkurs, fikk i gjennomsnitt nesten 19 poeng.

Begynnerstudentene blir også spurt om de bruker kalkulator til å gjennomføre enkle beregninger. Det gjør studentene i stor grad, henholdsvis 83 og 77 prosent i 2009 og 2011 henholdsvis, svarte at de bruker kalkulator alltid eller ofte (Nortvedt, 2012). Kalkulusstudentene bruker kalkulator i noe mindre grad enn andre studenter, og har sammen med sivilingeniør- og siviløkonomstudentene høyest resultater.

### 3.3 TEDS-M – en internasjonal komparativ studie av matematikklærerstudentene

Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M) er en internasjonal komparativ studie av matematikklærerutdanningen i 17 land (Grønmo & Onstad, 2012). Målet med studien var blant annet å kunne si noe om nivået på lærerutdanningen i deltakerlandene. Det ble gjennomført en kunnskapstest av lærerstudenter (i matematikk og matematikkdiraktikk) mot slutten av studiet<sup>14</sup>. I tillegg svarte lærerstudenter og lærerutdannere på spørreskjemaer. Det ble også samlet inn opplysninger om lærerutdanningsprogrammene i deltakerlandene (systemnivå).

TEDS-M ble gjennomført våren 2008. Kort tid etter at undersøkelsen var gjennomført, ble grunnskolelærerutdanningen i Norge endret. Fra og med 2010 er lærerutdanningen delt i to løp: et løp for lærere som vil undervise 1 - 7. trinn og et løp for lærere som vil undervise 5. - 10. trinn. Studenter på GLU 1-7 må ta 30 studiepoeng i matematikk (inkludert matematikkdiraktikk) og blir kvalifisert til å undervise matematikk fra 1.-7. skoleår. Studenter i GLU 5-10 kan velge å ta matematikk, og ved å fullføre studier av matematikk og matematikkdiraktikk med et omfang på 60 studiepoeng er de kvalifisert til å undervise i matematikk til og med 10.trinn. Samtidig er alle lærere som gjennomførte sin lærerutdanning før 2010 kvalifisert til å undervise i matematikk på alle trinn i grunnskolen. En lærer som startet sin lærerutdanning i 2009, skal kanskje undervise i matematikk så lenge som til 2057, dersom den fremtidige pensjonsalderen er 67 år. Vi drøfter derfor funnene i TEDS-M i lys av dagens situasjon i skolen – det vil si at lærerstudentene som deltok skal undervise i mange år fortsatt.

Lærerstudentene ble testet i kunnskaper i matematikk knyttet til områdene tall og tallregning, algebra og funksjoner, geometri og måling, og statistikk og sannsynlighet. Testen målte også matematikkdiraktisk kunnskap innenfor områdene kunnskap om læreplaner i matematikk, kunnskap om planlegging for undervisning og læring i matematikk og kunnskap om tilrettelegging og gjennomføring av matematikkundervisning (Grønmo & Onstad, 2012). TEDS tester relevant kompetanse for å undervise i norsk skole.

Siden Norge i 2008 hadde en felles lærerutdanning for alle 1 - 10 lærere, ble studentene delt inn i tre grupper. De som kun tok obligatoriske matematikkurs (ALU), de som tok fordypning i matematikk (60 studiepoeng – ALU+) og studenter som tok PPU eller et masterprogram, ble kvalifisert til å undervise på ungdomstrinnet eller i videregående opplæring. TEDS-M hadde en test for fremtidige barneskolelærere og en annen for fremtidige ungdomsskolelærere. Studenter på ALU og ALU+ ble delt i to grupper som tok testen for henholdsvis barnetrinn og ungdomstrinn (Grønmo et al., 2012). Resultater ble rapportert separat for hver gruppe, og for hver «trinn».

I TEDS-M ble det definert såkalte «ankerpunkt» som representerer basisnivåer for matematikkunnskaper og kunnskaper i matematikkdiraktikk (Tatto et al., 2012). TEDS-testen ble standardisert på samme måte som PISA og TIMSS med 500 som internasjonalt gjennomsnitt og 100 i standardavvik. Ankerpunkt 1 for barnetrinnet (431 poeng) representerer et basisnivå for å kunne undervise i matematikk på barnetrinnet. Studenter på dette nivået kan

---

<sup>14</sup> Allmennlærerstudenter uten ekstra matematikkurs ble testet etter to års utdanning. Studenter som tok fordypningskurs ble testet nær avslutningen av kurset. Studenter som tok praktisk-pedagogisk utdanning (PPU) eller masterstudier, ble testet mot slutten av studiet (Grønmo & Onstad, 2012).

for eksempel «sannsynligvis løse oppgaver som krever elementær regning med hele tall» (Grønmo & Onstad, 2012, s. 19). Studenter som skårer ved og over Ankerpunkt 2 (516 poeng), kan i tillegg behandle for eksempel brøk og løse tekstopp-gaver, men «vil ofte ha problemer med oppgaver som krever resonnering rundt faktorer, multipler og pro-senter» (Grønmo & Onstad, 2012, s. 20). Det ble bare utviklet ett ankerpunkt i matematikdidaktikk. Studenter som når ankerpunktet (544 poeng), «kan vanligvis gjenkjenne riktig undervisningsstrategi og vurdere arbeidet en elev har gjort [...] (men) tilbakemeldingen de ga, var ofte uklar eller upresis» (Grønmo & Onstad, 2012, s. 22). Tilsvarende ankerpunkt ble utviklet for ungdomstrinnet og for utdypende lesing henviser vi til Grønmo og Onstad (2012) eller den internasjonale nettsiden til TEDS-M (IEA, 2011).

Tabell 3.8 nedenfor bygger på tall hentet fra (Tatto et al., 2012)<sup>15</sup>, og viser gjennomsnitt og standardfeil for hver gruppe, og hvor stor andel av studentene som var over hvert ankerpunkt.

Tabell 3.8. Resultater for norske lærerstudenter i TEDS-M 2008, gjennomsnitt og andel studenter som når hvert ankerpunkt

	Test	N	Gjennomsnitt (standardfeil)	Andel studenter over ankerpunkt 1	Andel studenter over ankerpunkt 2
ALU	Btr – matematikk	392	509 (4)	89 %	47 %
ALU+	Btr - matematikk	159	553 (6)	97 %	69 %
ALU	Btr – didaktikk	392	539 (3)	42 %	
ALU+	Btr - didaktikk	159	564 (6)	59 %	
ALU	Usk - matematikk	344	461 (5)	19 %	1 %
ALU+	Usk – matematikk	148	435 (3)	36 %	2 %
PPU og master	Usk – matematikk	65	503 (8)	58 %	16 %
ALU	Usk – didaktikk	344	455 (4)	21 %	
ALU+	Usk – didaktikk	148	480 (6)	31 %	
PPU og master	Usk – didaktikk	65	494 (16)	41 %	

Note: Btr – barnetrinn, Usk – ungdomsskole.

De norske studentene som fullførte den forrige lærerutdanningen, er etter TEDS-M-resultatene å dømme bedre forberedt til å undervise på grunnskolens barnetrinn enn på ungdomstrinnet. Studenter som kun tok obligatoriske matematikkurs, skårte i nærheten av det internasjonale gjennomsnittet i matematikk, og nesten ni av ti studenter skårte over ankerpunkt 1. Studentene som tok fordypning, skårte nesten et halvt standardavvik høyere. Dette er en betydningsfull forskjell. I denne gruppen når så godt som alle studentene ankerpunkt 1, og nesten sju av ti studenter når ankerpunkt 2. Det er mindre forskjell mellom

<sup>15</sup> I den norske og den internasjonale rapporten er tallene for ALU og ALU+ byttet om i skår på matematikktesten for ungdomstrinnet. Tallene er imidlertid så like at det ikke spiller noen vesentlig rolle for de slutningene som står her.



de to gruppene når det gjelder kunnskaper i matematikdidaktikk. Her skårer begge gruppene over det standardiserte gjennomsnittet. Grønmo og Onstad (2012) tolker dette som at studentene som tok fordypningskurs, er godt forberedt på å undervise i matematikk på barnetrinnet. Videre skriver Grønmo og Onstad at sammenlignet med lærerstudenter fra andre deltakerland har ALU+studentene gode resultater, selv om vi ligger omtrent 0,25 standardavvik under Polen og 0,5 standardavvik under Singapore (vår omregning).

De norske lærerstudentene hadde langt svakere skår på prøven som rettet seg mot å undervise på ungdomstrinnet både i matematikk og i matematikdidaktikk. Selv studentene med lektorutdanning skårer svakere enn vi kunne forvente i og med at disse studentene er kvalifiserte til å undervise i matematikk i videregående opplæring.

Et hovedfunn i TEDS-undersøkelsen er at de norske lærerstudentene har svake kunnskaper i matematikk. Dersom vi ønsker at elevene skal bli møtt av lærere med gode fagkunnskaper, kan det se ut som om allmennlærerstudenter med fordypning i matematikk (det vil si 60 studiepoeng) er best forberedt til å undervise på barnetrinnet. Dagens kompetansekrav er 30 studiepoeng (Forskrift om rammeplan for grunnskolelærerutdanningene for 1.–7. trinn og 5.–10. trinn, 2010). Vi foreslår at det gjennomføres en analyse av fagplanene i lærerutdanningen for å sammenligne innholdet i dagens lærerutdanning med innholdet i ALU+. Disse studentene nådde også i stor grad ankerpunktet i matematikdidaktikk. Når det gjelder lærerstudentenes kvalifikasjoner for å undervise på ungdomstrinnet, er funnene i TEDS-M mindre optimistiske. Her er det en liten andel av studentene som når ankerpunkt 1 i matematikk, og så godt som ingen av ALU og ALU+ studentene. Studentene har også svake resultater på den fagdidaktiske testen, og få studenter når ankerpunktet på denne testen.

I dag er det lærerutdanning både ved høgskolene og ved universitetene. Ved sammenslåing av høgskoler og universiteter er resultatet at noen av de nye universitetene tilbyr grunnskolelærerutdanning. Etter gjennomføringen av TEDS-M og innføringen av den nye lærerutdanningen ble Norsk matematikkråds forkunnskapstest gjennomført i 2011. Det var få lærerutdanninger som deltok, og resultatene må tolkes med stor varsomhet, men sannsynligvis er studentene som starter på GLU 1 - 7 faglig sett svakere enn GLU 5 - 10 studentene (Nortvedt, 2012). Et annet funn er at etter at karakterkrav ble innført, har ikke studentene som starter på lærerutdanning, bedre forkunnskaper enn tidligere (Nortvedt, 2012; Nortvedt et al., 2010). Dette kan tyde på at begynnerstudentene på lærerutdanningen ikke har med seg de forkunnskapene de trenger for å nyttiggjøre seg utdanningen som tilbys på lærerutdanningsinstitusjonene. Forkunnskapstesten til matematikkrådet viser også at studenter som kun har fullført 2P, har svakere resultater enn andre studenter (Nortvedt, 2012). Vi anbefaler at opptakskravene til lærerutdanningene vurderes på nytt. Kanskje kan det være mer fruktbart at lærerstudentene må ta et noe mer krevende kurs i videregående opplæring enn dagens minstekrav (1P+2P)? I kapittel 5.2 foreslår vi at kravet heves.

For en lærer er det viktig å kunne skue ut over innholdet i matematikkfaget i grunnskolen, for å kunne analysere elevsvar, planlegge alternative opplegg for elever som er spesielt svake faglig, eller som trenger større faglige utfordringer enn andre elever. Grunnskoleopplæringen er bare en del av elevenes læringsløp, og lærere trenger god kjennskap til og oversikt over det neste trinnet i opplæringen eller horisontkunnskap (Loewenberg Ball et al., 2008). Dette er også en god grunn til å kreve mer av lærerstudentene med hensyn til matematikkunnskaper.

Møen, Salvanes, og Thorsen (2012) fant i en analyse av kunnskapsnivået til mannlige lærerstudenter der de baserte seg på sesjonsdata, at gjennomsnittlig skår sank ti persentiler fra

lærerårskullet som ble født i 1950, til lærerårskullet født i 1980. Denne analysen tar ikke med seg kvinnelige studenter, men fra matematikkrådetsten vet vi at kvinnelige begynnerstudenter har svakere forkunnskaper enn mannlige (Nortvedt et al., 2010). Samtidig som andelen av ungdomskullet som starter i høyere utdanning øker, er andelen lærerstudenter stabil. Dette fører til at det er økt konkurranse om studentene, og kanskje kan dette også medvirke til at en del av studentene som starter i lærerutdanningen er svakere enn for lærerkullet født i 1950.

### 3.4 Kjønnforskjeller i matematikk

Jenter og gutter bør ha like gode muligheter til å lære matematikk. Dette er grunnleggende rettigheter som man er opptatt av over hele verden, og kjønnforskjeller rapporteres tradisjonelt for prøver og tester i svært mange land. I tidligere forskning har man observert kjønnforskjeller både generelt og for spesifikke matematiske temaer (Liu & Wilson, 2009). Liu og Wilson (2009) skiver at kjønnforskjeller vanligvis rapporteres i guttenes favør, det vil si at man finner at guttene skårer signifikant bedre enn jentene på en prøve. Men det finnes også eksempler på at jenter skårer bedre enn gutter (Bjørkeng, 2011; Mullis, Martin, Foy, et al., 2012).

I TIMSS-undersøkelsen har de internasjonale resultatene vist små kjønnforskjeller på fjerde trinn, og noe større forskjeller i jentenes favør på åttende trinn (Mullis, Martin, Foy, et al., 2012), mens trenden i PISA-undersøkelsen har vært kjønnforskjeller i guttenes favør i matematikk (OECD, 2013). Fra internasjonal forskning vet vi at det er svært uklare funn med hensyn til kjønnforskjeller i matematisk kunnskap og kompetanse. Det samme er tilfelle for Norge. Mens det ikke er observert kjønnforskjeller i PISA-undersøkelsen (Nortvedt, 2013b), er det små kjønnforskjeller i guttenes favør i matematikk på 4.trinn i TIMSS-undersøkelsen (Grønmo et al., 2012). Dette tyder kanskje på at det er små kjønnforskjeller i Norge. Samtidig viser en gjennomgang av Bjørkeng (2011) at standpunkt karakterer og eksamensresultater at norske jenter har bedre resultater enn gutter på eksamen i grunnskolen og i de aller fleste matematikkursene i videregående opplæring. Jenter har også bedre standpunkt karakterer i matematikkursene. På nasjonale prøver i regning har derimot mønsteret hele tiden vært at norske gutter skårer bedre enn jenter (se for eksempel Ravlo & Bondø, 2012; Ravlo & Johansen, 2012), og det samme har vært observert på matematikkrådets forkunnskapstester (Nortvedt, 2012; Nortvedt et al., 2010). I og med at mønstrene er så motstridende, handler de observerte forskjellene sannsynligvis om hvilke matematiske aspekter som måles på de ulike prøvene, eller de handler om prøve- og oppgaveformatene, og det advares mot å bruke disse resultatene ukritisk i policy-utforming (Nortvedt, 2013b). Dette støttes også av analysene til Liu og Wilson (2009) og Lindberg, Hyde, Petersen, og Linn (2010) som mener at kjønnforskjeller i matematisk kunnskap eller kompetanse egentlig ikke finnes.

Det er imidlertid vedvarende forskjeller i rekruttering til matematikkfaget. Færre jenter enn gutter velger matematikk fordypningsfag i videregående opplæring, fra 2006 til 2009 var jenteandelen på kursene realfaglig matematikk i andre (R1) og tredje (R2) år i videregående opplæring henholdsvis 43 og 40 prosent (Bjørkeng, 2011). Bjørkengs analyser viser at det skal mer til før jenter velger fordypning i matematikk (det vil si høyere karakterer). Rapportene til Matematikkrådet viser også at det er få kvinnelige studenter på de matematikkrevende studiene (Nortvedt, 2012; Nortvedt et al., 2010). Den skjeve rekrutteringen representerer en stor utfordring, både ut fra et rekrutteringsperspektiv fordi få elever generelt velger realfag, og også ut fra et likestillingsperspektiv. Få jenter med realfaglig

kompetanse vil på sikt vil føre til at kvinner i mindre grad enn menn kan delta i samfunnsdebatter, for eksempel i miljødebatten med dyp realfaglig innsikt.

Kjønnsforskjeller forklares ofte med at gutter og jenter har ulik selvoppfatning, eller at gutter er mer positive til konkurranse (Hannon, 2012). Gutter kan for eksempel være mer positive til det som betegnes som «high-stakes» tester og prøver. Dersom man kontrollerer for dette, «forsviner» kjønnsforskjellene (Hannon, 2012). Cotton, McIntyre, og Price (2009) fant ut at når matematikkonkurranser hadde flere runder, kunne de bare observere kjønnsforskjeller i den innledende runden. Innenfor rammen av klasserommet forklares kjønnsforskjeller ofte med at gutter og jenter har ulik attribuering<sup>16</sup> av suksess og mislykkethet, og av elevenes tanker om og holdninger til det å lære matematikk (Shores & Smith, 2010). I PISA 2012 svarte de norske 15-åringene på spørreskjemaer om holdninger til matematikk. Resultatene viser at norske gutter stort sett svarer mer positivt enn jentene. Guttene har for eksempel høyere selvoppfatning og mestringsforventning. Jentene rapporterer at de i større grad engster seg for matematikk og føler seg hjelpeløse (Jensen & Nortvedt, 2013). Mens det ikke er forskjeller i hvor stor nytteverdi jenter og gutter ser i matematikk, rapporterer guttene om noe mer indre motivasjon. Guttene oppgir også at de er mer utholdende enn jentene når det gjelder å arbeide hardt med matematikkfaget. Det betyr ikke at guttene faktisk arbeider mer enn jentene, noe vi ikke kan avgjøre ut fra hva elevene selv rapporterer at de gjør. Snarere tyder disse svarmønstrene på at norske elever svarer som elever i andre land i verden, og at det er kjønnsforskjeller i holdningene til matematikk. Bjørkengs (2011) funn, om at jentene må ha bedre karakterer enn gutter for å velge matematikk fordypning, tyder kanskje også på noe av det samme. Disse kjønnsforskjellene er utfordrende for den norske skolen, og vil kreve aktivt holdningsskapende arbeid fra læreren.

### 3.5 Oppsummering

De internasjonale testene viser at flere elever enn vi kunne ønske, ligger på et lavt nivå i matematikk. Disse elevene vil møte utfordringer i videre opplæring og yrkesliv, og mange oppgaver vil være unødvendig utfordrende. Også oppgaver som hører til privatlivet vil mest sannsynlig være utfordrende, som å delta i samfunnsprosesser og vurdere innhold i og konsekvenser av ulike tilbud fra bank og næringsliv. Norsk skole iverksatte «Tidlig innsats» (St.meld. nr. 16 (2006-2007)). I ettertid er det også utviklet kartleggingsprøver i regning for 1.-3. trinn på barnetrinnet, men disse er bare obligatoriske for 2. trinn. Vi mener at det må iverksettes ytterligere tiltak for å fange opp faglig svake elever både i begynneropplæringen og på andre klassetrinn. Et mulig tiltak er å gjøre kartleggingsprøvene obligatoriske for 1. og 3. trinn også, slik de er for lesing. Målrettet etter- og videreutdanning for lærere med for eksempel utdanning av ressurslærere («regneveiledere») på samme måte som man gjorde med lesing, er også en mulighet.

Det er i tillegg færre elever enn ønskelig på høyt nivå. Dette mener videt må gripes fatt i. Hva kan gjøres for å gi et mer målrettet og mer utfordrende tilbud til faglig sterke elever? Det kommer vi tilbake til i kapittel 8.

Samtidig mener vi det er viktig å sette i gang tiltak for å bedre det generelle nivået hos elevene og i undervisningen. Norge ligger i nærheten av (4. og 10. trinn) og under (8. trinn) internasjonale gjennomsnitt i PISA og TIMSS. Hvordan identifisere og iverksette tiltak som kan nå flere elevgrupper innenfor rammen av et felles klasserom? Andelen elever på lavt nivå varierer mellom 20 % og halve kullet, så her må det være tiltak innenfor klasserommets

---

<sup>16</sup> Attribuering handler om hvem vi tildeler ansvar og skyld når vi lykkes eller mislykkes med matematikk.

ramme. Det er sannsynlig at mye av det som gjøres for å styrke begrepsforståelse og regneferdighet hos svakt presterende elever også kan være gunstig for andre elever ved at de får dypere innsikt i det de arbeider med.

De observerte kjønnsforskjellene i holdninger og rekruttering bør også bekymre oss, og vi bør vurdere om det kan iverksettes tiltak for å rekruttere flere jenter til matematikkfaget. Gjennom tre nasjonale realfagsstrategier (Kunnskapsdepartementet, 2010b) har det vært fokusert på rekruttering til realfag, og av jenter spesielt. Disse tiltakene kan ikke sies å ha virket, siden det fortsatt rekrutteres få jenter til matematikkfaget. Dette arbeidet har i stor grad vært preget av «mer av den medisinen som ikke virker» og vi vil anbefale at man vurderer andre tiltak for å rekruttere jenter til matematikkfaget.

Vi er ikke bekymret for kjønnsforskjeller i resultater. De litt forvirrende resultatene der jenter har best resultater på noen målinger og gutter på andre kan tyde på at dette har sammenheng med hva som måles på de ulike testene, og hvordan tester utvikles. Vi velger å støtte oss på internasjonal forskning som viser at dette neppe er kjønnsforskjeller i matematikkunnskaper, men at det snarere dreier seg om holdninger, motivasjon og det å se fagets relevans. Norske jenter er dyktigere lesere enn guttene (Roe, 2013), og de har signifikant bedre resultater både på nasjonale prøver og PISA. Vi anbefaler at det gjennomføres systematiske analyser av prøvene i Nasjonalt kvalitetsvurderingssystem (NKVS) for å undersøke sammenhenger mellom lesing og regning og lesing og matematikk for å få mer kunnskap om og i så fall på hvilken måte leseferdigheter, oppgave- og prøveformat hemmer ulike grupper av elever.

Det er gode grunner til å være bekymret over forkunnskapene til begynnende lærerstudenter og over matematikknivået til de som går ut av lærerutdanningen. Dette kan lett bli en «høna og egget»-diskusjon der svake forkunnskaper fører til lærere med svake matematikkunnskaper, og lærere med svake matematikkunnskaper fører til elever og begynnerstudenter med svake forkunnskaper. Samtidig viser PISA 2012 og matematikkrådstesten at nivået på norske elever har vært relativt stabilt på 2000-tallet. Kanskje kan noe av dette løses ved å heve kompetansen på det eksisterende lærerkorpset?

Vi mener det er god grunn til å vurdere om tiltak kan iverksettes for å sikre at lærerstudentene begynner sin opplæring med gode begreper og ferdigheter i «ryggsekken». Et mulig tiltak er å endre opptakskravet til lærerutdanningen. Mange har tidligere tatt til orde for å heve karakterkravet til 4, men vår anbefaling er snarere å se på hva slags kompetanse lærerstudentene bør ha med seg. Nortvedt (2012) fant at elever med matematikk over minstekravet (1P+2P), det vil si med enten teoretisk fellesfag (1T-2T) eller programfag (R og S) fra videregående opplæring, skårer signifikant bedre på matematikkrådets forkunnskapstest. Vi mener det bør vurderes å endre opptakskravet til R1 eller S1 (se kapittel 5.2). Å kreve R1 eller S1 medfører at fremtidige lærerstudenter må ha mer matematikk i videregående opplæring. Dette kan skremme vekk en del studenter. Studenter som velger å ta 1T i det første året og gå videre med R1, vil få en tyngre og mer realfagsrettet matematikk enn elever som velger 1P+S1 eller 1T+S1.

Vi foreslår en nasjonal undersøkelse av kunnskapsnivået hos lærerstudenter på GLU 1 – 7 og GLU 5 – 10, gjerne linket til internasjonale undersøkelser for å kunne vurdere hvilken kompetanse dagens lærerstudenter går ut av lærerutdanningen med. Dette kan sees som en evaluering av utdanningen som ble iverksatt i 2010. Denne våren går det første kullet ut.

### **3.6 Forslag fra arbeidsgruppen:**

Forslag 1. Kartleggingsprøvene i regning for 1. og 3. trinn gjøres obligatoriske.

Forslag 2. Det utvikles et program for å utdanne ressurslærere i matematikk for de første trinnene.

Forslag 3. Utvikling av målrettede etterutdanningskurs for lærere som inneholder sider ved matematikkfaget der norske elever er svake faglig (for eksempel algebra).

Forslag 4. Det gjennomføres en nasjonal undersøkelse av kunnskapsnivået til lærerstudentene på GLU 1 – 7 og GLU 5 – 10.

Forslag 5. Det må utvikles og iverksettes nye og kvalitativt forskjellige tiltak for å rekruttere flere jenter til matematikkfaget. Det bør vurderes om tiltak bør settes inn tidlig, allerede på mellomtrinnet, da forskning viser at mange jenter begynner å miste interessen for matematikk når de er i denne alderen.

#### **4 Matematikk i Norge, Sverige, Finland, Danmark, Island, Nederland, Tyskland**

I arbeidet med faggjennomgangen av matematikkfagene vil vi se på hvordan faget er bygd opp i noen andre land. Det kan gi oss innspill til nye ideer og forslag til nærmere studier innenfor våre egne matematikkfag. Vi har valgt seks land i tillegg til Norge i denne sammenlikningen. Hovedtyngden av opplysningene har vi fått ved studier av landene i «TIMSS 2011 Encyclopedia» (Mullis, Martin, Minnich, et al., 2012), fra foredrag 17. mars 2014 med nordiske representanter og noe epostkorrespondanse med disse i etterkant. Begrunnelsene for valg av land i denne sammenlikningen er at det er relevant å se til våre naboland. De nordiske landene har mange kulturelle og strukturelle likheter (Hansen, 2014). Island (Ministry of Education, 2012, 2014) er valgt fordi de har en nivåmodell i matematikk på videregående skole. Nederland (Case, 2005; Van den Heuvel-Panhuizen & Wijers, 2005) og Tyskland (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, 2007) er valgt fordi Nederland er nummer fire av OECD-landene i PISA-testen (OECD, 2013), og både Tyskland og Nederland ligger foran Norge i TIMSS 2011 (Mullis, Martin, Foy, et al., 2012).

Vi har valgt ut noen parametere som vi mener er viktige å ta hensyn til ved sammenlikning av matematikkfaget i ulike land. Det er:

- Skolestart, antall år med obligatorisk skolegang og andelen private/offentlige skoler
- Antall år med «felleskole» og felles matematikkfag
- Overgang fra yrkesfag og til allmenne fag og studiekompetanse i videregående opplæring
- Læreplan eller fagplan, beskrivelser av læringsutbyttet
- Når starter elevene med algebra
- Er matematikk i videregående opplæring bygd opp av nivåer eller ulike retninger?
- Uketimer / prosent av skoletiden til matematikk
- Plassering i internasjonale undersøkelser
- Bruk av faglærere/klasselærere

## 4.1 Skolestart, antall år med obligatorisk skolegang og andel private/offentlige skoler

### **Norge:**

Norske barn starter på skolen det året de fyller seks år. I Norge er det 10 års obligatorisk skolegang som er delt inn i barnetrinn fra 1. – 7. trinn og ungdomstrinn fra 8. – 10. trinn. 98 % av elevene går på offentlige skoler i Norge.

### **Nederland:**

Nederlandske barn starter på skolen måneden etter at de har fylt fem år (frivillig fra fire år). Skolen er obligatorisk til elevene fyller 16 eller 18 år avhengig av hvilken retning som velges på videregående utdanning. Skolen deles inn i Primary school (Kindergarten 1 og 2 + 1.-6. klasse) fram til elevene er 12 år. Deretter går de over i Secondary School. Nederland har et stort innslag av private skoler. Rundt to tredeler av skolene er private.

### **Tyskland:**

Tyske barn starter på skolen det året de fyller seks år. Barneskolen (Grundschule) varer i fire år, deretter velger elevene differensierte løp. Antall år med obligatorisk skolegang avhenger av hva slags videregående utdanning elevene velger (femårig, seksårig, niårig). Kun 8 % av tyske elever går på private skoler.

### **Island:**

Island har tiårig obligatorisk grunnskole som starter det året barnet fyller seks år. Med vanlig studieprogresjon innebærer det at elevene starter på videregående skole i løpet av det året de fyller 16 år. Det er svært få private eller frittstående skoler på Island. Cirka 1 % av skolene på Island er ikke i offentlig regi.

### **Sverige:**

Svenske barn begynner på skolen det året de fyller sju år. Det er gratis tilbud i førskoleklasse til alle 6-åringene. Sverige har 9-årig obligatorisk grunnskole. De senere årene har andelen elever på privatskoler økt og i 2011 gikk 13 % av svenske elever på privatskoler.

### **Finland:**

Finske barn begynner på skolen det året de fyller sju år. Det er obligatorisk grunnskole i ni år, og todelingen i barnetrinn og ungdomstrinn er fjernet. Et 10. år i grunnskolen er frivillig, men få benytter seg av det. Det er svært få privatskoler i Finland. I 2009 gikk under 3 % av finske elever på privatskoler.

### **Danmark:**

Danske elever begynner på skolen som seksåringene og går først ett år på førskole, deretter ni år på folkeskolen. Et tiende skoleår er frivillig, men i 2011 tok 55 % av elevene et 10. år enten på folkeskolen eller i privat regi. I Danmark øker andelen private skoler. I 2011 var 20 % av grunnskolene private, men de er ganske små, så kun 14 % av elevene går på private skoler.



### **Oppsummering:**

Skolestart er fem år for nederlandske barn, seks år for norske, danske islandske og tyske barn og sju år for svenske og finske barn. De nordiske landene har ni/ti år obligatorisk skolegang, mens antall obligatoriske år avhenger av valg videre i 10- eller 12- års alderen i Tyskland og Nederland. Norge, Island, Finland og Tyskland har få private skoler. Nederland har mange privatskoler og Sverige og Danmark har et økende antall privatskoler.

## **4.2 Antall år med «felleskole» og felles matematikkfag**

### **Norge:**

Alle norske elever går på den samme grunnskolen til de er 16 år. De undervises etter den samme læreplanen i matematikk. Etter endt grunnskole har alle rett til tre års videregående utdanning. De kan velge mellom studieforbereende eller yrkesfaglige utdanningsprogrammer. På yrkesfaglige utdanningsprogrammer har elevene matematikk ett år, mens på studieforbereende utdanningsprogrammer er matematikk obligatorisk i to år. Elever på studieforbereende utdanningsprogram har et mer omfattende matematikkfag det første året enn elever på yrkesfaglige utdanningsprogrammer.

### **Nederland:**

Nederlandske elever går på felles barneskole (Primary school) til de er 12 år. Da velger de videregående utdanning. De to første årene av videregående skole er felles for alle elever (Basic Secondary). Etter to år velger de ulike retninger. Det er tre valg: Yrkesforberedende VMBO, Allmennfaglig HAVO eller Universitetsforberedende VWO. På VWO er matematikk obligatorisk til elevene fyller 18 år.

### **Tyskland:**

Alle tyske elever går på saarneskole (Grundschule), men velger mellom tre ulike retninger av videregående skoler når de er ti år. De tre ulike retningene er Hauptschulbildungsgang (basic general education), Realschulbildungsgang (extensive general education) eller Gymnasialer Bildungsgang (Intensified general education). Videregående skole opp til 10. trinn kalles Sekundarstufe 1, og her er matematikk obligatorisk. Alle elevene i Gymnasiet (sekundarstufe II) må ha matematikk, men de må ikke velge det som Abiturfag. Abitur er studenteksamen.

### **Island:**

Island har en 10-årig obligatorisk grunnskole som har felles matematikk for alle elever. Differensieringen eller valg av nivå starter ikke før elevene begynner på videregående skole. Den islandske videregående skolen består av *menntaskóla* (gymnasiet, som gir kvalifisering til universitets- og høgskolestudier) og *starfsmenntaskola* (som er yrkes-/erhvervsutdannelser). De fleste videregående skolene tilbyr både *menntaskóla* og noen – eller flere – programmer innenfor *starfsmenntaskola*.

### **Sverige:**

Den obligatoriske grunnskolen varer i ni år og er felles for alle elever. Læreplanen i matematikk er den samme for alle. På videregående skole kan elevene velge matematikk på spor A, spor B og spor C avhengig av programmet de går på.



**Finland:**

Den obligatoriske grunnskolen er felles for alle elever og varer i ni år. Læreplanen i matematikk er den samme for alle. Videregående utdanning er enten yrkesutdanning eller gymnas. Begge typer videregående utdanning ender opp i eksamener som gir mulighet til høyere utdanning (Matriculation examination og vocational upper-secondary qualification examination).

På gymnaset kan elevene velge mellom «kort matematikk» og «lang matematikk». Lang matematikk består av minst ti obligatoriske kurs, mens kort matematikk består av minst syv. Kursene skal velges over tre år, men det kan variere mellom skoler og elever hvordan dette fordeles. Alle har matematikk hvert år i de tre årene. På yrkesutdanning varierer omfanget av matematikk på de ulike linjene.

**Danmark:**

Danmark har en felles niårig folkeskole for alle elever med felles læreplan i matematikk (Undervisningsministeriet, 2009). Videregående opplæring deles inn i erhvervsutdanning (yrkesfaglige utdanningsprogrammer) og gymnasial utdanning (studieforberedende utdanningsprogrammer). På gymnaset kan elevene velge mellom STX (studenteksamen), HHX (handelsgymnasiet) eller HTX (høyere teknisk utdanning) der matematikken er organisert på tre nivåer: A-nivå, B-nivå og C-nivå (Undervisningsministeriet, 2010). Alle elever må ha ett år med matematikk i gymnaset. HTX har to år obligatorisk matematikk (B-nivå). Ett år med matematikk er C-nivå, to år er B-nivå og tre år er A-nivå.

**Oppsummering:** De nordiske landene har fellesskole i ni eller ti år. Elevene følger samme læreplan i matematikk. Danmark og Finland har et tilbud om et ekstra år etter grunnskolen. På videregående skole velges ulike retninger og ulike nivåer på matematikken. Nederland og Tyskland skiller seg fra de nordiske landene ved at elevene velger retninger tidligere enn nordiske elever, og dette betyr også ulike nivåer og retninger på matematikkursene. I Nederland velger elevene videregående skole når de er 12 år, og i de fleste tyske bundesland velger elevene videregående skole når de er ti år.

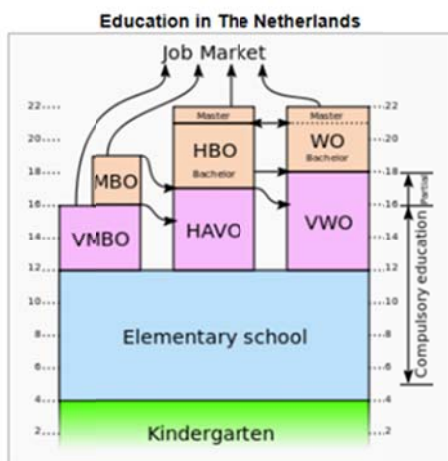
### 4.3 Overgang fra yrkesfag og til allmenne fag og studiekompetanse i videregående opplæring/overgang mellom ulike studieretninger

**Norge:**

Norske elever som har valgt yrkesfaglige utdanningsprogrammer, kan ta påbygging til generell studiekompetanse det tredje året (Vg3). Elevene må da ta et ekstra matematikkurs, og de fleste har valgt den enkleste matematikken (praktisk matematikk eller læreplan 2P-Y).

**Nederland:**

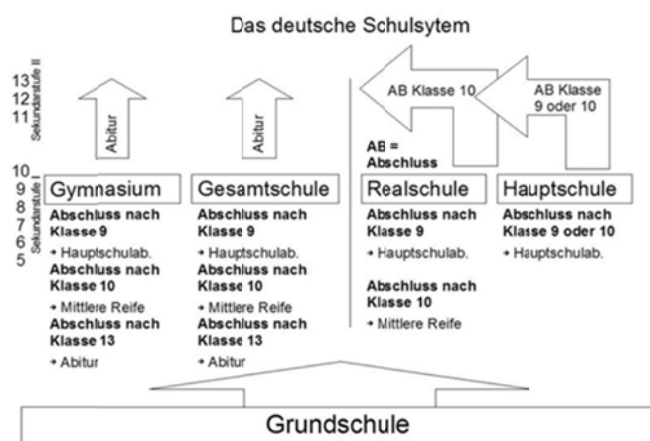
Nederlandske elever som har startet videregående opplæring i VMBO (yrkesforberedende), kan gå over til HAVO. Det vil kreve ett år ekstra skolegang. På samme måte kan elever som har valgt HAVO (allmennfaglig, høyskoleforberedende) gå over til VWO (universitetsforberedende) ved å ta ett år ekstra (se figur 4.1).



Figur 4.1: Utdanningsystemet i Nederland (Education in the Netherlands, 2014).

### Tyskland:

Også elever i den tyske videregående skolen kan bytte utdanning fra yrkesfaglig til mer teoretisk retning (se figur 4.2).



Figur 4.2: Utdanningsystemet i Tyskland (Skolesystemet i Tyskland, 2014).

### Island:

For å skaffe seg yrkeskompetanse er det tilstrekkelig med kompetanse på nivå 2 i de fleste fag.

For å skaffe seg kompetanse til å studere ved universitetet, kan de bygge videre fra nivå 2, og for de fleste kursene på universitetet er det tilstrekkelig med fagnivå 3. I midlertid er det noen krav til fordypning i matematikk for å studere ved tekniske og naturfaglige linjer.

Hvert matematikkurs i den videregående skolen gir et bestemt antall «credits» eller poeng. Noen inntakskrav:

- Ingeniørutdanning krever 24 poeng i matematikk.
- Universitetsstudier i matematikk/fysikk/kjemi krever 21 poeng i matematikk.

Som en sammenligning er kravet til matematikk i en yrkesutdanning fire poeng som nås etter nivå 2.

### **Sverige:**

Elever som vil bytte gymnasieprogram må begynne fra første år i videregående utdanning - uansett om det er fra yrkesprogram til høgskoleforberedende program eller motsatt, eller fra et yrkes- høgskoleforberedende program til et annet.

### **Finland:**

Både yrkesfaglige og studieforberedende retninger i videregående utdanning gir muligheter til å velge høyere utdanning i Finland.

### **Danmark:**

Det er mulig å bygge ut C-nivået i matematikk til både B- eller A-nivå.

### **Oppsummering:**

De ulike landene har overgangsmuligheter mellom yrkesfaglige og studieforberedende utdanningsprogrammer, men det er få likheter mellom landene når det gjelder disse overgangene.

## **4.4 Fagplan/læreplan, beskrivelser av læringsutbyttet**

### **Norge:**

I Norge har læreplanen i matematikk kompetansemål etter 2., 4., 7. og 10. trinn i grunnskolen og etter hvert år i videregående opplæring. I kompetansemålene er de grunnleggende ferdighetene integrert. Under formål for faget er de tre kompetansene beskrevet: kommunikasjonskompetanse, hjelpemiddelkompetanse og problemløsnings- og modelleringskompetanse. Læreplanen beskriver ikke hvilke metoder eller arbeidsmåter som skal brukes i opplæringen. Kompetansemålene er lite detaljerte når det gjelder innhold, og må dermed tolkes.

### **Nederland:**

I Nederland beskrives matematikkplanen i Primary school og Basic Secondary School med kjernemål (kerndoelen). I Basic Secondary School er det ni kjernemål innenfor matematiske områder som tall, målinger, algebra og funksjoner, geometri og statistikk, men det er også tre kjernemål innenfor språk og kommunikasjon, argumentasjon i matematikk og bruk av matematikk i praktisk problemløsning. I siste del av den videregående skolen har ikke læreplanen kjernemål.

### **Tyskland:**

Tyske matematikkplaner skiller mellom prosessbaserte kompetanser og innholdsbaserte kompetanser. I prosessbaserte kompetanser inngår argumentasjon, kommunikasjon,

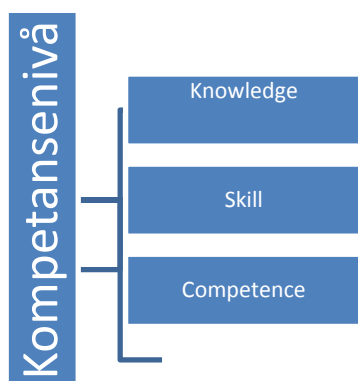
problemløsning, modellering og bruk av hjelpemidler. I de innholdsbaserte kompetansene inngår aritmetikk, algebra, funksjoner, geometri og statistikk, kombinatorikk og sannsynlighetsregning. I videregående opplæring er det liten forskjell på de prosessbaserte kompetansene i de ulike utdanningsretningene. Forskjellene på de ulike retningene ligger i de innholdsbaserte kompetansene der det er ulik grad av fordypning og ulike temaer.

### Island:

Island har kompetansemål etter 4., 7. og 10. trinn i grunnskolen. De er delt inn i totalt sju kategorier, der tre er generelle kategorier, mens fire stiller kompetansekrav i ulike matematikkemner. I videregående skole brukes begrepet kompetansenivå, og i matematikk fins det fire ulike nivåer.

På hvert enkelt kompetansenivå i videregående skole er det bestemte krav til kunnskap (*knowledge*) og ferdigheter (*skills*). Dette gir da til sammen en form for kompetanse som det er forventet at studenten skal tilfredsstille når han/hun har bestått dette nivået:

Modell:



Figur 4.3: Kompetansenivåer i videregående opplæring på Island.

### Sverige:

I Sverige deles fagplanene inn i Centralt innhold og Kunnskapskrav i årskurs 1-3, årskurs 4-6 og årskurs 7-9. «Motiv för matematikemnet», «syfte og mål» og «långsiktiga frågor» er overbygningen til sentralt innhold og kunnskapskrav. På gymnasiet er det en tilsvarende beskrivelse av hvert emne.

### Finland:

Læreplanene i Finland skal endres fra 2016. I forslaget til endring har planen med overordnede kompetanser som å lære å lære, å arbeide, holdninger, kunnskaper, ferdigheter og problemløsning. Hovedområdene er de tradisjonelle områdene med et tillegg av tankestrategier/ferdigheter (*thinking skills*).

### Danmark:

Danmark har kompetansemål (siden 2003). Det er trinnmål etter 3., 6. og 9. trinn, og det er en inndeling i kompetanser, matematiske emner, matematikk i bruk og matematiske arbeidsmåter på hvert trinn. En påfølgende leseplan utdyper kompetansemålene. I tillegg til

kompetansemålene inneholder fagplanene i videregående opplæring en oversikt over kjernestoff og supplerende stoff.

### **Oppsummering:**

Læreplanene i Finland skal endres fra 2016. I Danmark skal det bli en ny folkeskolereform fra skoleåret 2014-2015, mens Sverige hadde sin reform i 2011. Norge, Danmark, Island og Tyskland har kompetansemål. Nederland har kjernemål fram til og med de to første årene av videregående opplæring. Sverige har ikke kompetansemål, men «emnesplaner med centralt innhåll», mens Norge har kompetansemål og ikke innholdsmål. For eksempel er et «centralt innhåll» i årstrinn 1-3 i Sverige *Matematiska likheter och likhetstecknets betydelse* (Skolverket, 2011). I Norge er de tre kompetansene problemløsnings- og modelleringskompetanse, kommunikasjonskompetanse og hjelpemiddelkompetanse integrert i kompetansemålene sammen med de grunnleggende ferdighetene. I Sverige er problemløsning et eget hovedområde. De andre landene har spesifisert disse kompetansene ved en utdyping (Danmark), inndeling i innholdsbaserte og prosessbaserte kompetanser (Tyskland) og egne kjernemål som går direkte på de tre kompetansene (Nederland). Dette er viktige kompetanser for det 21. århundret (Center for Curriculum redesign, 2013).

Vi foreslår å tydeliggjøre problemløsnings- og modelleringskompetanse, kommunikasjonskompetanse og hjelpemiddelkompetanse i fellesfaget matematikk i den norske læreplanen. I kapittel 6 vil vi også foreslå å vurdere en modell med kjernestoff og tilvalgsstoff i læreplanen.

## **4.5 Når starter elevene med algebra?**

I internasjonale undersøkelser presterer norske elever svakt i algebra. Det kan derfor være interessant å se når land som gjør det bedre enn oss i TIMSS, og de andre nordiske landene starter med algebra.

### **Norge:**

På 1.-4. trinn ligger prealgebra innenfor hovedområdet Tal. På 5.-7. trinn heter et av hovedområdene Tal og algebra. I revisjonen av læreplanen i matematikk i 2013 ble følgende kompetansemål lagt til under Tal og algebra etter 7. trinn: «Eleven skal kunne stille opp og løse enkle likninger, og løse opp og rekne med parenteser i addisjon, subtraksjon og multiplikasjon av tal». Algebraundervisningen ble også styrket ved at kompetansemålet «bruke matematiske symbol og uttrykksmåtar for å uttrykke matematiske samanhengar i oppgaveløysing» ble lagt til under hovedområdet Tal etter 4. trinn. Hovedtyngden av algebra i grunnskolen ligger på ungdomstrinnet med kompetansemål i hovedområdet Tal og algebra etter 10. trinn.

### **Nederland:**

I de to første årene i videregående skole (12-14 år) er algebra og funksjoner et kjernemål. Der skal elevene forstå sammenhengen mellom tall og variabler, og kunne bruke enkle notasjoner og formler for å forstå denne sammenhengen. Men allerede på barnetrinnet er et av kjernemålene at elevene skal lære å bruke matematisk språk.

**Tyskland:**

Algebra er tema i Sekundarstufe 1 (første del av videregående skole). Forskjellen mellom Gymnasialer Bildungsgang og Realschule/Hauptschule er at elevene på gymnaset skal utvikle kompetansen raskere enn de to andre utdanningsveiene, og dermed også få mer fordypning i faget.

**Island:**

Algebra er en av de fire kategorier som har mål for hvert av de tre aldersnivåene. Det vil si allerede etter 4. trinn blir elevene vurdert i forhold til mål i algebra. Eleven skal blant annet være i stand til følgende:

- Regne med naturlige tall (rekkefølge og størrelse) og kjenne til desimalsystemet.
- Bruke de fire regneartene.
- Kunne løse enkle likninger og, gjerne ved hjelp av ulike konkrete, kunne begrunne svarene sine.
- Bruke ulike matematiske representasjoner.

**Sverige:**

Sentralt innhold i matematikkplanen blir beskrevet for seks ulike temaer hvorav algebra er ett av dem. Allerede på trinn 1-3 skal elevene se betydningen av likhetstegnet og se hvordan tallfølger og geometriske mønstre kan konstrueres, beskrives og uttrykkes. På mellomtrinnet skal elevene arbeide med enkle likninger og bruke symboler for ukjente tall samtidig som arbeid med mønstre fortsetter. På ungdomstrinnet fortsetter algebraen på mer tradisjonelt vis.

**Finland:**

I den nåværende planen i matematikk er algebra et kjerneområde på de to første klassetrinnene. Temaene er identifisering av mønstre, forhold og bildemessige sammenhenger og enkle tallfølger. På 3.–5. trinn er algebraiske uttrykk og løsning av enkle likninger og ulikheter temaer. På 7.–9.- trinn er likninger, polynomuttrykk, likninger, formulering av tallfølger og eksponentielle uttrykk blant temaene.

**Danmark:**

Det ene matematikkemnet etter 3. trinn heter Tal og algebra, og her skal elevene arbeide med tallfølger og figurtall. Etter 6. trinn inneholder matematikkemnet Tal og algebra eksempler på bruk av variabler i formler, funksjoner og enkle likninger. Elevene skal også løse enkle likninger med uformelle metoder.

**Oppsummering:**

Prealgebra som tallmønstre og geometriske mønstre vektlegges på hele barnetrinnet i de nordiske landene. Det varierer når elevene starter med algebra i de ulike landene.

## 4.6 Er matematikk i videregående opplæring bygd opp av nivåer eller ulike retninger?

**Norge:**

I Norge har vi flere ulike matematikkfag, både obligatoriske fellesfag og valgfrie fag. Fagene

har ikke en struktur basert på nivåer, men er knyttet til praktisk (P), teoretisk (T), realfaglig (R) og samfunnsfaglig (S) retning.

På studieforberedende utdanningsprogrammer er det obligatorisk med matematikk i to år på Vg1 og Vg2. På Vg1 skal alle elever ha fellesfag matematikk på 140 timer. De kan velge mellom praktisk matematikk (1P) eller teoretisk matematikk (1T).

På Vg2 skal eleven velge ett matematikkfag. De kan velge mellom fire ulike fag:

- praktisk matematikk (2P), 84 timer
- teoretisk matematikk (2T), 84 timer
- samfunnsfaglig programfag i matematikk (S1), 140 timer
- realfaglig programfag i matematikk (R1), 140 timer

På Vg3 kan elevene velge programfag i matematikk. De kan velge mellom

- samfunnsfaglig programfag i matematikk (S2), 140 timer
- realfaglig programfag i matematikk (R2), 140 timer

R-matematikken bygger på T-matematikken, og R2 bygger på R1. S-matematikk kan bygge både på P- og T-matematikk, og S2 bygger på S1.

På yrkesfaglige utdanningsprogrammer er det obligatorisk med 84 timer matematikk i et år. Elevene kan velge mellom praktisk matematikk (1P-Y) og teoretisk matematikk (1T-Y).

Se figur 2.1 for struktur av matematikkfaget i grunnopplæringen.

### **Nederland:**

På Upper Secondary (fra 14 år) på VWO (universitetsforberedende) har elevene fire ulike retninger i matematikkurs de kan velge:

Matematikk A: mye statistikk og sannsynlighet, noe analyse (inkludert derivasjon), ingen geometri.

Matematikk B: analyse (også integrasjon), geometri, trigonometri. Denne matematikken trengs i naturvitenskapene. I tillegg kan elevene velge et ekstra kurs som heter Matematikk D.

Matematikk C: relativt nytt kurs som bare er for retningen kultur og samfunn. Det er en «light»-versjon av matematikken.

Elevene på Kultur og Samfunn anbefales Matematikk C, men kan velge Matematikk A og B i stedet. Matematikk er ikke obligatorisk.

Elevene på Økonomi og Samfunn anbefales Matematikk A, men man kan velge Matematikk B

Elevene på Natur og Helse kan velge Matematikk A eller Matematikk B.

Elevene på Natur og Teknikk må velge Matematikk B og kan også velge Matematikk D.

Allmennfaglig utdanning HAVO har et annet nivå enn VWO i matematikk, men innholdet er det samme. For elevene som her velger Kultur og Samfunn, er ikke matematikk obligatorisk.

### **Tyskland**

I Sekundarstufe II (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-



Westfalen, 2007) på Gynasialer Bildungsgang kalles kursene Grundkurs og Leistungskurs (fordypningskurs). De prosessbaserte kompetansene er de samme for kursene, men de innholdsbaserte kompetansene er ulike. Elevene fordypet seg mer i Leistungskursene, og de har noen flere kompetanser. Hovedområdene er de samme. Matematikk kan være et Abiturfag, men må ikke være det. Men alle elevene må velge matematikk Elevene som går i Gymnasiet må velge fire Abiturfag hvorav to skal være Grundkurs og to Leistungskurs.

### **Island**

Matematikken i videregående skole på Island er inndelt i nivåer, totalt fire. Elevene kan ta eksamen på et bestemt nivå (kvalifiseringsnivå), men skal ha mulighet å bygge på til et høyere nivå. På hvert nivå, i hvert emneområde, er det spesifikke kompetansekrav som elevene skal tilfredsstille.

Emnene «Tall og algebra» og «Geometri» er to gjennomgående emner som har kompetansekrav på alle fire nivåene.

Det er ulike krav til nivå i matematikk relatert til sluttkompetanse (for eksempel yrkeskompetanse, studiekompetanse eller annen spesialisering):

Nivå 1 representerer en «myk» overgang mellom grunnskole og videregående skole, og elever har mulighet til å starte direkte på nivå 2.

Nivå 2 tilfredsstillt kravet til en yrkesutdanning.

Nivå 4 er et nivå for studier ved universiteter og høyskoler, og det oppfattes som en form for «påbygging» på nivå 3. Enkelte kurs på nivå 4 overlapper kurs på universitetsnivå.

Det som er interessant å legge merke til, er at elever som jobber på et hovednivå kan velge seg noen få emner som ligger på nivået høyere. Dette gir muligheter til en fordypning eller spesialisering.

### **Sverige:**

I Sverige er matematikk delt inn i ulike Spor. Spor A er på yrkesprogrammene og inneholder to kurs 1a og 2a. Spor B gis på studieforbereende programmer som samfunnsfaglig program, økonomisk program, humanistiske fag. Det består av 1b, 2b og 3b og går over to år. Spor C er beregnet på naturvitenskapelige og tekniske retninger. Det består av 1c, 2c og 3c. Sporene er knyttet til programmet, men det er mulig for en elev med matematikk 1a og matematikk 2a å starte på 3b. Det er et visst innhold som må kompletteres, men det gjøres innenfor kurset 3b.

### **Finland:**

Finske elever kan både ta studieforbereende og yrkesfaglige kurs i videregående skole. I tillegg åpner den for at elever kan bruke kortere tid enn normalt på å fullføre skolen ettersom emnene ikke er årsspesifikke. Planene i Finland er i endring, og ny læreplan skal settes i verk i 2016.

### **Danmark:**

Matematikkfaget har tre nivåer i gymnasiet.

Et allmenndannende C-nivå (1 år) som skal gi alle elever bedre muligheter for å forstå og forholde seg til problemstillinger fra andre fag, fra samfunnsdebatter, fra omverden og i

private sammenhenger.

Et B-nivå (2 år) med hovedvekt på modellering og bruk av matematikk. Eleven skal oppnå kompetanse til å gjennomføre videre utdanninger der matematikk inngår.

Et A-nivå (3 år) der det arbeides med modellering og problembehandling og med matematisk teori og metode. Dette skal gi elevene mulighet til å oppnå kompetanser for å gjennomføre lengre matematikkfaglige utdanninger.

### Oppsummering:

Norge har ingen nivåinndeling, men ulike retninger i matematikken i videregående opplæring. Island har nivådeling av matematikken i fire nivåer og Danmark i tre nivåer. I de andre landene er det inndeling i ulike retninger og nivåer

## 4.7 Uketimer/prosent av skoletiden til matematikk

Tabell 4.1 viser hvor mange timer og hvor stor andel av det totale timetallet som brukes i Norge, Sverige, Finland, Danmark, Nederland og Tyskland til opplæring i matematikk. Tallene er hentet fra TIMSS 2011. Ikke alle land har deltatt på alle trinn.

Tabell 4.1: Timer til opplæring i matematikk av totalt antall timer (også angitt i prosent) på 4. og 8. trinn. Tall fra TIMSS 2011.

Land	4.trinn		8.trinn	
Norge	157/817	19,2 %	125/880	14,2 %
Sverige	138/849	16,3 %	97/969	10 %
Finland	139/779	17,8 %	105/934	11,2 %
Danmark	124/863	14,4 %		
Island	*)		*)	
Nederland	195/1074	18,2 %		
Tyskland	163/863	18,9 %		

\*) Island deltok ikke på TIMSS 2011

Timetallet som er oppgitt i TIMSS, avviker noe fra gjeldende timetall (Udir-1-2014) i matematikk i Norge. Tabell 4.2 viser oppdaterte tall for hvor stor andel av timene som går til opplæring i matematikk i skoleåret 2013/2014. Totalt timetall for barnetrinnet oppgis for 1.-7.trinn, mens timetallet i matematikk er oppgitt for 1.-4.trinn og 5.-7.trinn. Det totale timetallet på ungdomstrinnet er økt som følge av innføringen av valgfag.

Tabell 4.2 Timer til opplæring i matematikk i grunnskolen i Norge, skoleåret 2013-2014

Fag/trinn	1-4	5.-7	1-7	8.-10	Totalt timetall i matematikk
Matematikk Timer på hovedtrinn	560	328	888	313	1201 (totalt 7856)
Gjennomsnitt Timer pr uke	3,7	2,9		2,7	
Totalt timetall	5234			2 622	
Matematikk i prosent av totalt timetall			17 %	11,9 %	15,3 %

Tabell 4.3 viser hvor mange minutter matematikk elevene på Island har i løpet av grunnskolen. Verdiene viser totalt timetall for hver av de tre aldersperiodene.

Eks: Elevene på 5.-7. trinn har 600 min/uke eller 10 klokketimer/uke fordelt over tre år.

Tabell 4.3: Totalt antall timer matematikk på de ulike hovedtrinnene på Island.

Årstrinn	1-4. trinn	5.-7. trinn	8.-10. trinn	Totalt	Prosent av totalt timetall over 10 år
Matematikk	800 min/uke	600 min/uke	600 min/uke	2000 min/uke	14,88 %

Vi ser at matematikk utgjør 14,88 % av det totale undervisningstimetallet i grunnskolen på Island.

Vi må ikke bare se på andelen timer i prosent som brukes til matematikk. Antallet timer til opplæring i matematikk er også interessant. Norge har et høyt timetall sammenlignet med de nordiske landene, men det er et stykke fram til timetallet i matematikk i Nederland.

#### Oppsummering:

Tabellen over timer brukt til opplæring i matematikk er ikke fullstendig fordi ikke alle landene har deltatt i alle undersøkelsene der timetallet er hentet fra. Men det er viktig å ikke bare se på hvor stor prosent av totalt timetall matematikken utgjør. Norge har for eksempel høyest prosent timer i matematikk av totalt timetall på 4. trinn, mens Nederland har mange flere matematikktimer. Elever i Norge har i Kunnskapsløftet fått økt timetall de fire første årene, mens ikke på de øvrige trinnene i grunnskolen.

#### 4.8 Resultater i internasjonale undersøkelser.

Tabell 4.4 viser resultatene til Norge og de landene vi har sammenlignet med i denne rapporten i undersøkelsene fra TIMSS, PISA (se kapittel 3) og TIMSS Advanced (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010). OECD-gjennomsnittet i PISA 2012 var 494.

Tabell 4.4: Resultater fra TIMSS og PISA.

Land	TIMMS 2011, 4.trinn	TIMSS 2011, 8. trinn	PISA 2012	TIMSS Advanced
Norge	495	475	489	439
Sverige	504	484	478	412
Finland	545	514	519	
Danmark	537		500	
Island			493	
Nederland	540		523	552
Tyskland	528		514	

## **Bruk av faglærere/klasselærere:**

Med faglærere menes lærere som har fordypning i matematikk tilsvarende kompetansekrav i det gjeldende landet. Klasselæreren er en lærer som underviser i de fleste fagene uten spesiell fordypning utover det som kreves i utdanningen. Ofte er dette tidligere allmennlærere som er klassestyrere i klassen.

### **Norge:**

På barnetrinnet i Norge brukes i stor utstrekning klasselæreren som matematikklærer. Nyutdannede grunnskolelærere for 1.-7. trinn har alle 30 studiepoeng matematikk i utdanningen, og en del har også valgt 30 studiepoeng påbygging i matematikk. Det fins skoler som bruker faglærere på mellomtrinnet, men det er ikke det vanlige. På ungdomstrinnet brukes faglærere. De som er utdannet etter 2008 og underviser i matematikk, har 60 studiepoeng i faget.

### **Nederland:**

På barnetrinnet (primary school) undervises ikke elevene av faglærere i matematikk. En barneskolelærer kan undervise i alle fag. På videregående opplæring (secondary school) er alle lærerne fagspesialiserte.

### **Tyskland:**

På barnetrinnet underviser klasselæreren i alle fag, og det er ikke faglærere. På videregående opplæring (fra 10 år) undervises elevene av spesialiserte faglærere.

### **Sverige:**

Lærerne på barnetrinnet (lågstadielærere og mellomstadielærere) underviser i alle fag. En del lærere har en tidligere utdanning, grunnskolelærerutdanning for 1.-7. trinn med innretning på matematikk og naturfag. På ungdomstrinnet og gymnasiet underviser faglærere som har universitetskurser i matematikk.

### **Finland:**

Fra 1.-6. trinn er det klasselæreren som underviser i matematikk. 10 % av dem har spesialisering i matematikk. På 7. – 9. trinn har Finland spesialiserte faglærere. Lærerutdanningen i Finland er masterutdanning.

### **Danmark:**

Danmark er i ferd med å innføre faglærere både på barnetrinnet og ungdomstrinnet. Dette er en del av en prosess, folkeskolereformen, som skal være ferdig senest 2020.

### **Island:**

Fra og med 2011 kreves det at lærere må ha en 5-årig utdanning på mastergradsnivå for å tilsettes i skolen. Det er muligheter for en viss grad av spesialisering innenfor dette mastergradsløpet. Stort sett har elevene klasselærere i årskurs 1-7 og faglærere i årskursene 8-10.

### **Oppsummering:**

Ut fra opplysningene ovenfor brukes faglærere med fordypning i matematikk fra ungdomstrinnet og oppover. Vi kan ikke si noe om hvorvidt det er et tilstrekkelig antall lærere

med ønsket fordypning, og hva slags fordypning de har. På barnetrinnet undervises elevene i stor grad ikke av egne faglærere med fordypning i matematikk.

#### 4.9 Oppsummering

Sammenligningen viser en hovedforskjell mellom de nordiske landene og Tyskland og Nederland. I disse to landene er fellesskolen kortere enn i Norden. Elevene må ta et valg om spesialisering når de er 10 år (Tyskland) og 12 år (Nederland). Fellesskolen med samme læreplan for alle i ni og/eller ti år står sterkt i Norden. Ved å se på læreplanene, både når det gjelder algebra og de andre matematikkfaglige temaene, finner vi ikke store forskjeller. Men Tyskland, Nederland og Danmark har en tydeligere beskrivelse av kompetanser som angir kommunikasjon, språk og problemløsning. I Tyskland kalles disse for prosessbaserte kompetanser, i Nederland kjernemål innenfor språk, kommunikasjon, problemløsning og argumentasjon. I danske læreplaner er det en inndeling i matematiske emner, kompetanser, matematikk i bruk og matematiske arbeidsmåter. I Norge presenteres de tre kompetansene problemløsnings- og modelleringskompetanse, kommunikasjonskompetanse og hjelpemiddelkompetanse under *Formål med faget*. Gruppen stiller spørsmål ved om disse kompetansene er tydelig nok integrert i kompetansemålene for hvert trinn, og foreslår en gjennomgang av kompetansemålene for å tydeliggjøre disse kompetansene. De fleste landene har en komplisert struktur med ulike retninger på matematikken i videregående utdanning. I kapittel 5.3 foreslår vi et nivåbasert matematikktilbud i videregående opplæring i Norge.

Danmark har et interessant tillegg til sine kompetansemål på videregående skole. I tillegg blir kjernestoff og supplerende stoff angitt. Arbeidsgruppen mener en slik oppdeling kan hjelpe lærere og elever til en riktigere progresjon i byggesteinsfaget matematikk (jamfør Botten-Verboven (2010)).

#### 4.10 Forslag fra arbeidsgruppen:

Forslag 6: Tydeliggjøre problemløsnings- og modelleringskompetanse, kommunikasjonskompetanse og hjelpemiddelkompetanse i fellesfaget matematikk i den norske læreplanen.

### 5 Innholdet i matematikkfaget

Formålet i læreplanen for matematikk viser til matematikken som et allmenndannende fag og en del av vår kulturarv. Videre understreker det matematikkens betydning på mange fagområder (redskapsfag) og som en forutsetning for å drifte og utvikle et moderne teknologisk samfunn. I tillegg peker formålet på at problemløsning og modellering er sentralt i faget. Kommunikasjon vektlegges for å understreke betydningen av de grunnleggende ferdighetene i faget. Elevenes forutsetninger trekkes ikke inn, men det er et overordnet mål at opplæringen skal tilpasses den enkelte elev (LK06).

Matematikkfaget har følgende læreplaner:

- Matematikk fellesfag, som omfatter 1. trinn til Vg1 – praktisk (1P) eller teoretisk (1T) på Vg1.
- Matematikk 2P og 2T - valgfritt fellesfag; praktisk (P) eller teoretisk (T).
- Matematikk fellesfag 2P-Y og 2T-Y – Vg3 påbygging på yrkesfaglig utdanningsprogram.
- Matematikk for realfag – programfag.
- Matematikk for samfunnsfag – programfag.
- Matematikk X – programfag.

Figur 2.1 viser det samlede fagtilbudet.

Hver læreplan starter med en beskrivelse av formålet for faget. Læreplanen beskriver videre fagets hovedområder og grunnleggende ferdigheter i faget. Det er gitt kompetansemål for hvert av hovedområdene der de grunnleggende ferdighetene er integrert. Hver læreplan angir også timetall og retningslinjer for sluttvurderingen (Utdanningsdirektoratet, 2006c). Læreplanene gir ingen føringer om hvilke arbeidsmåter eller metoder læreren skal bruke i opplæringen.

Kompetansemålene gir rom for tolkning, og det forutsettes lokalt læreplanarbeid. Det er utarbeidet veiledninger til det lokale arbeidet med læreplanen (Utdanningsdirektoratet, 2013f).

I kapittel 5.1 vil vi se på læreplanen i fellesfaget på 1.-10.trinn, og i kapittel 5.2 vil vi se på læreplanene i fellesfaget matematikk på studieforbereende utdanningsprogrammer, dvs. 1P og 1T, og læreplanen for 2P og 2T. I kapittel 5.3 vil vi ta for oss læreplanen i programfagene i matematikk på studieforbereende utdanningsprogrammer, og i kapittel 5.4 ser vi på læreplanene i fellesfaget matematikk på yrkesfaglige utdanningsprogrammer, dvs. 1P-Y og 1T-Y, og læreplanen for 2P-Y og 2T-Y. I kapittel 5.5 ser vi på grunnleggende ferdigheter i matematikkfaget, i 5.6 tar vi for oss digitale verktøy, og i 5.7 ser vi på eksamen og nasjonale prøver.

Matematikk fellesfag er obligatorisk for alle elever, og etter 10. trinn velger elevene enten studieforbereende utdanningsprogram (og tar 1P eller 1T) eller yrkesfaglig utdanningsprogram (og tar 1P-Y eller 1T-Y).

I videregående opplæring (Vg1-Vg3) var det i skoleåret 2012-2013 199 554 elever. Tabell 5.1 viser elevenes valg. Rundt 53 prosent av elevene på Vg1 valgte yrkesfaglige utdanningsprogrammer. Av disse elevene velger en stor andel Vg3 påbygging til generell studiekompetanse. I tabellen er disse elevene inkludert i Vg3 studieforbereende utdanningsprogram.

Tabell 5.1: Fordelingen av elevene i videregående skole på trinn og utdanningsprogram per 1. oktober 2013 (Utdanningsdirektoratet, 2014).

	<b>Totalt</b>	<b>Yrkesfaglig utdanningsprogram</b>	<b>Studieforberedende utdanningsprogram</b>
Vg1	78 012	40 980	37 032
Vg2	67 028	35 702	31 326
Vg3	54 514	7260	47 254

## 5.1 Læreplanen i fellesfaget matematikk på 1.-10. trinn

I grunnskolen er matematikkfaget strukturert i hovedområder med kompetansemål etter 2., 4., 7. og 10. trinn. På 1.-4. trinn er hovedområdene Tal, Geometri, Måling og Statistikk fordelt på 560 timer (Utdanningsdirektoratet, 2006c). Timetallet er av Utdanningsdirektoratet angitt i enheter på 60 minutter; hvis et fag har et timetall på 140 timer per år, tilsvarer dette fem skoletimer à 45 minutter per uke.

På 5.–7. trinn er hovedområdene Tal og algebra, Geometri, Måling, Statistikk og sannsyn, og timetallet er 328. På 8.–10. trinn er hovedområdene Tal og algebra, Geometri, Måling, Statistikk, sannsyn og kombinatorikk og Funksjonar, og timetallet er 313 (Utdanningsdirektoratet, 2006c).

Elevene får en standpunktarakter etter 10. trinn. Elevene kan også etter 10. trinn trekkes ut til en sentralt gitt skriftlig eksamen og en lokalt gitt muntlig eksamen. Tabell 5.2 viser karakterfordelingen på skriftlig eksamen i 2013 (20 701 elever, tall i prosent).

Tabell 5.2. Prosentvis fordeling av karakterer på skriftlig eksamen på 10. trinn i 2013 (Utdanningsdirektoratet, 2013b).

Karakter på skriftlig eksamen, 10. trinn 2013	1	2	3	4	5	6
Prosent av elevene	12	25	27	22	13	2

Gjennomsnittskarakteren på skriftlig eksamen på 10. trinn våren 2013 var 3,1. Vi ser av tabell 5.2 at 37 % av elevene på 10. trinn fikk karakteren 1 eller 2 på skriftlig eksamen.

Arbeidsgruppen mener dette er bekymringsfullt, og setter spørsmål ved hvordan disse elevene er rustet til å møte matematikk i videregående opplæring. Vi foreslår å gi disse elevene et tilbud om et matematikkurs, der de får arbeide målrettet med grunnleggende begreper, i sommerferien eller etter ordinær skoletid i det første halvåret av videregående opplæring for at de skal oppnå mestring i faget. I TIMSS 2011 lå 49 % av de norske elevene på 8. trinn på lavt eller under lavt kompetansenivå, definert i TIMSS (Grønmo, Borge, & Onstad, 2013).

For å øke utbyttet av matematikkopplæringen bør vi vurdere og prøve ut ulike tiltak, slik det framgår av rapporten *Matematikk for alle* (Botten-Verboven, 2010). Den foreslår å innføre standpunktarakter i matematikk muntlig, og begrunner dette blant annet med: «Gjennom innføringen av en muntlig karakter vil også varierte arbeidsmåter tvinge seg fram for at



læreren skal ha et vurderingsgrunnlag.» Arbeidsgruppen slutter seg til dette og foreslår å innføre standpunkt karakter i matematikk muntlig på 10. trinn.

En utfordring ved dagens organisering av læreplanen er at den er organisert i bolker med kompetansemål etter 2., 4., 7., og 10. trinn. Dette forutsetter at lærere og lokale skolemyndigheter utarbeider lokale læreplaner med mer spesifikke mål på de enkelte trinn. Det er en klar tendens, som vi også skriver i kapittel 2, til at lærestoff som oppfattes som tungt og vanskelig, utsettes så lenge som mulig, og dermed blir det for liten tid til trening og modning før stoffet tas opp igjen i neste bolke. En alternativ organisering med læreplanmål etter hvert trinn ville kunne bidra til en bedre progresjon i faget. Analyser av TIMSS-resultatene viser at norske elever arbeider med tallforståelse og grunnleggende algebra senere enn elever i andre land. Norske elever gjorde det spesielt svakt i emneområdet algebra i TIMSS 2011 (Grønmo et al., 2012).

Vi så i kapittel 3 at et hovedfunn i TEDS-M-undersøkelsen er at de norske lærerstudentene har svake kunnskaper i matematikk. Fra TIMSS-undersøkelsen vet vi at norske matematikklærere i stor grad bruker lærebøkene som undervisningsgrunnlag; I TIMSS 2011 svarer over 90 % av matematikklærerne både på 4. og 8. trinn at de bruker lærebøkene som undervisningsgrunnlag (Grønmo et al., 2012). Dagens organisering av læreplanen gjør dermed at lærebøkene styrer undervisningen i relativt stor grad. Oppbyggingen i bolker overlater progresjonen i fagene til lærere og lærebokforfattere, og vi tror at dette ikke slår heldig ut for matematikkens del. Vi foreslår at det utarbeides veiledende årsplaner i matematikk på 1.-7. trinn og kompetansemål i matematikk etter 8. og 9. trinn.

I høringsuttalelsene (Utdanningsdirektoratet, 2013d) til revisjonen av læreplanen i 2013 ga mange av høringsinstansene innspill om at kompetansemålene i matematikk ikke er presise nok, Mange instanser ønsket konkretiseringer av innholdet i kompetansemålene for at de skal bli entydige, og noen pekte på at tolkningsrommet er for stort. Mer detaljerte mål vil samsvare med matematikkfagets oppbygging, og vil gi elevene muligheter til en bedre progresjon i faget. Vi foreslår derfor mer detaljerte kompetansemål i fellesfaget matematikk.

Læreplanrevisjonen i 2013 er ment å møte noen av disse utfordringene. Det er innført nye kompetansemål i blant annet algebra etter 4. og 7. trinn. Et eksempel på dette er at kompetansemålene etter 7. trinn nå inneholder «stille opp og løse enkle likninger og løse opp og rekne med parenteser i addisjon, subtraksjon og multiplikasjon av tal». Foreløpig er det for tidlig å si hvilke konsekvenser denne revisjonen har ført til. Arbeidsgruppen foreslår å følge opp styrkingen av algebra i læreplanen ved å sette fokus på god matematikkopplæring, slik det for eksempel er gjort i det svenske «Matematiklyftet» (Skolverket, udatert). I forbindelse med styrkingen av algebra, kan det blant annet være interessant å se nærmere på Singapores «Model Method» (Kho, Yeo, & Lim, 2009).

En annen utfordring ved dagens organisering er at timetallet i matematikk er lavere på 5.-7. trinn og 8.-10. trinn enn på 1.-4. trinn.

Timetallet i fellesfaget matematikk er 560 på 1.–4. trinn, altså 140 timer per år. På mellomtrinnet er det 328 timer, altså 109 timer per år. På ungdomstrinnet er timetallet 313,

altså 104 timer per år. Arbeidsgruppen foreslår å utvide timetallet på mellomtrinnet og ungdomstrinnet, slik at det kommer på nivå med 1.–4. trinn.

I St.meld. nr. 30 (2003-2004) «Kultur for læring» framgår det at økningen i timetallet på barnetrinnet skulle brukes til blant annet å styrke matematikkopplæringen. Tabell 5.3 viser økningen i timetallet på 1.-4.trinn fra 399 timer i L97 til 560 timer i LK06 . Dette tilsvarer ca. 1 time mer matematikkopplæring i snitt per uke. For de andre trinnene er det ingen økning sammenlignet med L97.

Satsingen på de laveste trinnene kan synes å ha båret frukter dersom resultatene fra TIMSS 2011 legges til grunn der andelen elever på laveste nivå er redusert sammenlignet med 2003. På den andre siden er andelen på høyt eller avansert nivå svært lav.

*Tabell 5.3. Timetall i grunnskolen i L97 og LK06*

Timetall i matematikk				
Årstrinn	Kunnskapsløftet		L-97	
	Totalt timetall	Gjennomsnitt per uke	Totalt timetall	Gjennomsnitt per uke
1.-4..trinn	560	3,68	399	2,63
5.-7..trinn	328	2,88	328	2,88
8.-10..trinn	313	2,75	313	2,75
Totalt 1.-10. trinn	1201		1040	

### 5.1.1 Forslag fra arbeidsgruppen:

Forslag 7: Elever med lav matematikkarakter fra grunnskolen bør få tilbud om et matematikkurs, der det arbeides målrettet med grunnleggende begreper, i sommerferien eller etter ordinær skoletid første halvår i videregående opplæring.

Forslag 8: Det bør innføres standpunkt karakter i matematikk muntlig på 10. trinn.

Forslag 9: Det bør utarbeides veiledende årsplaner i matematikk på 1.-7. trinn og læreplanmål i matematikk etter 8. og 9. trinn.

Forslag 10: Det bør utarbeides mer detaljerte kompetansemål i fellesfaget matematikk.

Forslag 11: Styrkingen av algebra i læreplanen bør følges opp ved å sette fokus på god matematikkopplæring, for eksempel ved å se på Singapores «model method».

Forslag 12: Timetallet i matematikk på mellomtrinnet og ungdomstrinnet bør utvides slik at det kommer på nivå med 1.-4. trinn, dvs. 140 timer på hvert trinn

## 5.2 Læreplanene i fellesfaget matematikk på studieforberedende utdanningsprogrammer

På studieforberedende utdanningsprogrammer er det obligatorisk med matematikk på Vg1 og Vg2 for å få generell studiekompetanse, se figur 2.1.

På Vg1 skal alle elever ha fellesfaget matematikk på 140 timer. De kan velge mellom; praktisk matematikk (1P) eller teoretisk matematikk (1T).

På Vg2 skal eleven velge ett matematikkfag, og de kan velge mellom fire ulike fag:

- praktisk matematikk (2P), 84 timer
- teoretisk matematikk (2T), 84 timer
- samfunnsfaglig programfag i matematikk (S1), 140 timer (se kapittel 5.3)
- realfaglig programfag i matematikk (R1), 140 timer (se kapittel 5.3)

1T er strukturert i hovedområdene Tal og algebra, Geometri, Sannsyn og Funksjonar. 1P har i tillegg hovedområdet Økonomi. Elevene får en standpunktkarakter og kan trekkes ut til sentralt gitt skriftlig eksamen eller lokalt gitt muntlig eksamen.

2T er strukturert i hovedområdene Geometri, Kombinatorikk og sannsyn og Kultur og modellering, og 2P er delt inn i Tall og algebra i praksis, Statistikk, Modellering og Funksjonar i praksis. Elevene får en standpunktkarakter, og de kan trekkes ut til en sentralt gitt skriftlig eksamen eller en lokalt gitt muntlig eksamen.

Tabell 5.4 viser elevtall for 1P, 1T, 2P og 2T.

Tabell 5.4: Antall elever på 1P, 1T, 2P og 2T fra skoleåret 2007/2008 til 2013/2014.

	2007–2008	2008–2009	2009–2010	2010–2011	2011–2012	2012–2013	2013–2014
1P	14 746	16 260	16 414	17 099	17 094	17 523	18 140
1T	15 220	15 914	16 119	17 703	19 136	19 614	19 663
2P	13 973	15 617	15 078	15 913	15 752	15 632	16 165
2T	1 392	685	419	169	94	34	6

Fra elevtallene i tabell 5.3 kan vi konkludere med følgende:

- De aller fleste som tar 1P fortsetter med 2P. Vi savner data på individnivå for å si noe om elever går fra 1T til 2P eller fra 1P til S1 – i delkapittel 5.3 foreslår vi mer forskning på dette området.
- Få elever velger 2T.

I direktoratets høring om fellesfagene fra 29. april 2009 (Utdanningsdirektoratet, 2009) kommer det fram at 88 % av høringsinstansene støttet forslaget om å fjerne 2T fra tilbudsstrukturen. I delkapittel 5.3 vil vi komme med et forslag til ny struktur i fagtilbudet i matematikk i videregående opplæring. I gjeldende læreplan foreslår arbeidsgruppen at 2T fjernes. Vi drøfter mulige konsekvenser dette vil få for yrkesfag i delkapittel 5.4.

La oss se litt nærmere på overgangen fra 10. trinn til 1P/1T. Nedenfor er kompetansemålene for 10. trinn og 1P gjengitt (Utdanningsdirektoratet, 2006c).

<b>Kompetansemål etter 10. trinn</b>	<b>Kompetansemål etter 1P</b>
<p>Algebra</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• gjere berekningar om forbruk, bruk av kredittkort, inntekt, lån og sparing,</li> <li>• løyse likningar og ulikskapar av første grad</li> </ul>	<p>Algebra</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• vurdere forbruk, bruk av kredittkort og setje opp budsjett og rekneskap ved hjelp av rekneark</li> <li>• undersøkje og vurdere ulike former for lån og sparing</li> <li>• løyse likningar av første grad (...)</li> </ul>
<p>Geometri</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• bruke og grunngje bruken av formlikskap og Pytagoras' setning i berekning av ukjende storleikar</li> <li>• tolke og lage arbeidsteikningar</li> <li>• gjere overslag over og berekne lengd, omkrins, vinkel, areal, overflate, volum, tid, fart og massetettleik og bruke og endre målestokk</li> <li>• velje høvelege måleiningar, forklare samanhengar og rekne om mellom ulike måleiningar, bruke og vurdere måleinstrument og målemetodar i praktisk måling, og drøfte presisjon og måleusikkerheit</li> </ul>	<p>Geometri</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• bruke og grunngje bruken av formlikskap, målestokk og Pytagoras' setning til berekningar og i praktisk arbeid</li> <li>• løyse problem som gjeld lengd, vinkel, areal og volum</li> <li>• rekne med ulike måleiningar, bruke ulike målereiskapar, vurdere kva for målereiskapar som er formålstenlege, og vurdere kor usikre målingane er</li> <li>• tolke, lage og bruke skisser og arbeidsteikningar på problemstillingar frå kultur- og yrkesliv og presentere og grunngje løysingar</li> </ul>
<p>Statistikk, sannsyn og kombinatorikk</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• finne og diskutere sannsyn gjennom eksperimentering, simulering og berekning i daglegdagse samanhengar og spel</li> </ul>	<p>Sannsyn</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• lage døme og simuleringar av tilfeldige hendingar og gjere greie for omgrepet sannsyn</li> </ul>
<p>Funksjonar</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• lage funksjonar som beskriv numeriske samanhengar og praktiske situasjonar, med og utan digitale verktøy, beskrive og tolke dei og omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar, som grafar, tabellar, formlar og tekstar</li> <li>• identifisere og utnytte eigenskapane til proporsjonale, omvendt proporsjonale, lineære og kvadratiske funksjonar, og gje døme på praktiske situasjonar som kan beskrivast med desse funksjonane</li> </ul>	<p>Funksjonar</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar</li> <li>• gjere greie for omgrepet lineær vekst, vise gangen i slik vekst og bruke dette i praktiske døme, også digitalt</li> <li>• undersøkje funksjonar som beskriv praktiske situasjonar (...)</li> </ul>

Vi ser at det er betydelig faglig overlapp mellom læreplanene på 10. trinn og i 1P på Vg1. Det er også noe overlapp mellom 10. trinn og 2P. På den ene siden kan vi kanskje mene at det bør være mindre lærestoff på 8.-10. trinn. Dette vil være uheldig når det gjelder læreplanen for 1T, og sammenhengen mellom læreplanene på 10. trinn og 1T. På den andre siden kan vi kanskje mene at 1P bør bygge videre på kompetansemålene på 10. trinn for å gi elevene mer fagkunnskap. Tabell 5.5 viser karakterfordelingen i prosent til eksamen i 1P våren 2013.

Tabell 5.5. Prosentvis fordeling av karakterer på skriftlig eksamen i matematikk 1P våren 2013 (Skoleporten, 2014).

Karakter på skriftlig eksamen, 1P våren 2013	1	2	3	4	5	6
Prosent av elevene	14,6	32,3	29,9	16,9	5,8	0,4

46,9 % av elevene som var oppe til eksamen i 1P fikk karakteren 2 eller dårligere. Når vi sammenholder dette med informasjonen ovenfor om læreplanens overlapp med 10. trinn, konkluderer vi med at en for stor andel av elevene på Vg1 har hatt for lite utbytte av matematikkundervisningen. I kapittel 5.1 så vi på elevgruppen som fikk karakteren 1 eller 2 i skriftlig eksamen på 10. trinn, og foreslo blant annet et matematikkurs for disse elevene.

I direktoratets høring om fellesfagene fra 29. april 2009 (Utdanningsdirektoratet, 2009) kommer det også fram at 1T-kurset er krevende. Det inneholder relativt mange emner, slik at det blir vanskelig å finne tid til fordypning og refleksjon. På enkelte skoler fører dette til at flere elever velger 1P heller enn 1T. Dette kan ha innvirkning på yrkesfag, da det er yrkesfaglige utdanningsprogrammer (elektrofag) som trenger matematikken i 1T (se kap.5.4). Det fører også til at en del elever velger bort R1 til fordel for S1 eller 2P etter 1T. I revisjonen av læreplanen i 2013 ble 1T redusert noe. Foreløpig er det for tidlig å si hvilke konsekvenser denne revisjonen har hatt.

I delkapittel 5.3 vil vi foreslå en ny struktur på fagtilbudet i videregående opplæring. Dette forslaget bygger på en «nivåtankegang», og vil blant annet gjøre at elever kan ta nivå 1 (tilsvarende 1T) over to år. Det vil også bety at elevene har mulighet til å bruke lengre tid på matematikken det første året på videregående, noe som kan hjelpe de som også sliter i med 10. trinn / 1P. I forslaget går vi også bort fra skillet mellom praktisk og teoretisk matematikk.

Elevgruppa i 2P er sammensatt. Etter samtaler med lærere på ulike skoler er det vårt inntrykk at elevgruppa består av i hvert fall følgende grupper:

- De som vil ha så lite matematikk som mulig og som vil slutte med det så fort som mulig.
- Elever som kommer til å få bruk for matematikk i videre studier – blant annet lærerstudenter.
- Elever som av taktiske grunner velger 2P for å få best mulig karakter.
- Elever som håndterer det matematiske innholdet på dette nivået, men som ikke har overskudd eller ambisjoner til mer.

Tabell 5.6. viser karakterfordelingen i prosent til eksamen i 2P våren 2013.

Tabell 5.6. Prosentvis fordeling av karakterer på skriftlig eksamen i 2P våren 2013 (Skoleporten, 2014).

Karakter på skriftlig eksamen, 2P våren 2013	1	2	3	4	5	6
Prosent av elevene	10,5	26,9	28,1	20,8	12,2	1,5

Det er vårt inntrykk at på en del skoler er 2P-gruppene utfordrende å være i både for lærere og elever. Det er vår oppfatning at de fleste lærere ønsker å avvikle 2P. Det nye forslaget til struktur i delkapittel 5.3 vil ta hensyn til dette.

Et argument for å beholde 2P-kurset er at dette kurset fungerer som minstekrav ved opptak til lærerutdanningen. For å styrke lærerstudentenes kompetanse, kunne man derfor vurdere å øke inntakskravet fra 3 til 4. I kapittel 3 så vi at Norsk Matematikkråds forkunnskapstest viser at etter at karakterkravet ble innført, har ikke studentene som starter på lærerutdanningen bedre forkunnskaper enn tidligere (Nortvedt, 2012; Nortvedt et al., 2010). Dette kan tyde på at begynnerstudentene på lærerutdanningen ikke har med seg de forkunnskapene de trenger for å nyttiggjøre seg den utdanningen som tilbys på lærerutdanningsinstitusjonene. Arbeidsgruppen mener det er bekymringsfullt at de som skal undervise i matematikk på skolen, ikke har gode nok forkunnskaper i matematikk fra skolen.

Forkunnskapstesten viser også at studenter som kun har fullført 2P, har svakere resultater enn andre studenter (Nortvedt, 2012). I grunnskolelærerutdanningen 1-7 (GLU 1-7) er det obligatorisk med 30 studiepoeng matematikk, og dette gir undervisningskompetanse i matematikk. I grunnskolelærerutdanningen 5-10 (GLU 5-10) velger studenten matematikk, og de trenger 60 studiepoeng matematikk for å få undervisningskompetanse. Vi foreslår å endre opptakskravet i matematikk for grunnskolelærerutdanninger som gir undervisningskompetanse i matematikk (GLU1-7 og matematikk i GLU 5-10) til S1 eller R1 fra videregående opplæring (nivå II i det nye forslaget om struktur i kapittel 5.3).

### 5.2.1 Forslag fra arbeidsgruppen:

Forslag 13: 2T bør fjernes fra tilbudsstrukturen.

Forslag 14: Opptakskravet i matematikk for grunnskolelærerutdanninger som gir undervisningskompetanse i matematikk, bør endres til programfag i matematikk, S1 eller R1.

## 5.3 Læreplanen i programfagene i matematikk på studieforbereende utdanningsprogrammer

Matematikk for realfag består av to programfag: matematikk R1 (R1) i Vg2 og matematikk R2 (R2) i Vg3, som bygger på henholdsvis 1T og R1. Matematikk for samfunnsfag består av to programfag: matematikk S1 (S1) i Vg2 og matematikk S2 (S2) i Vg3. S1 bygger på 1T eller 1P. S2 bygger på S1.

Tabell 5.7 viser hvilke hovedområder R1, R2, S1 og S2 er delt inn i.

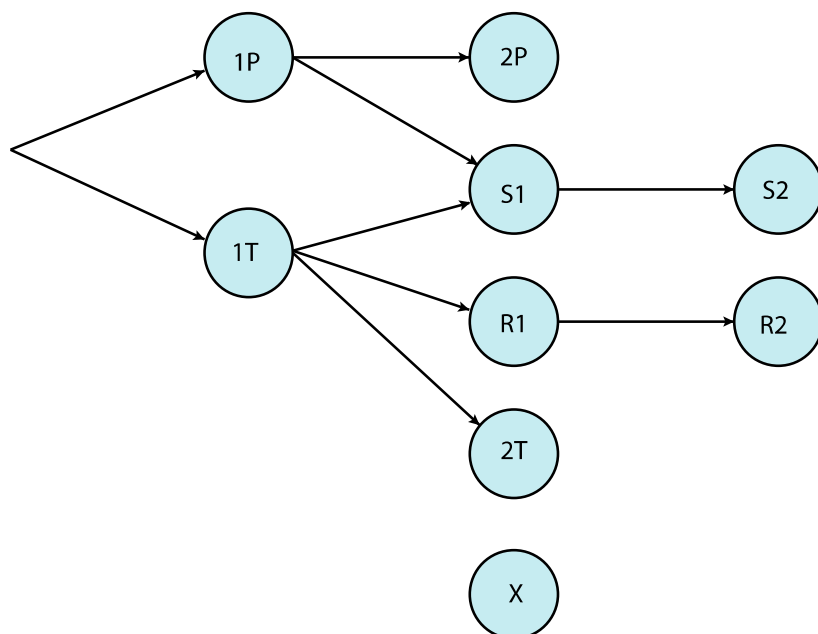
Tabell 5.7 Hovedområdene for R1, R2, S1 og S2.

	Hovedområder
R1	Geometri, Algebra, Funksjoner, Kombinatorikk og sannsynlighet
R2	Geometri, Algebra, Funksjoner, Differensiallikninger
S1	Algebra, Funksjoner, Sannsynlighet, Lineær optimering
S2	Algebra, Funksjoner, Sannsynlighet og statistikk

Hvert av de fire programfagene R1, R2, S1 og S2 har timetall 140. Elevene får en standpunktarakter etter avsluttet opplæring i hvert enkelt fag. Programfag i samfunnsfaglig matematikk og programfag i realfaglig matematikk kan ikke stå på samme vitnemål. Elevene kan trekkes ut til en sentralt gitt skriftlig eksamen og en lokalt gitt muntlig eksamen. Disse programfagene gir også realfagspoeng ved søking til høyere utdanning. Hvert av fagene R1, S1 og S2 gir 0,5 realfagspoeng, mens R2 gir 1 realfagspoeng.

Det fins også et programfag som ikke gir realfagspoeng. Programfaget matematikk X (X) bygger på 1T og er laget som et ekstra tilbud på Vg2 til elevene som tar R1, men på noen skoler tar også elever på Vg3 dette programfaget. Matematikk X er strukturert i hovedområdene Tallteori, Komplekse tall og Sannsynlighet og statistikk, og har timetall 84. Elevene får en standpunktarakter, og kan trekkes ut til en lokalt gitt muntlig eksamen.

Figuren nedenfor gir en illustrasjon av strukturen for matematikk på studieforberedende utdanningsprogrammer, fellesfag (1T, 1P, 2T og 2P) og programfag (R1, S1, R2, S2 og X).



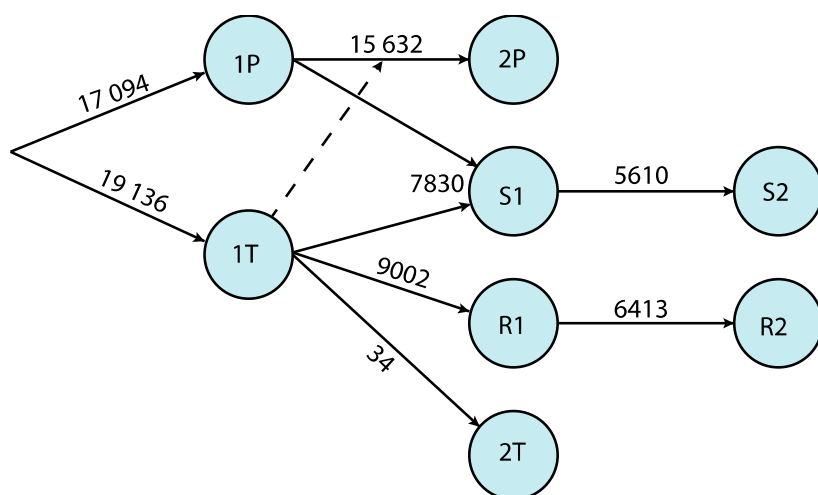
Figur 5.1: Tilbudsstruktur for matematikkfaget på studieforberedende utdanningsprogrammer i Kunnskapsløftet, og den viser hvordan de ulike kursene bygger på hverandre (angitt ved piler). Den første kolonnen angir tilbud på Vg1, den andre på Vg2 og den tredje på Vg3. P står for praktisk, T for teoretisk, R for realfag og S for samfunnsfag.



Tabell 5.8 viser elevfordelingen på de ulike programfagene de siste årene, og figur 5.2 viser elevenes matematikkvalg gjennom videregående opplæring på studieforberedende utdanningsprogrammer på bakgrunn av tallene for de som går ut fra Vg3 i 2014.

Tabell 5.8: Antall elever på de ulike programfagene i matematikk på studieforberedende utdanningsprogrammer fra skoleåret 2007/2008 til 2013/2014 (Skoleporten, 2014).

	2007–2008	2008–2009	2009–2010	2010–2011	2011–2012	2012–2013	2013–2014
R1	8 451	8 698	8 210	7 718	8 525	9 002	9 593
R2	62	6 930	6 400	6 081	5 532	6 032	6 413
S1	3 780	5 957	6 436	6 872	7 488	7 830	8 078
S2	0	2 996	4 145	4 778	5 180	5 400	5 610
X	479	309	380	218	227	223	–



Figur 5.2: Elevenes matematikkvalg gjennom studieforberedende utdanningsprogrammer (se figur 5.1) basert på tall for avgangselevne i 2014.

Vi har ikke hatt tilgang til statistikk på individdata. Vi vet derfor blant annet ikke hvor mange som slutter, hvor mange på Vg1 som er på 1T ved tellingen i oktober og går over til 1P eller 2P underveis, eller hvor mange som tar kurs om igjen. Vi kan derfor ikke konkludere bestemt om hvordan elevene velger, og foreslår at det forskes videre på elevenes valg på individnivå. I dagens struktur er elevenes vei gjennom utdanningsløpet ganske uoversiktlig. Dette vil bli enklere med den foreslåtte nye strukturen (se slutten av dette delkapittelet).

Fra elevtallene trekker vi følgende konklusjoner:

- De fleste som tar 1P, går videre til 2P. Bare noen få går videre til S1.
- Matematikk X er blitt et relativt lite kurs.
- Det er litt flere som velger R1 enn S1. På Vg2 velger omtrent halvparten 2P og litt under en tredel R1. Andelen R1 falt den første tiden etter 2006 til fordel for S1.

Tabell 5.9 viser andelen av elevene på henholdsvis R1 og S1 som fortsetter med faget på Vg3.

Tabell 5.9: Andel elever på R1 og S1 som går videre på henholdsvis R2 og S2 i skoleårene fra 2008/2009 til 2013/2014.

	2008–2009	2009–2010	2010–2011	2011–2012	2012–2013	2013–2014
andel som går videre med R2	0,820	0,736	0,741	0,717	0,708	0,712
andel som går videre med S2	0,793	0,696	0,742	0,754	0,721	0,716

Vi ser at andelen elever som fortsetter med programfaget er blitt noe lavere.

Hvis vi ser litt nærmere på innholdet i programfagene, ser vi at noen av fagene har til dels overlappende læreplanmål, som vist i tabell 5.10.

Tabell 5.10: Overlappende læreplanmål innenfor hovedområder i programfagene i matematikk: Statistikk i S2 og X, Tall og algebra i R2 og S2, Tall og algebra og Funksjoner i R1 og S2, Tall og algebra i S1 og IT og Tall og algebra og Sannsynlighet i R1 og S1.

Hovedområde	S2	X
<b>Statistikk</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• gjøre rede for begrepene fordeling og stokastisk variabel for endelige utfallsrom, og finne forventning, varians og standardavvik for en stokastisk variabel</li> <li>• gjøre rede for betydningen av normalfordelingene og regne ut sannsynligheter knyttet til dem</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• gjøre rede for begrepene fordeling og stokastisk variabel for endelige utfallsrom, og finne forventning, varians og standardavvik for en stokastisk variabel</li> <li>• gjøre rede for betydningen av normalfordelingene og regne ut sannsynligheter knyttet til dem</li> </ul>

Hovedområde	R2	S2
Tall og algebra	<ul style="list-style-type: none"> <li>• finne og analysere rekursive og eksplisitte formler for tallmønstre med og uten digitale hjelpemidler, og gjennomføre og presentere enkle bevis knyttet til disse formlene</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• finne mønstre i tallfølger og bruke dem til å summere endelige aritmetiske og geometriske rekker og andre rekker, med og uten digitale hjelpemidler</li> <li>• avgjøre om en uendelig</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• summere endelige rekker med og uten digitale hjelpemidler, utlede og bruke formlene for summen av de n første leddene i aritmetiske og geometriske rekker, og bruke dette til å løse praktiske problemer</li> <li>• regne med uendelige geometriske rekker med konstante og variable kvotienter, bestemme konvergensområdet for disse rekkene og presentere resultatene</li> </ul>	<p>geometrisk rekke er konvergent, og beregne summen av rekka</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• løse praktiske problemer i forbindelse med sparing, lån og avbetalingskjøp ved å bruke rekker</li> </ul>
--	---	---

Hovedområde	R1	S2
<b>Tall og algebra</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• faktorisere polynomer ved hjelp av nullpunkter og polynomdivisjon, og bruke dette til å løse likninger og ulikheter med polynomer og rasjonale uttrykk</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• faktorisere polynomer ved hjelp av nullpunkter og polynomdivisjon, og bruke det til å løse likninger med polynomer og rasjonale funksjoner</li> </ul>
<b>Funksjoner</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• bruke formler for den deriverte til potens-, eksponential- og logaritmefunksjoner, og derivere summer, differanser, produkter, kvotienter og sammensetninger av disse funksjonene</li> <li>• bruke førstederiverte og andrederiverte til å drøfte forløpet til funksjoner og tolke de deriverte i modeller av praktiske situasjoner</li> <li>• tegne grafer til funksjoner med og uten digitale hjelpemidler, og tolke grunnleggende egenskaper til en funksjon ved hjelp av grafen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• derivere polynomfunksjoner, potensfunksjoner, eksponentialfunksjoner og logaritmefunksjoner, og summer, differanser, produkter og kvotienter av disse funksjonene, og bruke kjerneregelen til å derivere sammensatte funksjoner</li> <li>• drøfte forløpet til funksjoner og tolke de deriverte i praktiske sammenhenger ved å bruke førstederiverte og andrederiverte</li> <li>• tolke grunnleggende egenskaper til en funksjon ved hjelp av grafen</li> </ul>

Hovedområde	S1	1T
<b>Tall og algebra</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• regne med potenser, formler, parentesuttrykk og rasjonale og kvadratiske uttrykk med tall og bokstaver</li> <li>• løse likninger, ulikheter og likningssystemer av første og andre grad, både ved regning og med digitale hjelpemidler</li> <li>• regne med logaritmer og bruke dem til å forenkle uttrykk og løse eksponentiallikninger og logaritmelikninger</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rekne med [ ... ] potensar med rasjonal eksponent og [ ... ], formlar, parentesuttrykk og rasjonale og kvadratiske uttrykk med tal og bokstavar, [ ... ]</li> <li>• [ ... ] løyse likningar, ulikskapar og likningssystem av første og andre grad, og enkle likningar med eksponential- og logaritmefunksjonar [ ... ]</li> </ul>

Hovedområde	R1	S1
<b>Tall og algebra</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• gjøre rede for implikasjon og ekvivalens</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• bruke begrepene implikasjon og ekvivalens i matematisk argumentasjon</li> </ul>
<b>Sannsynlighet</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• drøfte kombinatoriske problemer knyttet til ordnede utvalg med og uten tilbakelegging og uordnede utvalg uten tilbakelegging, og bruke dette til å utlede regler for beregning av sannsynlighet</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• gjøre rede for ordnede utvalg med og uten tilbakelegging og uordnede utvalg uten tilbakelegging, og gjøre enkle sannsynlighetsberegninger knyttet til slike utvalg</li> </ul>

Vi ser at

- X og S2 har overlappende læreplanmål i sannsynlighet og statistikk.
- R1 og S1 har overlappende læreplanmål i logikk.
- R1 og S2 har overlappende læreplanmål i algebra og funksjonslære.
- R2 og S2 har overlappende læreplanmål i algebra for følger og rekker.

Disse overlappene påvirker meget få elever da de aller fleste elevene følger enten R- eller S-løpet.

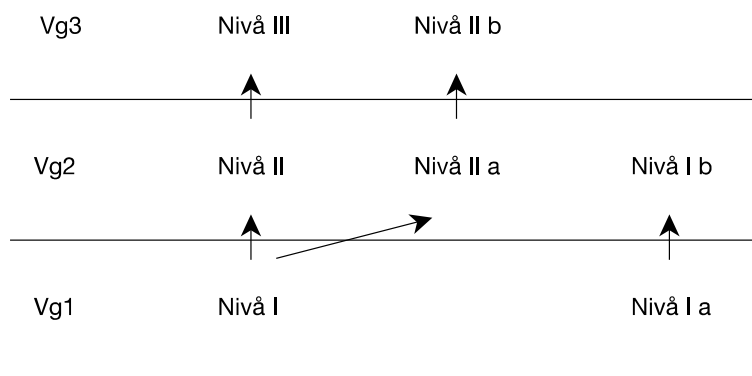
Vi ser videre at

- S1 og 1T har en betydelig mengde overlappende læreplanmål i algebra.

Overlappen mellom 1T og S1 er mer alvorlig; den gjør at alle elevene i S1 som hadde 1T – og det er langt de fleste – får gjentatt deler av innholdet fra året før.

I dag kvalifiserer R1 eller kombinasjonen S1+S2 på lik linje for opptak til realfaglige studier på universitets- eller høyskolenivå. For R1 gis det 0,5 tilleggspoeng ved opptak til høyere utdanninger, mens kombinasjonen S1+S2 gir 1 tilleggspoeng. Det er vårt inntrykk at en god del elever velger taktisk kombinasjonen S1+S2 blant annet av denne grunnen. Når vi sammenholder dette med overlappen i læreplanene til 1T og S1, ser vi at det finnes mekanismer i struktur og innhold som leder elever over til S1+S2 i stedet for R1. Arbeidsgruppen mener at overlapp og strategiske valg ikke er heldig for matematikkfaget.

Arbeidsgruppen har diskutert følgende utkast til en annen struktur som forutsetter et eget løp for yrkesfag, se delkapittel 5.4. Strukturen er vist i figur 5.3.



Figur 5.3: Forslag til ny struktur i fagtilbudet i matematikk på studieforberedende utdanningsprogrammer; kurs delt inn etter nivå.

Strukturen er basert på nivåer – nivå I, II og III – slik at hvert av nivåene I og II kan deles opp over to år. De oppdelte nivåene skal da gi samme kompetansenivå i matematikk, men det skal være mer tid til flere anvendelser, regnetrening og bruk av digitalt verktøy i a- og b-variantene. Sammenlignet med dagens struktur ser vi for oss tabell 5.11

Tabell 5.11: Sammenligning av den foreslåtte nivåinndelingen med dagens matematikktilbud.

Nivå	1a	1	2a	2	3
Fag	1P	1T 2P	2T S1	R1 S2	R2

I den foreslåtte strukturen ser vi for oss at det skal være mulig å avslutte etter hvert år. Det betyr for eksempel at det skal være mulig å avslutte etter Ia. Dermed kan elevene velge å avslutte matematikkopplæringen etter Vg1. Dette gjør at elever som ikke ønsker mer matematikk etter Vg1, har mulighet til å velge bort matematikk på Vg2. Et alternativ til å avslutte etter hvert år er å ha nivå I som minstekrav, og at elevene selv kan velge om de vil gjøre nivået på ett eller to år.

Vi ser for oss følgende kategorier av elever ut fra hva de skal gjøre videre - inndelt i nivåer:

- Nivå III: «Kalkulus», sivilingeniør- og siviløkonom-studenter
- Nivå II: GLU 1-7-studenter, GLU 5-10-studenter som skal ha undervisningskompetanse i matematikk, «brukerkurs»-studenter, økonomi- og ingeniørstudenter
- Nivå I: Andre studenter

Alle som skal ha fordypning i matematikk må minimum ta nivå II.

### 5.3.1 Forslag fra arbeidsgruppen:

Forslag 15: Det bør forskes på elevenes valg på individnivå, dvs. følge elevenes vei gjennom utdanningsløpet i Kunnskapsløftet.

Forslag 16: Utkastet til ny struktur i fagtilbudet i matematikk på studiespesialiserende utdanningsprogrammer basert på nivåer, som skissert i delkapittel 5.3, bør utredes.

## 5.4 Læreplanen i fellesfaget på yrkesfaglige utdanningsprogrammer

Elever på yrkesfaglige utdanningsprogrammer kan velge mellom praktisk (1-PY) eller teoretisk (1T-Y) på første trinn i videregående opplæring. Matematikken på yrkesfag utgjør en andel (60 %) av læreplanen på Vg1 studieforberevende utdanningsprogram. Elevene kan gjennom et påbyggingsår ta mer matematikk og få generell studiekompetanse (se figur 2.1). I denne oppbyggingen av matematikkfaget ligger et krav om at elever på yrkesfaglige utdanningsprogrammer skal ha identiske læreplaner til elever på studieforberevende utdanningsprogrammer for å få generell studiekompetanse.

Før 1994 hadde elever på yrkesfaglige utdanningsprogrammer læreplaner i matematikk der innholdet var tilpasset de ulike fag- og yrkesutdanningene. Med Reform 94 kom retten til treårig videregående opplæring og muligheten for elever på yrkesfag til å få generell studiekompetanse. Læreplanene i fellesfagene på yrkesfag ble da utformet med utgangspunkt i de studieforberevende læreplanene og ble ikke tilpasset yrkesfagene. Utfordringen i Reform 94 og i Kunnskapsløftet har vært å yrkesrette matematikkfaget for at det skal oppleves nyttig og relevant for elevene.

Læreplanene i felles programfag i de yrkesfaglige utdanningsprogrammene inneholder kompetansemål der elevene i varierende grad trenger kompetanse i matematikk for å mestre yrkesfaget. Et eksempel på et fag der eleven trenger høy kompetanse i matematikk for å mestre yrkesfaget, er elektrofag.

I dette kapitlet vil vi ta utgangspunkt i læreplaner og en spørreundersøkelse blant lærere og faglige råd for en analyse av matematikkinnholdet i de yrkesfaglige utdanningsprogrammene.

### 5.4.1 Hvordan går det med elever på yrkesfag?

I skoleåret 2012/2013 valgte rundt 53 prosent av elevene yrkesfaglige utdanningsprogrammer på Vg1. Elevene har mange valgmuligheter etter Vg2. Hvordan det går med elevene sett i et femårsperspektiv?

Tabell 5.12 viser hvordan det har gått med elever som startet på yrkesfag i videregående opplæring i henholdsvis 2005, 2006 og 2007.

Tabell 5.12 Gjennomstrømming av elever på yrkesfaglige utdanningsprogram i videregående opplæring, 5 år etter påbegynt Vg1 (SSB, 2013).

	2005-2010	2006-2011	2007-2012
<b>Antall elever på Vg1 YF ved oppstart</b>	<b>31895</b>	<b>30510</b>	<b>31043</b>
Yrkeskompetanse	33	32	31
Fortsatt i videregående opplæring	8	9	10
Studiekompetanse	24	24	24
Fullført, ikke bestått	7	7	8
Sluttet underveis	29	28	27

Av tabellen framgår det at 35-36 % av elevene ikke fullførte opplæringen i løpet av fem år og oppnådde hverken yrkeskompetanse eller studiekompetanse..

Når det gjelder sluttkompetanse, viser tabellen at rundt 1/3 av elevkullet endte opp med en yrkeskompetanse i løpet av 5 år. Dette er en stor utfordring for mange bransjer som er avhengig av arbeidskraft med fagbrev.

Sett på bakgrunn av at mange elever ikke gjennomfører og består videregående opplæring, er matematikk et av fellesfagene som har størst utfordring.

Tabellen 5.13 viser hvor mange prosent av elevene som ikke besto eksamen i matematikk i perioden 2008-2013. Tabellverdien er beregnet ut fra elever oppe til våreksamen sammen med ny og utsatt prøve forrige høst. Privatister er ikke tatt med.

Tabell 5.13 Elever som ikke består lokalt gitt eksamen 1P-Y, i prosent (Skoleporten, 2014).

	08-09	09-10	10-11	11-12	12-13
<b>Elever med ikke-bestått til eksamen (%)</b>	17,1	17,0	17,3	17,7	16,5

Eksamensordningen i matematikk på yrkesfag er lokalt gitt, og det betyr i de fleste tilfeller at skoleeier på fylkesnivå lager eksamenssettene.

Under arbeid med FYR-prosjektet (Fellesfag, yrkesretting og relevans) (Kunnskapsdepartementet, udatert) er det kommet fram at det er store variasjoner i

oppgavesettene. Og dette går spesielt på om oppgavene er tilpasset de ulike studieprogrammene (yrkesrettet), eller om alle elevene får det samme oppgavesettet.

#### 5.4.2 Kunnskapsgrunnlag

Vi har laget en oversikt over hvilke kompetansemål i felles programfag på yrkesfag som inneholder krav til matematikkompetanse (vedlegg 5.4.1). Der har vi sett på alle de ni yrkesfaglige Vg1-læreplanene og noen utvalgte Vg2- læreplaner.

For å få en beskrivelse av hvilken matematikkompetanse som er viktig på yrkesfag, har vi gjennomført en liten spørreundersøkelse (spørreskjema vedlegg 5.4.3). Spørreundersøkelsen er besvart av 31 personer, fordelt på 15 matematikklærere og 16 programfaglærere fra ulike skoler. I tillegg har de faglige rådene (Utdanningsdirektoratet, 2013a) deltatt i undersøkelsen, og vi har fått tilbakemeldinger både på hvilket innhold matematikkopplæringen på yrkesfag bør ha og hvordan det bør jobbes med faget (oppsummering vedlegg 5.4.2).

Vi vil først si litt om utfordringer i matematikk på yrkesfag, før vi ser på funn fra læreplanundersøkelsen. Deretter vil vi sette opp noen mulige modeller for organisering og innhold i matematikkfaget. Til slutt vil vi vurdere dagens eksamensordning i matematikk for yrkesfag sett i lys av dette.

Det vil gå tydelig fram når vi har brukt sitater fra spørreundersøkelsen eller uttalelser fra de faglige rådene i SRY (Utdanningsdirektoratet, udatert-b).

Tabell 5.14 viser fordelingen av elever på de to ulike tilbudene i matematikk på Vg1, praktisk matematikk (1P-Y) eller teoretisk matematikk(1T-Y) i perioden fra 2007 til 2013:

*Tabell 5.14 Prosentvis fordeling av elever på praktisk matematikk(1P-Y) og teoretisk matematikk (1T-Y) (Utdanningsdirektoratet, 2012a).*

	2007-08	2008-09	2009-10	2010-11	2011-12	2012-13
1P-Y	89,8	93,0	95,1	95,7	95,5	95,8
1T-Y	10,2	7,0	4,9	4,3	4,5	4,2

De fleste elever på Vg1 yrkesfag følger læreplanen i praktisk matematikk (1P-Y) i faget matematikk over 84 timer. Denne er en del av læreplanen for matematikk fellesfag på studieforbredende utdanningsprogrammer og består av disse hovedområdene:

- Tall og algebra
- Geometri
- Økonomi

Læreplanmålene gjelder både for studieforbredende og yrkesfaglige utdanningsprogrammer, og vi finner ikke noen direkte yrkesretting. Det nærmeste er ord som «praktiske oppgaver», «formlar som gjeld daglegliv og yrkesliv», «bruke ulike målereiskapar» og «problemstillingar frå kultur- og yrkesliv».

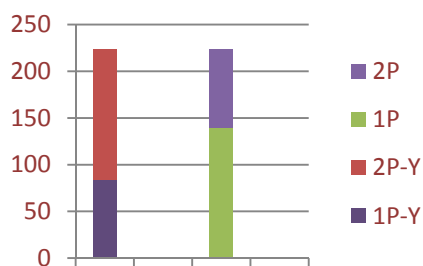
Yrkesretting av fellesfagene ble i 2010 lagt inn i Forskrift til opplæringsloven i §1-3 som sier at «Opplæringa i fellesfaga skal vere tilpassa dei ulike utdanningsprogramma» (Forskrift til



opplæringslova, 2006). Forskriftsteksten brukte ikke ordet «yrkesrette», men formuleringen «tilpassa dei ulike utdanningsprogramma» for at bestemmelsen også skulle omfatte de studieforbereidende utdanningsprogrammene.

Den siste revisjonen av læreplanen i matematikk fellesfag kom i 2013. Revisjonen dreide seg om å synliggjøre utviklingen av de fem grunnleggende ferdighetene gjennom opplæringsløpet på fagets egne prinsipper, og i mindre grad om å gjøre faglige endringer.

Læreplanen er bygd opp slik at elever på yrkesfag lett kan bygge på 1P-Y med 2P-Y og dermed få 224 timer matematikk som dekker kravet til generell studiekompetanse (se figur 2.1).



Figur 5.4.1 viser sammenhengen mellom timetallet for 1P-Y, 2P-Y, 1P og 2P.

1P-Y skal inneholde 3/5 av kompetansemålene eller sagt på en annen måte, arbeidsmengden, til 1P. Den samme oppbyggingen gjelder for T- varianten. Elevene kan ta enten 2P-Y eller 2T-Y på Vg3 påbygging til generell studiekompetanse..

Læreplanene i Reform 94 var målstyrte med hovedmomenter som utdypet målene.

Sammenlignet med Reform 94 legger læreplanene i felles programfag på yrkesfag etter LK06 legger mer opp til lokalt valg og lokalt skjønn, når det gjelder konkretisering av innhold, valg av arbeidsmåter og valg av læringsmateriell.

En forbindelse mellom programfagene i yrkesfagene og fellesfaget matematikk ligger i presiseringen av regning som grunnleggende ferdighet i hver av de ni læreplanene i felles programfag.

Eksempel for naturbruk:

«Å kunne regne i naturbruk innebærer å bruke tall og beregninger for å finne volum, areal, lengde, vekt, hastighet, tid og distanse. Regneferdigheter innebærer også å foreta enkle målinger av fysiske og kjemiske parametere og å sette opp og tolke tabeller, diagram og enkel statistikk». (Utdanningsdirektoratet, 2006b)

Denne type beskrivelse av regning som grunnleggende ferdighet i programfagene faller delvis sammen med tilsvarende beskrivelse i læreplanen for 1P-Y.

### 5.4.3 Matematikk og læreplaner i felles programfag på yrkesfaglige utdanningsprogrammer.

Arbeidsgruppen har tatt for seg læreplanene i felles programfag på Vg1 for alle yrkesfaglige utdanningsprogrammer og noen sentrale læreplaner på Vg2 for å få et bilde av hvilken kompetanse i matematikk elevene trenger på yrkesfag. For å få et best mulig overblikk har vi også sett på hva som står om regning som grunnleggende ferdighet i utdanningsprogrammet. Videre har intervjuene med programfaglærerne gitt nyttig informasjon om kompetansebehovet i matematikk. På grunnlag av denne informasjonen har vi prøvd å organisere matematikkinnholdet emnevis i samsvar med oppdelingen i læreplan for matematikk fellesfag. Vi finner at det er to emner som inngår i læreplanene i programfagene på de yrkesfaglige utdanningsprogrammene:

- Måling og måleredskaper
- Formelregning

Elektrofag er det eneste utdanningsprogrammet som har et kompetansebehov i matematikk som går utover læreplanen 1P-Y. Elevene på elektrofag trenger blant annet trigonometri som de ikke får gjennom 1P-Y.

Vi viser til uttalelse fra Faglig råd for elektrofag:

*Det elektrofaglige innholdet i dette utdanningsprogrammet krever matematikk som bare dekkes av T-varianten (1T-Y) Det dreier seg særlig om opplæring i å regne med sinus og cosinus, trigonometri, eksponentialfunksjoner og logaritmer. Dersom elevene på Vg1 elektrofag ikke får opplæring i disse emnene, vil de ikke være i stand til å utføre fullstendige beregninger (og kunne regne) i elektroteknikk og elektronikk på Vg1 og Vg2 nivå. Uten disse regnekunnskapene vil elever som har valgt elektrofag heller ikke forstå sammenhengen i elektriske systemer som forventes på et videregående skole nivå.*

Faglig råd for elektrofag viser i tillegg til trigonometri, til to andre kompetansemål som elever på elektrofag trenger i matematikk for å kunne forstå programfagene:

Tall og algebra:

- omforme uttrykk og løyse likningar, ulikskapar og likningssystem av første og andre grad, og likningar med eksponential- og logaritmefunksjonar, både med rekning og med digitale hjelpemiddel

Sannsynlighet:

- formulere, eksperimentere med og drøfte uniforme og ikkje-uniforme sannsynsmodellar

Vi viser til vedlegg 5.4.1 for en oversikt over læreplanmål i de yrkesfaglige utdanningsprogrammene.

#### 5.4.4 Hvilken matematikk trenger elevene på yrkesfag?

I de fleste yrkesfagene spiller matematiske kompetanser en liten, men likevel kritisk rolle. Elektrofag skiller seg klart ut ved å kreve adskillig mer og bredere matematisk kompetanse enn de andre, og vil derfor bli drøftet for seg.

For de andre yrkesfagene spiller matematiske kompetanser en viktig rolle når noe skal måles, eller når en skal tolke eller bruke en formel.

##### Måling.

Måling forekommer i alle programfagene. Hva som måles, og hvordan det måles, er imidlertid forskjellig fra fag til fag. Måleverktøy og målenheter er ofte fagspesifikke. Rent matematisk er beregninger knyttet til måling ofte ganske like, men dette oppleves ikke nødvendigvis slik. Både motivasjon og kontroll i den konkrete målesituasjonen er vesentlige for de beregningene en gjør. Kunnskap om målesituasjonen er derfor kritisk, både for resultatet av målingen og for de beregningene en eventuelt skal bruke målingene i.

Eksempler på ulike målesituasjoner er lengde, areal og volumberegninger, digitale formater, strøm. Særlig areal og volumberegninger forekommer i situasjoner som skiller seg vesentlig fra fag til fag.

Matematiske emner i geometri og tall og algebra (forholdstall) kommer til bruk i målinger. For å komme til nytte i målesituasjonen må de imidlertid konkretiseres. Den matematiske kompetansen i den konkrete målesituasjonen kan skille seg vesentlig fra den generelle kompetansen, selv når det gjelder de samme matematiske emnene og begrepene.

##### Formelbruk.

Formler brukes også i alle programfagene. For eksempel økonomi, kostholdsregninger og i bruk av fysiske lover innenfor elektrofag. Formler forekommer ofte i beregninger knyttet til målinger. Formler uttrykker gjerne bestemte relasjoner mellom ulike målbare størrelser. Den konkrete kunnskapen om de ulike størrelsene som inngår i en formel, er ikke vesentlig for en rent matematisk forståelse av disse relasjonene. Den konkrete kunnskapen om størrelsene som inngår, gir imidlertid både en motivasjon og en kontroll som er vesentlig for bruken av en formel.

Formelbehandling faller rent matematisk inn under algebraområdet i matematikkfagets læreplaner. Konkretiseringen i fagspesifikke situasjoner kan være vesentlig også for forståelsen av algebraiske manipulasjoner i bruk av en formel. På den måten kan den matematiske kompetansen knyttet til bruk av konkrete formler også skille seg fra den matematiske kompetansen generelt i bruk av formler.

I elektrofag er det matematiske emneområdet mye større. Mulighetene til å konkretisere emnene i programfaget blir da også større, og en oppsummering tilsvarende den over er høyst relevant.

#### 5.4.5 Arenaer for yrkesretting

Uansett hvilken modell (se punkt 5.4.6) og innhold som blir valgt for matematikk på yrkesfag, mener vi det er viktig å etablere et tettere samarbeid mellom fellesfag (FF)-lærere og programfag (PF)-lærere. Ut fra et nytteperspektiv der matematikkfaget skal støtte best mulig opp under programfagene, må målet være å lage gode «arenaer for yrkesretting». Samtidig kan yrkesretting av matematikkfaget bidra til bedre læring og resultater i faget og derved til å redusere det store frafallet på yrkesfag i videregående opplæring.

For å få til en god yrkesretting mener vi det må legges til rette for at faglæreren i matematikk og læreren i programfag kan møtes for å diskutere yrkesretting og planlegge undervisningen framover. I planleggingen må de involverte ta utgangspunkt i hvilke tema det skal jobbes med i programfagene, og hvilken matematikkkompetanse eleven trenger for å nå målene i programfagene. Å lage en felles årsplan ut fra dette, som enkelte skoler allerede er i gang med, vil sikre at det blir en sammenheng i opplæringen mellom matematikkfaget og yrkesfagene. Her kan ressursene som er utarbeidet gjennom FYR- prosjektet, tjene som en god start for et slikt samarbeid.

Mange lærere er opptatt av samarbeid, samtidig som de ser utfordringer med å få det til i praksis. Sitater fra spørreundersøkelsen viser dette for både matematikklærere og programfaglærere:

«Jeg har noen erfaringer fra samarbeid med norsk og naturfag. Og ser rom for noe samarbeid med mattelærer. (Vi har drivkraft, det kommer nok...)

«Mi erfaring med yrkesretting i lag med programfaglærer er at vi har lukkast best når vi har laga små opplegg som ikkje går over for lang tid. Større opplegg har ein tendens til å bli for omfattande både for elevar og lærarar som skal evaluere.»

«I det siste året har det vært litt samarbeid. PF-læreren i elektro har deltatt i matematikktimene mine i typiske elektroemner (målinger og Ohms lov).»

Noen er litt mere bekymret:

«Ved vår skole er det mye snakk, men lite handling»

Et fag på yrkesfaglige utdanningsprogrammer som kan bidra til å etablere et godt samarbeid mellom matematikklæreren og programfaglæreren er faget prosjekt til fordypning (Utdanningsdirektoratet, 2006d). Faget har et omfang på i overkant av 20 prosent av timetallet samlet sett på Vg1 og Vg2. Ved en del skoler er dette faget lagt til en bedrift. Her kan elevene, i tillegg til å jobbe praktisk, registrere underveis når de har behov for matematikkkompetanse, og hvilken kompetanse det er behov for. Dette kan de ta med tilbake til skolen for å jobbe videre med i matematikktimene.

Prosjektet «Hospitering i fag og yrkesopplæring» er et eksempel på en ordning der formålet er å utvikle/oppdatere programfaglærere, fellesfaglærere og instruktører/faglige ledere og bidra til å gjøre fag- og yrkesopplæringen enda bedre.

### Prosjektet «Hospitering i fag- og yrkesopplæring» (Utdanningsdirektoratet, 2013g)

Første del av prosjektet startet opp i 2010 av Utdanningsdirektoratet etter oppdrag fra KD. Prosjektet viste seg å være så vellykket (Hilsen, Nygen, & Tønder, 2012) at det ble vedtatt å forlenge det fra 2013 til 2015. I den første perioden var målet å gi programfaglærerne og faglige ledere økt kompetanse gjennom hospitering, mens det nå i perioden 2013-2015 åpnes opp for at fylkene kan involvere fellesfaglærerne i hospiteringen og se dette i sammenheng med yrkesretting av blant annet matematikkfaget.

Det må også gå an å oppfordre lærerne til å vurdere om matematikkopplæringen på yrkesfag av og til kan skje på andre arenaer enn i klasserommet. Kanskje kan lokaler som laboratorium, eget verksted, biblioteket, kantine eller skolens uteareal av og til brukes for å skape avveksling og motivasjon.

En god arena for yrkesretting kan omfatte oppgaver som dekker kompetansemål både i matematikk og programfag. I vedlegg 5.4.4 har vi et satt opp et eksempel på en oppgave på Vg1 naturbruk som, tilpasset situasjonen, kan utfordre både matematikk- og programfagkompetanse.

#### **5.4.6 Modeller for å ivareta de ulike programmene**

Vi har tidligere vist til at innholdet i læreplanen i matematikk på yrkesfag (1P-Y og 1T-Y) ikke er yrkesrettet. Selv om det står i forskrift til opplæringsloven at «Opplæringa i fellesfaga skal vere tilpassa dei ulike utdanningsprogramma», mener arbeidsgruppen at læreplanen ikke fungerer godt nok som et redskap for yrkesretting.

En utfordring er målet om at alle elever i videregående opplæring skal kunne oppnå generell studiekompetanse. Læreplanen i matematikk på yrkesfag (1P-Y) omfatter kompetansemål fra læreplanen i matematikk på studieforbredende utdanningsprogrammer (1P) slik at 1P-Y og påbyggingsfaget 2P-Y til sammen gir 224 timer opplæring i matematikk som tilfredsstillende kravet til generell studiekompetanse (se figur 5.4.1). Dette betyr at læreplanen ikke blir en læreplan som er tilpasset yrkesfagene, men en plan som mer er rettet mot studiekompetanse.

Av de faglige rådene er det bare rådet for bygg- og anleggsteknikk som direkte støtter dagens læreplan. De mener vi ikke trenger å forandre læreplanen. De mener den er godt tilpasset det elevene trenger av kompetanse, med unntak av et punkt om trigonometri, og at det heller handler om å yrkesrette opplæringen.

Vi mener det er viktig at de læreplanmålene i matematikk som dekker det programfagene på yrkesfag trenger, inngår i matematikkfaget på Vg1 (1P-Y), og at de resterende inngår i påbyggingskurset på Vg3. Hvis vi ser bort fra elektrofag, dekker læreplanmålene i 1P-Y stort sett det som yrkesfagene trenger.

For å sikre at elevene på yrkesfaglige utdanningsprogrammer får en opplæring i matematikk som er relevant for yrkesfagene, vil vi foreslå fire ulike modeller:

A) En felles læreplan for alle de ni yrkesfaglige utdanningsprogrammene, med unntak av elektrofag. Det må komme tydeligere fram at innholdet skal tilpasses de ulike yrkesfagene, og læreplanen må inneholde krav om yrkesretting.

B) En læreplan som består av en fellesdel og en del som er tilpasset hvert av de ni utdanningsprogrammene. Det betyr at læreplanen må si litt om metode (yrkesretting), noe som ikke er situasjonen i dag.

De faglige rådene nevner algebra, inklusive målinger og måleverktøy, og geometri som sentrale matematikkemner for å forstå programfagene.

C) En felles, generell læreplan for alle utdanningsprogrammene, men i tillegg bør det utvikles metodiske veiledninger for de ni programmene som viser hvordan matematikken kan yrkesrettes og tilpasses hvert enkelt program. En slik veiledning kan også vise sammenhenger og koblinger mellom læreplanmålene i matematikk og ulike programfag. (Jf. «Arena for yrkesretting»).

Forslaget er lansert av faglig råd for restaurant- og matfag.

D) Ni ulike læreplaner i matematikk som er tilpasset hvert av de ni utdanningsprogrammene.

Arbeidsgruppen foreslår at forslag B og D prioriteres. Vi mener at disse to forslagene best sikrer en reell yrkesretting og dermed sikrer at elevene får den nødvendige kompetansen for å forstå programfagene. Vi tror også at disse to forslagene vil være et godt redskap for matematikklæreren og et godt redskap for samarbeid mellom matematikklærere og programfaglærere.

#### **5.4.7 Konsekvenser for Vg3 påbygging hvis matematikk på Vg1 endres**

Arbeidsgruppen foreslår i kap 4.2 å ta bort teoretisk matematikk på Vg2 (2T) på grunn av svært lave søkertall. Ut fra dagens struktur for matematikk på yrkesfaglige utdanningsprogrammer, vil en konsekvens av dette være at teoretisk matematikk på Vg3 påbygging (2T-Y) forsvinner, fordi 2T er en del av dette faget. Dette vil redusere fagtilbudet på Vg3 påbygging til ett matematikkfag, 2P-Y, som bygger på 1P-Y.

Dersom det foretas endringer i matematikk på Vg1 yrkesfag, foreslår vi at det utvikles et nytt matematikkfag på Vg3 påbygging som ikke bygger på det som eleven har hatt på Vg1. Det nye matematikkfaget skal ha et innhold som kvalifiserer for generell studiekompetanse. I dette forslaget løsrives faget fra tenkningen om at matematikken på Vg1 yrkesfag skal være et grunnlag for studiekompetanse. I stedet vil matematikkfagets relevans for yrkesfagene være det sentrale på Vg1.

Men uansett modell mener arbeidsgruppen det er viktig å ikke redusere kravene til matematikk på yrkesfag. Eller som faglig råd i restaurant- og matfag sier: «Målet er ikke å få til et enklest mulig mattefag, men et mest mulig relevant mattefag».

#### **5.4.8 Yrkesretting og sluttvurdering**

Sluttvurdering i matematikk på Vg1 yrkesfag innebærer at elevene skal ha en standpunkt karakter i matematikk og kan trekkes ut til én eksamen, skriftlig eller muntlig. Den

skriftlige eksamen er to-delt. Bortsett fra skrivesaker skal del I løses uten hjelpemidler, mens alle hjelpemidler er tillatt på del II. Både skriftlig og muntlig eksamen blir utarbeidet og sensurert lokalt (Forskrift til opplæringslova, 2006). Skoleeier(fylkeskommunen) har ansvar for organiseringen av lokal eksamen.

Det varierer mellom fylkene hvordan arbeidet med eksamensoppgavene organiseres. I en del fylker er det etablert arbeidsgrupper som lager forslag til eksamensoppgaver, og der både skoler og enkeltlærere kan komme med oppgaveforslag.

FYR- nettverket (Kunnskapsdepartementet, udatert), som består av 19 FYR-koordinatorer fra hele landet, har vurdert eksamenssettene i de ulike fylkene, med vekt på oppgavesettet som ble gitt til eleveksamen våren 2011. Nettverket registrerte at det er store forskjeller på hvordan oppgavesettene er bygd opp sett i forhold til relevans og yrkesretting, spesielt på del II der alle hjelpemidler er tillatt. Noen fylker lager ett generelt sett som skal dekke alle utdanningsprogrammene, mens andre fylker tar med en eller flere oppgaver tilpasset utdanningsprogrammet. Nettverket registrerte, også igjennom eksamenssettene for våren 2011, at det ikke var så store forskjeller på del I av oppgavesettet mellom fylkene, hverken når det gjaldt arbeidsmengde eller valg av læreplanmål. Mange elever gjør det godt på del I, og det er viktig å opprettholde denne delingen. FYR-nettverket foreslår at skoleeier på fylkesnivå lager del I av eksamen som er felles for alle skoler i fylket. Videre foreslår de at skolen lager del II av eksamen slik at den kan tilpasses utdanningsprogrammet og yrkesrettes. Selv om det da vil være matematikklærerne som har ansvar for oppgavesettet, kan programfaglærerne godt trekkes inn etter behov for å sikre reell yrkesretting.

Forslaget fra FYR-nettverket framgår av tabell 5.15.

*Tabell 5.15: Forslag til organisering av eksamen i matematikk på yrkesfaglige utdanningsprogrammer*

Skriftlig eksamen i matematikk for yrkesfag	Hjelpemidler	Ansvar for oppgaver
Del I	Ingen hjelpemidler ut over skrivesaker	Fylke
Del II	Alle hjelpemidler	Skole

Hvis vi har som mål at opplæringen i matematikk på Vg1 yrkesfag skal gjenspeile noe av det elevene møter i et framtidig yrke og innholdet i opplæringen gjennom skoleåret, mener arbeidsgruppen at sluttvurderingen må ta hensyn til dette.

Vi mener at følgende momenter er viktige å ta med seg i det videre arbeidet med sluttvurderingen:

- For å unngå at det er for store forskjeller mellom skolene i et fylke, må vi ha en kvalitetssikring på del II, se tabell 5.15.
- Relevans og yrkesretting av matematikk er viktig.



- Mange elever har utfordringer med å lese og oppfatte lange tekster, og yrkesrettede oppgaver med mye tekst kan være krevende å få tak på for elevene.
- Hvordan kan vi bygge opp oppgavesett som gir utfordringer til både faglig sterke og svake elever? Det er viktig å hindre at faglig svake elever gir opp med en gang.

Arbeidsgruppen foreslår at det settes i gang et pilotforsøk i et eller noen utvalgte fylker ved eksamen våren 2015, etter modellen i tabell 5.15.

#### 5.4.9 Oppsummering:

De yrkesfaglige utdanningsprogrammene trenger først og fremst en yrkesretting av matematikk, ofte spesifikt for hvert enkelt utdanningsprogram. Arbeidsgruppen ser for seg følgende mulige modeller for en ny læreplan i matematikk på Vg1 yrkesfag:

Modell A:

- En egen læreplan for elektrofag.
- En felles læreplan for de øvrige åtte utdanningsprogrammene.
- Krav i læreplanene om at innholdet skal tilpasses utdanningsprogrammet.

Modell B:

- Læreplanen består av en fellesdel og en del som er tilpasset hvert av de ni utdanningsprogrammene.

Modell C:

- En felles læreplan for alle utdanningsprogrammene.
- Denne suppleres med metodiske veiledninger som viser hvordan faget kan yrkesrettes og tilpasses hvert utdanningsprogram.

Modell D:

- Det lages en egen tilpasset læreplan for hvert av de ni yrkesfaglige utdanningsprogrammene.

Arbeidsgruppen foreslår at modell B eller D prioriteres.

Vi foreslår også et nytt matematikkfag på Vg3 påbygging som erstatning for dagens tilbud, med et omfang på 140 timer som gir generell studiekompetanse sammen med den obligatoriske matematikken på Vg1. Dette nye faget bygger ikke direkte på matematikkfaget på Vg1 slik som i dagens modell.

#### 5.4.10 Forslag fra arbeidsgruppen:

Forslag 17: Det prøves ut et pilotforsøk i et eller noen utvalgte fylker ved eksamen våren 2015 ved at den yrkesrettede delen av eksamen i 1 P-Y utarbeides på skolenivå.

Forslag 18: Det utredes en ny modell for læreplanene i matematikk på Vg1 på yrkesfaglig utdanningsprogram. Vi foreslår å prioritere enten:



- Modell B: Læreplanen består av en fellesdel og en del som er tilpasset hvert av de ni utdanningsprogrammene.  
eller
- Modell D: Det lages en egen tilpasset læreplan for hvert av de ni yrkesfaglige utdanningsprogrammene

Forslag 19: Det utvikles et nytt matematikkfag på Vg3 påbygging som er felles for alle elever på Vg3 påbygging som ikke bygger direkte på matematikk fra Vg1 yrkesfag. Dette faget skal gi generell studiekompetanse sammen med matematikk på Vg1.

## 5.5 Grunnleggende ferdigheter i matematikk

Innføringen av grunnleggende ferdigheter i læreplanverket kan beskrives som et grep norske skolemyndigheter gjorde for å sikre sammenheng i læringsarbeidet i skolen, og for å høyne kunnskapsnivået hos norske elever. Hva grunnleggende ferdigheter er, beskrives i St.meld. nr. 30 (2003-2004) *Kultur for læring*. I avsnitt 4.2 (s. 30) i meldinga omtales anbefalingene fra Kvalitetsutvalget. De beskrev flere sentrale «basiskompetanser» som utvalget foreslo skulle uttrykkes gjennom egne kompetansemål i alle læreplaner for fag. Disse ferdighetene var ikke knyttet spesifikt til enkeltfag, men ble beskrevet som en nøkkel til tilegnelse av ny kunnskap og dannelse av identitet (for elevene). Forslaget fra Kvalitetsutvalget ble drøftet i stortingsmeldingen, og departementet løftet frem fem grunnleggende ferdigheter som departementet mente var de mest sentrale for læring i alle fag: å kunne uttrykke seg muntlig, å kunne lese, å kunne uttrykke seg skriftlig, å kunne regne og å kunne bruke digitale verktøy. Ferdigheter i engelsk, læringsstrategier, motivasjon og sosial kompetanse som Søgnerutvalget inkluderte i de foreslåtte basiskompetansene, ble ikke inkludert i de grunnleggende ferdighetene.

I 2012 fastsatte Kunnskapsdepartementet Rammeverk for grunnleggende ferdigheter som beskriver grunnleggende ferdigheter slik: «I Kunnskapsløftet er det definert fem ferdigheter som utgjør grunnleggende forutsetninger for læring og utvikling i skole, arbeid og samfunnsniv. Ferdighetene er avgjørende redskaper for læring i alle fag og samtidig en forutsetning for at elevene skal kunne vise kompetanse» (Utdanningsdirektoratet, 2012c, s. 5). Dette er i tråd med konklusjonene som ble trukket i Stortingsmelding 30. De fem ferdighetene skal beskrives i hver enkelt læreplan for fag, der det skal framgå hvordan ferdighetene skal bidra til å utvikle elevenes kompetanse i det gjeldende faget. Videre skal de fem ferdighetene integreres i kompetansemål for faget. Dette medfører at de fem ferdighetene i læreplanene for matematikk må formuleres og beskrives slik at de ivaretar læring i matematikk, og formuleringene må ta hensyn til fagets egenart og formål. Kravene til ferdighetene må være tydelige på ulike trinn for å sikre en utvikling av elevenes grunnleggende ferdigheter gjennom hele det 13-årige løpet.

### Historikk – grunnleggende ferdigheter i norske læreplaner

Etter behandlingen i Stortingsmelding 30, ble de fem grunnleggende ferdighetene (å kunne uttrykke seg muntlig, å kunne lese, å kunne uttrykke seg skriftlig, å kunne regne og å kunne

bruke digitale verktøy<sup>17</sup>) lansert med innføringen av Kunnskapsløftet i 2006. For å hjelpe læreplangruppene i arbeidet med å beskrive grunnleggende ferdigheter innen for de ulike fagene, ble det utviklet mer utfyllende beskrivelser av hver ferdighet av ekspertgrupper. Læreplangruppen i matematikk fellesfag, under ledelse av Alseth, brukte beskrivelsene dels til å gi en kortfattet definisjon av de fem grunnleggende ferdighetene i matematikk, og dels til å skrive de fem grunnleggende ferdighetene inn i kompetansemål i læreplanen

Før revisjonen av Kunnskapsløftet i 2012-2013 ble Rammeverk for grunnleggende ferdigheter utviklet (se over). Igjen ble det nedsatt ekspertgrupper. Oppdraget til gruppene var å utvikle et nasjonalt rammeverk for de fem grunnleggende ferdighetene til bruk for læreplangrupper der de grunnleggende ferdighetene beskrives på tvers av fagene. Rammeverket er utviklet på oppdrag av og i samarbeid med Utdanningsdirektoratet og godkjent av Kunnskapsdepartementet 11. januar 2012. I rammeverket beskrives de fem grunnleggende ferdighetene på et overordnet nivå, og i tillegg defineres ferdighetsområder innenfor hver grunnleggende ferdighet. Lesing har for eksempel fire ferdighetsområder (forberede, finne, tolke og sammenholde, reflektere og vurdere, (Utdanningsdirektoratet, 2012c, s. 10)). Det ble også utviklet matriser som beskriver utviklingen av hver av de grunnleggende ferdighetene innenfor hvert ferdighetsområde på fem nivåer.

Det nye rammeverket ble brukt av læreplangruppen under ledelse av Nortvedt som stod for revisjonen av matematikk fellesfag 2012-2013. Oppdraget til læreplangruppen var å sørge for at progresjon i de fem grunnleggende ferdighetene kom tydelig frem i læreplanen for matematikk fellesfag. Det ble lagt særlig vekt på regning og lesing som grunnleggende ferdigheter (Kunnskapsdepartementet, 2010a), og kommunikasjon i matematikkfaget (læreplangruppens egen vektlegging). Læreplangruppen reviderte også de fem definisjonene av grunnleggende ferdigheter i matematikk. Disse definisjonene er skrevet med utgangspunkt i rammeverket for grunnleggende ferdigheter, men ferdighetene ble forsøkt definert slik at det tas hensyn til matematikkfagets egenart. Den nye planen ble tatt i bruk høsten 2013.

### **Grunnleggende ferdigheter slik de er beskrevet i læreplanene for matematikk fellesfag**

I dette avsnittet vil vi gruppere de grunnleggende ferdigheter i tre grupper for å kunne drøfte på hvilken måte de er ivaretatt i læreplanene for matematikk fellesfag, hvilke utfordringer vi ser når beskrivelsene skal ivareta matematikkfagets egenart og mulige fremtidige endringer. Vi har delt de fem ferdighetene inn i språklige ferdigheter (lesing, skriving, muntlig), regning og digitale ferdigheter. Hensikten med inndelingen er at de tre språklige ferdighetene i stor grad dreier seg om å kommunisere i, om og med matematikk (se for eksempel (Niss & Højgaard Jensen, 2002)), mens regning og digitale ferdigheter også ivaretar det å «gjøre» matematikk.

Matematikkfaget kan betegnes som «morfaget» for regning. Den første opplæringen i regning skjer i matematikkfaget på samme måte som den første leseopplæringen skjer i norskfaget. Rammeverk for grunnleggende ferdigheter i regning bygger på rammeverket i PISA (OECD,

---

<sup>17</sup> Ved revisjonen av Kunnskapsløftet i 2013 ble betegnelsen "å kunne uttrykke seg muntlig" endret til "muntlige ferdigheter" og betegnelsen "å kunne bruke digitale verktøy" ble endret til "digitale ferdigheter".

2013) og Niss og Højgaard Jensen (2002). Grunnleggende ferdigheter i regning beskrives som å ta i bruk matematikk på en rekke livsområder (Utdanningsdirektoratet, 2012c). Det handler om å bruke matematisk kompetanse for å identifisere matematiske problemstillinger, formulere problemstillinger, løse problemer, kunne tolke og vurdere resultater og å kunne kommunisere om prosessen og resultatene. Dette er nærmere beskrevet i form av fire ferdighetsområder der tre av områdene (gjenkjenne og beskrive, bruke og bearbeide, reflektere og vurdere) til sammen tilsvarer prosessene i modellerings- og problemløsingssyklusen, mens det fjerde ferdighetsområdet (kommunikasjon) naturlig inngår i alle fasene (Nortvedt, 2013a). I læreplanen for matematikk er grunnleggende ferdigheter i regning beskrevet som å «å bruke symbolspråk, matematiske omgrep, framgangsmåtar og varierte strategiar til problemløysing og utforsking som tek utgangspunkt både i praktiske, daglegdagse situasjonar og i matematiske problem». Progresjon i regning er beskrevet slik i læreplanen for matematikk: «Utvikling av å rekne i matematikk går frå grunnleggjande talforståing og å kjenne att og løyse problem ut frå enkle situasjonar til å analysere og løyse eit spekter av komplekse problem med eit variert utval av strategiar og metodar» (Utdanningsdirektoratet, 2006a). Denne beskrivelsen skiller seg fra beskrivelsen i regning i første utgave av Kunnskapsløftet, der regning handlet mer om grunnleggende matematiske metoder (som de fire regningsartene), praktisk regning og problemløsing. Mens den første definisjonen knyttes seg opp mot det man internasjonalt betegner *numeracy*, er den nye definisjonen mer rettet mot *mathematical literacy*. Samtidig har man ikke endret navn på ferdigheten, og en utfordring knyttet til det nye rammeverket ligger nettopp i bruken av termen «regning». På et hverdagspråk betyr regning å regne med tall, og mange vil umiddelbart knytte dette til et innhold omtrent som i den første definisjonen, og dermed ha en snevrere forståelse enn det nye rammeverket legger opp til. Dette kommer vi tilbake til i de neste avsnittene.

De tre språklige ferdighetene har en sentral plass i matematikkplanene. Det er i matematikkplanen lagt noe vekt på matematikkens symbolspråk og bruk av matematisk terminologi og «talemåter», men kanskje ikke tilstrekkelig. Definisjonene av lesing og skriving i Rammeverk for grunnleggende ferdigheter beskriver i stor grad lesing og skriving av argumenterende tekst, og det legges for eksempel stor vekt på å uttrykke egne meninger. Matematikkfaget skiller seg fra andre fag i så måte, fordi man i matematikkfaget primært gir uttrykk for argumenter, og fordi det i liten grad er rom eller behov for å uttrykke meninger og holdninger<sup>18</sup>. Rammeverket for grunnleggende ferdigheter i lesing bygger blant annet på definisjonen av lesing i PISA (OECD, 2013), der lesing deles i tre aspekter: finne informasjon i tekst, tolke tekst og reflektere over innholdet i teksten. Dette er sentrale ferdigheter i å lese tekst med matematisk innhold, men vel så viktig er det å beherske det matematiske symbolspråket.

Vi vil holde frem at dersom utviklingen i lesing og skriving i matematikk skal støtte opp under matematisk læring, vil det måtte legges større vekt på å utvikle matematisk (symbol) språk. Det vil si å lese (avkode og forstå) matematisk symbolspråk og å uttrykke seg skriftlig

---

<sup>18</sup> I regning i andre fag vil det i større grad være snakk om å bruke matematikk til å støtte opp under meninger, men også her er det snakk om å bruke matematikk til å støtte opp under argumentasjon og beslutninger.

ved hjelp av et matematisk symbolspråk. Det kan for eksempel gjøres ved å fokusere på lesing og skriving av sammensatte tekster i noe mindre grad i beskrivelsene av grunnleggende ferdigheter i lesing og skriving i matematikk, samtidig som det legges større vekt på prealgebra og algebra i læreplanenes kompetansemål. Da vil lesing og skriving i matematikk være synlig både i beskrivelsen av de grunnleggende ferdighetene og i det matematiske innholdet som beskrives i læreplanens kompetansemål.

Kommunikasjon med og i matematikk innebærer også å kjenne til matematiske uttryksmåter og å kunne oversette mellom hverdagsspråk og et matematisk språk. Det matematiske språket kjennetegnes ved at det er knapt og presist og gjør bruk av faste uttryksmåter og vendinger. Dette er i større grad ivaretatt i beskrivelsen av muntlige ferdigheter i matematikkplanen.

Det er også en utfordring at rammeverket for grunnleggende ferdigheter ikke ivaretar verktøyaspektet ved digitale ferdigheter, men snarere knytter digitale ferdigheter til informasjonsbehandling. Matematikkfaget kjennetegnes ved at mange målinger, beregninger og modelleringer kan gjøres effektivt ved hjelp av digitale verktøy. Samtidig er det viktig at elevene også lærer å bli bevisste på i hvilke situasjoner ulike verktøy er nyttige, og hvilke muligheter og begrensninger bruken av et verktøy gir. Vi vil gi en større omtale av bruken av digitale verktøy i matematikkfaget i kapittel 5.6

### **5.5.1 Den første lese- og skriveopplæringen i matematisk språk**

De mest sentrale læringsmålene for begynneropplæringen i norskfaget er knyttet til den første lese- og skriveopplæringen. En tilsvarende lese- og skriveopplæring skjer i matematikktime der elevene lærer å lese og skrive tall. Tallene er matematikkens alfabet. I tillegg lærer elevene å forme tekst med et matematisk innhold etter hvert som de lærer seg betydningen av matematiske symbol og skrivemåter. Det er helt vesentlig at elever lærer at  $4 + 2 = 6$  betyr at det som står på de to sidene av likhetstegnet er like mye eller likeverdige, at de ikke leser « $4 + 2$  blir  $6$ ». Fokus på den første lese- og skriveopplæringen er helt sentral for å beherske matematikkens formspråk på høyere trinn.

### **5.5.2 Utfordringer med å formidle hva grunnleggende ferdigheter er i matematikkfaget**

Hva forstår vi med grunnleggende ferdigheter? Mange vil tenke at det er basisferdigheter som hviler på andre ferdigheter. Noen tenker at grunnleggende betyr at det er enkle ferdigheter, som alle kan eller må beherske. Det finnes også noen som tenker at grunnleggende ferdigheter er det vi lærer først. Når grunnleggende ferdigheter inkluderes i læreplaner for fag, blir definisjonene av dem viktig fordi de vil forme innholdet i kompetansemål. Kanskje vil det være nødvendig å prioritere noen kompetansemål fremfor andre, det vil si å tydeliggjøre at noen kompetansemål er mer sentrale for elevenes utvikling av matematisk kompetanse enn andre mål.

Det er utfordrende å si noe om i hvilken grad grunnleggende ferdigheter former den implementerte undervisningen. Det er gjennomført lite klasseromsforskning med fokus på grunnleggende ferdigheter. Noe kjennskap til hva lærere mener er enkelt eller utfordrende har vi allikevel fra evalueringen av Kunnskapsløftet (se for eksempel (Møller, Ottesen, & Hertzberg, 2010)). På det intenderte nivået, gjennomsyrrer grunnleggende ferdigheter læreplanens kompetansemål, samtidig observerte Møller, Ottesen og Hertzberg at lærerne

ikke i tilstrekkelig grad forstod hvor dypt grunnleggende ferdigheter er integrert i kompetansemål i læreplanen.

Tilsvarende kan vi observere at høringsuttalelser til revideringen av læreplanene i matematikk fellesfag våren 2013, gir indikasjoner om at beskrivelsene av de fem grunnleggende ferdighetene i matematikk ikke i tilstrekkelig grad ivaretok fagets egenart, eller at de kunne misforstås (Utdanningsdirektoratet, 2013d). Nedenfor drøfter vi typer av utsagn som ble gitt i høringen. Hensikten med drøftingen er å løfte frem ulike syn på grunnleggende ferdigheter og å utdype utfordringene knyttet til dette. Vi gjør spesielt oppmerksom på at det ble tatt hensyn til uttalelsene i Utdanningsdirektoratets arbeid med å forenkle beskrivelsene av de grunnleggende ferdighetene og å tilpasse dem til matematikkfaget før den reviderte læreplanen ble fastsatt med virkning fra 1. august 2013.

Ved revisjonen skulle grunnleggende ferdigheter tydeliggjøres og integreres bedre i de enkelte kompetansemålene, og det ble særlig lagt vekt på progresjon i ferdighetene (Kunnskapsdepartementet, 2010a). Gjennomgangen av høringssvarene viser at selv om det i stor grad er enighet om både relevans og viktighet av disse grunnleggende ferdighetene, også i matematikk, er det mindre enighet om hva disse ferdighetene bør bestå i og om hvor viktige de enkelte ferdighetene er. Der er fem tydelige grupper som har sendt inn høringssvar: skoler, skoleeiere, lærerorganisasjoner, UH-sektoren inkludert nasjonale sentre og næringsliv. Til sammen kom det inn høringsuttalelser fra 106 institusjoner, organisasjoner og enkeltpersoner. 65 % av disse sa seg helt eller delvis enige i at beskrivelsene av de fem grunnleggende ferdighetene er tydelige (Utdanningsdirektoratet, 2013d). En gjennomgang av hvem som uttalte seg, viser at det var få uttalelser fra representanter for grunnskolen sammenlignet med videregående skole.

Mange skoler har svart, men de fleste svarte veldig knapt at de var positive til endringene. Eksempler på uttalelser som ble gitt:

*“Veldig fornøyd med at det "å samtale" er kommet inn som grunnleggende ferdighet.”*

*“synes at justeringen av formålet med faget og mer tydeliggjøring av de grunnleggende ferdighetene, høres fornuftig ut. Vi er enige i at det er viktig å legge vekt på ferdigheter, men hvorfor bare for muntlige og digitale ferdigheter og ikke for alle de fem grunnleggende ferdigheter? Vi er ellers enige i at det er viktig at de kommunikative aspektene ved regning kommer tydeligere fram, så ikke «ferdighetene» ligger skjult for andre.”*

*“Når det gjelder beskrivelsene av regneferdigheter og digitale ferdigheter, har vi sterkere innvendinger. Vi synes at det står for lite om regning når det gjelder regneferdigheter.”*

Noen skoleeiere ga utfyllende høringssvar. De var stort sett positive til tydeliggjøring og nyansering av enkeltkompetanser og ferdigheter, og ga uttrykk for at dette kan være til støtte for lærerne i deres læreplantolkning. Samtidig ga andre skoleeiere uttrykk for at læreplanen er skrevet på et vanskelig språk som gjør den mindre tilgjengelig for både lærere og elever enn de (skoleeierne) mener den burde være.

Eksempler på uttalelser:

*“Høringsteksten gir en god beskrivelse av en utvikling av grunnleggende ferdigheter i matematikk. Det meldes imidlertid om bekymring for at man krever mer av elevene enn det som kan forventes av elevgruppen og ikke minst aldersgruppen”*

*“Nye formuleringer er til gunst for både lærere, elever og foresatte. Utdypende og gir god støtte i arbeidet med ferdighetene samt til tolkning av kompetansemålene.”*

*“Vi vet at mange som underviser i matematikk ikke har dette som fag. Vi er ikke sikker på om tekstene da kommuniserer det de skal.”*

*“Etter [vår] vurdering kommer det ikke klart frem at regning handler både om problemløsningsferdigheter og regneferdigheter (basisferdigheter – de fire regnearter, multiplikasjonstabellen og lignende),..”*

Lærerorganisasjoner, nasjonale sentre og fagråd er organisasjoner med stor innsikt i skole og matematikkundervisning, noe deres høringssvar også viste. De støttet for eksempel at revisjonen medfører tydelighet og progresjon i utviklingen av grunnleggende ferdigheter innenfor matematikkfaget. Samtidig ble det gitt uttrykk for at enkelte beskrivelser av grunnleggende ferdigheter har for liten tilknytning til faget.

Eksempler på uttalelser:

*“Når det gjelder grunnleggende ferdigheter, bør man imidlertid være forsiktig med å gjøre lesing til en stor del av faget matematikk, da man kan risikere at fagets egenart forsvinner i store tekstoppgaver.”*

*“tekstane... manglar klarare formuleringar om det som er særtrekka for matematikkfaget, altså at teksten er meir spissa mot faget matematikk.”*

*“De tre språklige ferdighetene kan bli tydeligere når det gjelder betydningen av symbolspråkets grammatikk. Beskrivelsene av regneferdigheter inneholder lite om regning, og beskrivelsen av digitale ferdigheter er lite preget av matematikk.”*

Enkelte aktører ga uttrykk for at spesifikke begreper som ble brukt i formuleringene av grunnleggende ferdigheter, er lite tilgjengelige.

Eksempler på uttalelser:

*“Uklart hva som ligger i prosess og produktside ved skriving i matematikk.”*

I revisjonen av læreplanen ble bruk av digitale ferdigheter knyttet til konkrete kompetansemål. Dette ble også reflektert i en del høringssvar. Flere var kritiske til at bruken av digitale hjelpemidler sees som en del av grunnleggende ferdigheter i regning. For øvrig ble det i større grad gitt uttrykk for manglende progresjon i beskrivelsen av den digitale kompetansen.

Kort oppsummert kan vi slutte at revisjonen av læreplanene for matematikk fellesfag overveiende ble godt mottatt, men at det i høringen ble gitt uttrykk for at de grunnleggende ferdighetene kunne vært enda mer fagspesifikke. Ikke minst ble det gitt uttrykk for at regneferdighetene burde vært tettere knyttet til gjengs oppfatning av regning som bruk av de fire regningsartene (numeracy-perspektivet).

*“Det som skisseres .... er grunnleggende matematisk aktivitet. Det er ikke ”noe annet” eller ”noe mindre” enn matematikk. Vi mener det er direkte feil å kalle dette ”regning” et begrep som tradisjonelt henviser til å mestre de fire regningsartene, brøk og prosent.”*

Gjennomgangen vi (matematikkgruppen) har gjort av høringsuttalelsene, tyder på at mange av de som uttalte seg sannsynligvis hadde mangelfull kjennskap til rammeverket for grunnleggende ferdigheter. Det var da heller ingen forutsetning, siden rammeverket er utviklet til bruk for læreplangrupper, og de som uttalte seg kun skulle forholde seg til beskrivelsene av de fem grunnleggende ferdighetene slik de var i matematikkplanen. Samtidig er det uheldig om innholdet og definisjonene av grunnleggende ferdigheter oppfattes som utydelige av skoleeiere eller lærere. Det kan også være uheldig om definisjonen av eller betegnelsen på de grunnleggende ferdighetene er for langt fra hva som allment oppfattes som innholdet i ferdigheten, slik det kan se ut som for eksempel for regning. Innhold i uttalelsene i høringen kan tyde på at det finnes en rekke ulike oppfatninger av hva grunnleggende ferdigheter i regning er. Dette representerer helt klart en utfordring.

Minst to ulike forståelser finnes, i tillegg til den som er beskrevet i rammeverk for grunnleggende ferdigheter:

- Grunnleggende betyr enkle, det man lærer tidlig i skoleløpet
- Regning betyr de fire regningsartene, (inkludert brøk, prosent, desimaltall)
- Regning er å bruke matematikk til å løse problemer (rammeverkets definisjon)

Enkelte instanser mente for eksempel at det var for lite regning i grunnleggende ferdigheter i regning, og henviste til at de fire regningsartene, multiplikasjonstabellen og tilsvarende var for lite synlige. Norsk matematikkråd representerer en helt annen oppfatning, og foreslo at man skiftet navn på grunnleggende ferdigheter i regning til grunnleggende ferdigheter i matematikk.

### **5.5.3 Forskning på skolens arbeid med grunnleggende ferdigheter**

Det finnes noe nasjonal forskning på hvordan skolene forstår og arbeider med grunnleggende ferdigheter, herunder regning. Denne forskningen er ikke rettet spesifikt mot matematikkfaget, og må derfor tolkes med varsomhet. Samtidig er det lite trolig at skolene arbeider bedre med grunnleggende ferdigheter innenfor matematikkfaget enn i andre fag. Et hovedfunn i evalueringen av innføringen av Kunnskapsløftet er at mens grunnskolene etter hvert har funnet en form på arbeidet med grunnleggende ferdigheter i lesing (Hertzberg, 2009), er de andre fire grunnleggende ferdighetene så godt som usynlige. Arbeidet med å utvikle elevenes grunnleggende ferdigheter har ikke endret seg vesentlig med innføringen av Kunnskapsløftet (Møller et al., 2010). Regning undervises først og fremst i matematikkfaget. I følge Aasen et al. (2012) svarer kun 39 prosent av lærerne på ungdomstrinnet at de gjør noe hver dag for at

elevene skal utvikle grunnleggende ferdigheter i regning. Hertzberg (2009) fant også at i videregående opplæring var det først og fremst arbeid med digitale ferdigheter som var i fokus. Det samme funnet gjorde Aasen et al. (2012). De fant i tillegg at mens de på ungdomstrinnet arbeidet mye med grunnleggende ferdigheter i lesing, var dette mindre vesentlig i videregående opplæring. I sin rapport drøfter de mulige årsaker til disse funnene, og bemerker at de i sine intervjudata fra 2007 og 2010 finner tendenser til at lærerne tenker på grunnleggende ferdigheter som det elementære som læres tidlig i utdanningsløpet. Dersom grunnleggende ferdigheter knyttes til innholdet i begynneropplæringen, blir dette mindre sentralt for lærere på høyere trinn. Forskningen knyttet til innføringen av Kunnskapsløftet handler ikke spesielt om matematikkfaget, men det er liten grunn til å tro at de funnene som er gjort, gjaldt matematikkfaget i mindre grad enn andre fag. Revideringen av Kunnskapsløftet ble derfor iverksatt som et svar på disse brevene (Kunnskapsdepartementet, 2010a).

Det finnes noen få eksempler på FOU-arbeid der fokus har vært rettet mot grunnleggende ferdigheter innenfor rammen av matematikkfaget. Bjørkås (2013) analyserer for eksempel, læreboktekster med utgangspunkt i generell tekstteori. Dette kan gi verdifulle innspill til hvorfor det er vanskelig for elever å lese matematiske tekster, fordi det peker på vesentlige styrker og svakheter ved læreboktekstene. Samtidig mangler vi norsk, empirisk forskning på hvordan elever faktisk leser og oppfatter slik tekst. Österholm (2006a, 2006b, 2006c) fant i sitt doktorgradsarbeid at elever ikke bruker andre lesestrategier for å lese matematisk tekst sammenlignet med for eksempel samfunnsfagtekster. Samtidig gjør han funn som tyder på at bruk av matematisk symbolspråk gjør matematikktekstene mer krevende å lese, fordi de må «pakkes ut». Mye meningsinnhold kan uttrykkes med noen få tegn og symboler som må oversettes til et mer muntlig matematikkspråk.

#### 5.5.4 Oppsummering

Utformingen av læreplanen i matematikk fellesfag, stiller tilsynelatende lærerne overfor store utfordringer. Læreplanens kompetansemål skal tolkes og operasjonaliseres. Dette medfører å bryte ned og fordele innhold på trinn samtidig som grunnleggende ferdigheter skal integreres. I tillegg skal lærerne velge arbeidsmåter og planlegge for undervisningsvurdering.

Høringsuttalelsene gir ikke noe tydelig bilde av hvordan denne kompleksiteten virker inn på og former undervisningen, men det er tankevekkende når en skoleeier sier at lærere med liten fagbakgrunn vil få store vansker med å forstå og bruke læreplanen i sin planlegging av matematikkundervisningen.

I gjennomgangen over peker vi på at mye av utfordringen skolen står ovenfor, synes å være knyttet til utfordringer med å forstå hva som er sentralt innenfor de fem grunnleggende ferdighetene, slik de er beskrevet i matematikkfaget. Mye arbeid gjenstår trolig før arbeidet med de fem grunnleggende ferdighetene er integrert i skolens arbeid med matematikkfaget. Med integrasjon tenker vi for eksempel at fokus på å lese og skrive matematisk symbolspråk kan hjelpe elevene til å utvikle kompetanse i algebra eller geometri. Fokus på betydningen av likhetstegnet kan gjøre det enklere å forstå likningsløsning. Kunnskap om matematisk språk kan gjøre det enklere å forstå hva som skal til for å løse en oppgave i geometri.



Avslutningsvis vil vi påpeke at når elever og lærere arbeider med de fem grunnleggende ferdighetene i matematikkundervisningen, kan dette bidra til at elevene i større grad lærer for eksempel å bruke det matematiske symbolspråket og å ta i bruk digitale verktøy fordi fokus en stund rettes spesielt mot dette. Men – det er alltid et men – det kan også stilles spørsmål ved om de fem grunnleggende ferdighetene i tilstrekkelig grad er formulert på matematikkfagets grunn, og om de grunnleggende ferdighetene dermed får for stor plass i læreplanen på bekostning av matematikkfaglig innhold. Vi vil også etterlyse forskning som kan gi kunnskap om hvordan elevene utvikler de fem grunnleggende ferdighetene i matematikkfaget, og hvordan skolene arbeider med de fem grunnleggende ferdighetene i matematikk.

#### 5.5.5 Forslag fra arbeidsgruppen:

Forslag 20: Forskning iverksettes på skolenes arbeid med grunnleggende ferdigheter i matematikkfaget.

Forslag 21: Forskning iverksettes på hvordan de fem grunnleggende ferdighetene utvikles og hvordan de støtter elevenes læring i matematikk.

Forslag 22: Det vurderes om grunnleggende ferdigheter i regning kan få en annen betegnelse som i mindre grad er i konflikt med hverdagsbruk av termen «regning».

## 6 Digitale ferdigheter i matematikkfaget

I kapittel 5.5 så vi på de fem grunnleggende ferdighetene samlet. Vi vil nå ta for oss digitale ferdigheter i matematikkfaget med et særlig blikk på den rollen digitale verktøy har i faget. Den reviderte læreplanen for fellesfaget matematikk<sup>19</sup> beskriver digitale ferdigheter slik:

*Digitale ferdigheter i matematikk inneber å bruke digitale verktøy til læring gjennom spel, utforsking, visualisering og presentasjon. Det handlar òg om å kjenne til, bruke og vurdere digitale verktøy til berekningar, problemløysing, simulering og modellering. Vidare vil det seie å finne informasjon, analysere, behandle og presentere data med formålstenlege verktøy, og vere kritisk til kjelder, analysar og resultat. Utvikling i digitale ferdigheter inneber å arbeide med samansette digitale tekstar med aukande grad av kompleksitet. Vidare inneber det å bli stadig meir merksam på den nytten digitale verktøy har for læring i matematikkfaget.*

Dette gir en generell beskrivelse av digitale ferdigheter i matematikkfaget og gjelder for alle trinn i skolen<sup>20</sup>. Vi vil se litt nærmere på hvordan disse ferdighetene er integrert i kompetansemålene i læreplanen, og har valgt å bruke teoretisk matematikk på Vg1 (1T) som eksempel:

<sup>19</sup> [http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende\\_ferdigheter/](http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter/)

<sup>20</sup> Læreplanene for matematikk programfag (R1, R2, S1, S2 og X) er ikke revidert, og der er ordlyden en litt annen. Forskjellene er likevel så små at vi i denne sammenheng kun velger å se på digitale ferdigheter i matematikkfaget slik de er beskrevet i læreplanen for fellesfaget.

## Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- |                |   |
|----------------|---|
| Tal og algebra | <ul style="list-style-type: none"><li>• omforme uttrykk og løse likningar, ulikskapar og likningssystem av første og andre grad og enkle likningar med eksponential- og logaritmefunksjonar, både ved rekning og med digitale verktøy</li><li>• omforme ei praktisk problemstilling til ei likning, ein ulikskap eller eit likningssystem, løse det matematiske problemet både med og utan digitale verktøy, presentere og grunngje løysinga og vurdere gyldigheitsområde og avgrensingar</li></ul> |
| Geometri       | <ul style="list-style-type: none"><li>• lage og bruke skisser og teikningar til å formulere problemstillingar, i oppgåveløysing og til å presentere og grunngje løysingane, med og utan bruk av digitale verktøy</li></ul>  |
| Funksjonar     | <ul style="list-style-type: none"><li>• lage, tolke og gjere greie for funksjonar som beskriv praktiske problemstillingar, analysere empiriske funksjonar og finne uttrykk for tilnærma lineære samanhengar, med og utan bruk av digitale verktøy</li></ul>   |

I læreplanen for 1T er det kun i disse fire kulepunktene at digitale ferdigheter nevnes eksplisitt. Vi legger merke til at det brukes nokså generelle formuleringer som «med og uten bruk av digitale verktøy». Dette har trolig sin årsak i måten læreplanen er bygd opp på. Kulepunktene skal kunne romme ulik grad av måloppnåelse. En elev kan klare å løse enkle likninger i for eksempel GeoGebra<sup>21</sup>, mens andre kan løse likninger symbolsk med parametere i optimeringsproblemer. Dette spennet i kompetanse hos elevene er utfordrende når en skal lage eksamensoppgaver. Hvilke verktøy kan oppgavenemnda forutsette at elevene skal kunne for å få høy måloppnåelse i de ulike kompetansemålene?

Dette er blitt presisert i den nye eksamensordningen (Utdanningsdirektoratet, 2013e) som gjelder fra våren 2015. I eksempeloppgavesettet (Utdanningsdirektoratet, udatert-a) som er utgitt i forbindelse med den nye eksamensordningen, er det gitt eksempler på hva elevene bør mestre med forskjellige digitale verktøy for å være godt forberedt til eksamen. I matematikk 1T bør elevene vite hvordan de kan bruke en graftegner til å:

- tegne grafer til lineære funksjoner, omvendt proporsjonale funksjoner, polynomfunksjoner, rasjonale funksjoner, eksponentialfunksjoner, potensfunksjoner
- finne nullpunkter, bunnpunkter og topppunkter
- finne likningen for en linje gjennom to punkter
- finne skjæringspunkter mellom grafer og med koordinataksene
- løse likninger, likningssystemer og ulikheter grafisk
- finne x- og y-verdier i punkter på grafer
- finne stigningstall, momentan vekstfart og gjennomsnittlig vekstfart
- tegne tangenter / finne tangentlikning
- bruke lineær regresjon

---

<sup>21</sup> GeoGebra er et matematikkprogram som brukes ganske mye i norsk skole. Programmet kan lastes ned gratis fra <http://www.geogebra.org>

- kopiere en grafisk framstilling til et tekstbehandlingsdokument og skrive ut
- skrive ut en grafisk framstilling direkte fra graftegneren

Dette er en nokså tydelig beskrivelse av hva elevene kan forvente å måtte beherske under en eksamen. Det kan også være enklere for en lærer å forholde seg til en slik liste enn en generell beskrivelse som i læreplanen. Samtidig vil en slik presisering selvsagt også begrense den frihet til tilpassing som læreplanen legger opp til. En fare med slike lister er at de kan virke forsterkende for den såkalte «washback-effekten» omtalt i kapittel 7.2.

Helt siden Kunnskapsløftet ble innført i 2006, har det vært tillatt med datamaskin med matematikkprogramvare på del 2 av eksamen. Men i eksamensveiledningene har det blitt presisert at oppgavene skal kunne løses med en grafisk lommeregner av den typen som ble innført ved Reform 94. Det har altså ikke vært krav om bruk av datamaskin på eksamen. Dette endres fra og med eksamen våren 2015. Hvilke digitale verktøy som blir obligatoriske til eksamen varierer med ulike fagkoder. Samlet for alle fagkodene blir følgende digitale verktøy obligatorisk til eksamen:

- Graftegner (alle fagkoder)
- Regneark (10. trinn, 1P, 2P og 2P-Y)
- CAS<sup>22</sup> (1T, 2T, 2T-Y, R1, R2, S1 og S2)

I tillegg til de digitale verktøyene som blir obligatorisk ved eksamen fra våren 2015, er fortsatt dynamisk geometri og programvare for tekstbehandling meget aktuelle i skolesammenheng. Med en formeeditor kan man skrive og redigere matematiske formler, uttrykk og symboler. Slike formeeditorer er vanligvis innebygd i tekstbehandlingsprogrammer, læringsplattformer og andre steder der man har behov for å skrive matematikk.

Noen programmer inneholder flere typer digitale verktøy. GeoGebra er et eksempel på slik programvare. GeoGebra er både graftegner, regneark og CAS. Det samme gjelder programmet TI-Nspire. Ulike appletter, apper og spill kan også regnes som digitale verktøy for mer eller mindre spesialiserte oppgaver. Av de ulike verktøyene som fins på det norske markedet i dag, er det Microsoft Excel, GeoGebra og TI-Nspire som ser ut til å være mest utbredt på skolene. I tillegg er det en del skoler som bruker formeeditoren MathType til å skrive matematikk.

## 6.1 Digitale verktøy i undervisning og læring

I skolen er det stor oppmerksomhet på bruk av digitale verktøy som hjelpemidler til matematikkeksamen, og dette forsterkes av den nye eksamensordningen der det blir krav til bruk av bestemte verktøy på enkelte oppgaver. Faren med dette er at enkelte aspekter ved den digitale ferdigheten får liten oppmerksomhet i opplæringen. Digitale verktøy kan brukes slik at elevene utforsker rike/åpne problemstillinger, og oppgaveparadigmet utfordres. Men de samme verktøyene kan også brukes slik at elevene trener på rutineoppgaver, verktøyet automatiserer manuelle ferdigheter, og oppgaveparadigmet vedlikeholdes. Det kan være

<sup>22</sup> Computer Algebra System – også kalt symbolbehandlende verktøy på norsk

grunn til å minne om læreplanens formulering om at digitale ferdigheter «inneber det å bli stadig meir merksam på den nytten digitale verktøy har for læring i matematikkfaget». Hvordan kan digitale ferdigheter være til hjelp og støtte i elevenes læring av matematikkfaglige begreper og kompetanser? Den amerikanske matematikklærerforeningen, National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), hevder i sitt Technology Principle (NCTM, 2000) at

*Calculators and computers are reshaping the mathematical landscape, and school mathematics should reflect those changes. Students can learn more mathematics more deeply with the appropriate and responsible use of technology. They can make and test conjectures. They can work at higher levels of generalization or abstraction. In the mathematics classrooms envisioned in Principles and Standards, every student has access to technology to facilitate his or her mathematics learning.*

Verktøyenes regnekraft kan brukes til å visualisere deler av matematikken mye enklere enn før. Lærere og elever kan nå enkelt og raskt tegne grafer og geometriske figurer, og ulike representasjoner av det samme matematiske objektet «henger sammen» dynamisk. Funksjonsuttrykket vil for eksempel endres hvis man «drar» i grafen til funksjonen med markøren, og dette gjør det potensielt lettere for elevene å forstå sammenhengen mellom funksjonsuttrykk og funksjonsgraf. Ved å la elevene jobbe med velvalgte og gode eksempler kan læreren bidra til at elevene utvikler sin begrepsforståelse<sup>23</sup>. Dette gjelder generelt, men digitale verktøy gir flere muligheter enn før.

I denne sammenheng er ikke digitale verktøy noe tryllemiddel i seg selv. Elbaz-Vincent (2005) peker på noen viktige sammenhenger mellom verktøy, læremidler, aktiviteter og læreplanmål:

*The 'intelligent usage' of CAS in mathematical science courses is not an easy task, and in particular is not given. This implies the necessity of developing specific classroom activities and specific exercise sheets, well adapted to the task, showing clearly the value of the CAS either as a platform for experimentation or as an assistant, and well integrated into the main course.*

Lærernes matematikdidaktiske og matematikkfaglige kompetanse har betydning for hvordan og i hvilket omfang, de tar i bruk digitale verktøy i sin undervisning (Thorvaldsen, Vavik, & Salomon, 2012). Det pågår et omfattende etter- og videreutdanningsprogram rettet mot norske matematikklærere, og det er selvsagt bra. Men dette bør suppleres med veiledningsmateriell, læremidler og undervisningsressurser som kan hjelpe lærerne til å øke «den nytten digitale verktøy har for læring i matematikkfaget». Gruppen foreslår at det bør satses på etterutdanning av lærere i matematikdidaktikk knyttet til bruk av digitale verktøy. I kapittel 5.5 foreslo vi at det iverksettes forskning på hvordan de fem grunnleggende ferdighetene utvikles, og hvordan de støtter elevenes læring i matematikk (forslag 21). Dette inkluderer forskning på bruk av digitale verktøy i matematikkopplæringen.

---

<sup>23</sup> Se for eksempel Tall og Vinner (1981) og det de skriver om kognitive konflikter, concept image og concept definition.

## 6.2 Et matematikkfag i endring?

Tilgang til nye verktøy vil naturlig føre til at noen deler av matematikkfaget vektlegges mer eller mindre enn før. Noen eksempler: De arabiske tallene utkonkurrerte romertallene fordi de var mye enklere å regne med. Etter at det ble vanlig med lommeregner, brukes ikke logaritmetabeller til å forenkle multiplikasjon og divisjon. Det er ikke lenger vanlig å kunne trekke ut en kvadratrott for hånd, og regnestaven har havnet på museum. Samtidig er de fleste matematikere og matematikklærere enige i at visse manuelle ferdigheter fortsatt er viktige for å kunne beherske og forstå faget. Dette er en viktig årsak til at vi fortsatt har en eksamensdel uten hjelpemidler.

Digitale verktøy har ført til at andre deler av matematikkfaget nå er mer aktuelle enn før. Men disse har fortsatt ikke vunnet innpass i læreplanene i form av egne kompetansemål. Dette gjelder for eksempel numeriske metoder, flyttallsaritmetikk og enkel programmering. Men i praksis er det en grense for hvor mange kompetansemål og ulike tema det er plass til i læreplanene. Dersom noe nytt skal inn, må noe annet nedprioriteres. Gruppen mener at kompetansemålene i læreplanene i matematikk for videregående opplæring bør gjennomgås med et særlig blikk for «nye» fagområder knyttet til digitale verktøy.

## 6.3 Forslag fra arbeidsgruppen:

Forslag 23: Det bør satses på etterutdanning av lærere i matematikkdiraktikk knyttet til bruk av digitale verktøy.

Forslag 24: Kompetansemålene i læreplanene i matematikk for videregående opplæring bør gjennomgås med et særlig blikk for «nye» fagområder knyttet til digitale verktøy.

## 7 Eksamen og nasjonale prøver

Nasjonalt kvalitetsvurderingssystem (NKVS) er beskrevet St.meld. nr. 30 (2003-2004), og implementert av Utdanningsdirektoratet i 2004. I kvalitetsvurderingssystemet identifiseres ulike prøver og på hvilket nivå de skal kunne gi informasjon, til hvem og om hva. NKVS omfatter

- Nasjonale prøver, andre prøver, eksamen og standpunkt
- Elevundersøkelsen
- Observasjoner og undersøkelser
- Internasjonale undersøkelser
- Forskning og evalueringsrapporter
- Data i Skoleporten
- Tilsynsrapporter

I mandatet til arbeidsgruppen bak denne rapporten er vi bedt om å uttale oss om tre av disse. Vi skal



Figur 1 NKVS illustrert på utdanningsdirektoratets nettsider.

«Vurdere betydningen av eksamen, nasjonale og internasjonale prøver på opplæringen i matematikk».

## 7.1 Internasjonale undersøkelser

Meld. St. 20 (2012–2013) gjør rede for identifiseres hensikten med Norges deltagelse i internasjonale undersøkelser. De skal gi grunnlag for å vurdere norske elevers kompetanse sammenliknet med kompetansen til elever fra andre land og å gi myndighetene informasjon om utvikling over tid. Norge deltar i to internasjonale, komparative undersøkelser som gir informasjon om elevenes kompetanse i matematikk: TIMSS og PISA. Sentrale funn fra disse undersøkelsene ble behandlet i kapittel 3 og gjentas ikke her.

Funn fra TIMSS og PISA har blitt brukt aktivt i policy-utforming, og de ble for eksempel brukt ved revideringen av læreplanene for fellesfag (implementert 2013), da det ble skrevet inn mer algebra i grunnskolens matematikkplaner. Funn fra de internasjonale, komparative studiene brukes også som kunnskapsgrunnlag når Utdanningsdirektoratet skriver sin årlige rapport, Utdanningsspeilet og som drøftingsgrunnlag i stortingsmeldinger om kunnskapsnivået i norsk skole og om norsk utdanningssystem<sup>24</sup>.

## 7.2 Eksamen

Vi har en eksamensordning med todelt eksamen i matematikk i dag. Dette gjelder alle de ulike kodene i faget. Del 1 er uten hjelpemidler, og del 2 er med alle hjelpemidler som ikke tillater kommunikasjon. Fra og med våren 2015 blir kravene til digitale ferdigheter skjerpet for alle fagene. Samtidig endres fordelingen mellom del 1 og 2 i noen fagkoder slik at delen uten hjelpemidler utvides fra 2 til 3 timer, mens delen uten hjelpemidler reduseres til 2 timer.

En avsluttende skriftlig eksamen gir tilbakemelding til elever, skoler og lærere, og fungerer som et korrektiv til den vurderingspraksis som skjer i skolen. Eksamen i matematikk skal måle elevenes måloppnåelse av kompetansemålene som er beskrevet i læreplanen. Evalueringen av NKVS gjennomført av Agderforskning Allerup, Kovac, Kvåle, Langfeldt, og Skov (2009, s. 241), viser at 59 % av rektorene og 55 % av lærerne mener at eksamenskarakterer er viktige for elevenes læringsutbytte. Hva som vurderes, og hvordan det blir vurdert, påvirker imidlertid opplæringen. Dette omtales gjerne som washback-effekten. Denne effekten kan være både positiv og negativ. Vi vet at eksamen er viktig for norske lærere og elever, og det er derfor rimelig å anta at de sentralgitte skriftlige eksamenene har sterk washback-effekt.

Eksamen blir dermed et viktig og effektivt verktøy for å implementere læreplanen. Vi kan for eksempel nevne at da vedtaket om revidert eksamensordning (Utdanningsdirektoratet, 2013e) i matematikk ble offentliggjort i desember 2013, økte skolenes etterspørsel etter kurs i bruk av ulike digitale verktøy. Særlig opplevde Matematikksenteret en klar økning i antall henvendelser fra ungdomsskoler som ønsket hjelp til å forberede lærere og elever på de nye eksamenskravene. Et annet eksempel som tydelig illustrerer eksamens rolle i implementering og tolkning av læreplanen, er forlagenes respons i etterkant av at sirkelligningen ble gitt til eksamen i R1 høsten 2011. Det oppsto da en nokså opphetet debatt om tolkning av

---

<sup>24</sup> Se for eksempel Elstad, Nortvedt, og Turmo (2009).

kompetansemålene i læreplanen, og forlagene har i ettertid supplert sine bøker med stoff om sirkelligningen.

Dersom eksamen makter å teste store deler av elevenes kompetanse, vil den påvirke undervisningen på en god måte. I NOU 2002: 10 pekes det på at eksamen generelt gir et begrenset bilde av elevenes reelle læringsutbytte. Elevene er i en presset situasjon under eksamen, og dette vil sette begrensninger for deres kreativitet. Vi kan derfor ikke forvente at en eksamen skal kunne gi det fulle bildet av elevens kompetanse. Niss og Højgaard Jensen (2002) påpeker at en matematisk kompetanse kan vokse i tre dimensjoner: dekningsgrad, aksjonsradius og teknisk nivå. I den samme rapporten konkluderer de med at «intet enkelt evalueringsredskap er tilstrækkelig til at indfange hele spektret af kompetence» (Niss & Højgaard Jensen, 2002, s. 29). På den andre side viser Palm, Boesen, og Lithner (2011) at prøver som svenske lærere selv har laget, inneholder færre oppgaver som krever kreative resonnement enn i de svenske nasjonale testene. Det er mulig at tilsvarende også gjelder i Norge, og at eksamen på den måten er med på å holde læringstrykket oppe. I arbeidet med sentralt gitte eksamensoppgaver i matematikk blir det ført kontroll på om alle hovedområdene blir testet.

Begrepet «teach to the test» viser til den negative siden ved washback-effekten. I verste fall blir kun det som blir testet på eksamen undervist i. Dette kan resultere i et for stort fokus på det tekniske nivået (Niss & Højgaard Jensen, 2002). Botten-Verboven (2010, s. 34) hevder i sin rapport «Matematikk for alle» at

*Vurderingstradisjonen i matematikkfaget i dag er mer preget av vurdering av ferdigheter og resultat enn en vurdering av prosess. (...) Dersom elevene skal bevisstgjøres egen utvikling i faget, må en ny vurderingstradisjon utvikles. Denne bør omfatte mer varierte vurderingsformer, større vekt på prosess og ivaretagelse av alle matematiske kompetanseområder. Det betyr å få kjennskap til og erfaring med ulike typer prøver: Individuelle, gruppeprøver, skriftlige og muntlige prøver. Elevene må få erfaring med selv å lage oppgaver. Om det skal fokuseres mer på undervisningsvurdering i faget, må også sluttvurderingen endres.*

Botten-Verbovens gruppe anbefalte at det innføres standpunktkarakter i matematikk muntlig, og at denne følges opp med tydelige vurderingskriterier. De argumenterte med at innføringen av en muntlig karakter i matematikk vil tvinge fram mer varierte arbeidsmåter i faget. Vi mener at skriftlig eksamen i matematikk er viktig for å sikre god implementering av læreplanen, rettferdig vurderingspraksis og et høyt læringstrykk i skolen. Vi er likevel bekymret for at skriftlig eksamen i for stor grad styrer undervisning, lærebøker og vurderingspraksis. Gruppen foreslår at det innføres muntlig standpunktkarakter i matematikk på ungdomstrinnet (se forslag 8).

### **7.3 Nasjonale prøver, kartleggingsprøver og læringsstøttende prøver**

Nasjonale prøver skal gi informasjon til elever, lærere, skoleledere, foresatte, skoleeiere, de regionale myndigheter og det nasjonale nivået som grunnlag for forbedrings- og utviklingsarbeid. Nasjonale prøver i regning skal kartlegge i hvilken grad elevenes



regneferdigheter er i samsvar med kompetansemål der regneferdigheter er integrert. Dette innebærer at nasjonale prøver i regning ikke er en prøve i matematikk som fag, men en prøve i regning som grunnleggende ferdighet, det vil si som del av fagkompetansen i alle fag. Prøvene er elektroniske og inneholder oppgaver om tall, måling og statistikk. Det er utarbeidet en felles skala for rapportering av resultater fra de nasjonale prøvene. Skoler, kommuner og fylker kan vurdere egne resultater på de ulike prøvene ved å sammenlikne egen fordeling på mestringsnivåer, gjennomsnitt og standardavvik med nasjonalt nivå.

Kartleggingsprøvene er diagnostiske prøver i regning. Prøvene undersøker om det er enkeltelever som trenger ekstra oppfølging og tilrettelegging i opplæringen. Resultatene fra kartleggingsprøvene gir informasjon om elever som befinner seg rundt eller under en definert bekymringsgrense. Kartleggingsprøvene skiller seg fra nasjonale prøver som gir informasjon om elever på alle nivåer.

Allerup et al. (2009) har evaluert det Nasjonale kvalitetsvurderingssystemet for grunnsopplæringen. De fant følgende:

Resultatene angående de nasjonale prøvene er forholdsvis positive ikke minst hos kommuner og rektorer, men de viser også at den pedagogisk diagnostiske bruk overfor de enkelte elever i undervisningen er liten sett i forhold til den styringsmessige og kontrollerende bruk. Der er dessuten funnet en tydelig wash-back effekt av disse prøvene, hvilket betyr at bare tilstedeværelsen av prøvene har medført, at der i undervisningen er blitt lagt større vekt på det som prøvene måler. For kartleggingsprøvene og brukerundersøkelsene til elever, lærere og foreldre har en slik wash-back effekt ikke vært tydelig. Den pedagogisk diagnostiske bruk av kartleggingsprøvene synes stor.

NIFU (Seland, Vibe, & Hovdhaugen, 2013) har evaluert nasjonale prøver som system. De trekker fram følgende:

*Mange lærere opplever at prøvene gir dem kunnskap om elevene som de enten har fra før, eller som de kunne skaffet seg gjennom andre kartleggingsprøver som de mener gir dem mer konkrete tilbakemeldinger om hva de kan gjøre for å utvikle den enkelte elevs læringsresultater i riktig retning. (...) Lærerne forteller gjennom spørreundersøkelsen og intervju at de bruker resultatene og veiledningsmateriellet for å fortelle elevene hvilket mestringsnivå elevene ligger på. Veiledningsmateriellet skal gi lærerne grunnlag for å gi tydeligere og spissede tilbakemeldinger om hva eleven kan jobbe med for å bli bedre, men lærere mener i intervju at de ikke har tid til å gå inn på hver enkelt elevs resultater på den måten som veiledningsmateriellet legger til rette for. Elever på 8. trinn forteller på sin side at de ønsker seg klarere tilbakemeldinger om hva de kan jobbe mer med når resultatene fra prøvene foreligger.*

Vi har et klart inntrykk av at det veiledningsmateriellet som ligger i Utdanningsdirektoratets prøveadministrasjonssystem (PAS)<sup>25</sup>, er lite kjent, og enda mindre brukt, av norske

---

<sup>25</sup><https://pas.udir.no/>



matematikklærere. Vi vet ikke om dette skyldes sviktende kommunikasjon, lav prioritering på skolene, at lærerne opplever resultatene som lite nyttige eller andre forhold. Sett i lys av de betydelige ressursene som brukes til å utvikle av prøver og veiledningsmateriell, og den tiden som går med til å gjennomføre prøvene, er det betenkelig at resultatene ikke i større grad brukes av lærerne. Vi foreslår at det samles systematisk informasjon om hva lærere tenker om veiledningsmaterialet knyttet til de nasjonale prøvene i regning og om på hvilken måte de ser prøvene som verktøy i læringsarbeidet. En slik datainnsamling bør følges opp av forskning eller vurderinger av hva som skal til for at lærerne skal bruke de verktøyene som er utviklet for dem.

I tillegg til regneprøvene tilbyr Utdanningsdirektoratet læringsstøttende prøver i matematikk (LIM) for 5. – 10. trinn (Utdanningsdirektoratet, 2012b) De læringsstøttende prøvene kan brukes til å identifisere misoppfatninger og manglende begrepsforståelse som kan være til hinder for videre læring. Det er utviklet ressurshefter for bruk av prøvene og for hjelp til undervisning for elever som strever med misoppfatninger og feiltenkninger. Elevers misoppfatninger kan betraktes som hindringer for videre læring, men misoppfatninger og delvise begreper kan også fungere som utgangspunkt for god læring og videre utvikling av elevenes begrepsforståelse (Sfard, 2003, s. 357). De læringsstøttende prøvene i matematikk er et resultat av prosjektet Kvalitet i matematikkundervisningen (KIM). Dette var i sin tid en del av Kirke-, utdannings- og forskningsdepartementets opplegg for vurdering i skolen. KIM ble utviklet av fagmiljøer knyttet til Telemarksforskning og Universitetet i Oslo (Brekke, 2002). Det ble blant annet utviklet prøve- og veiledningsmateriell av diagnostisk karakter som utgangspunkt for konkrete undervisningstiltak innenfor ulike deler av matematikkfaget. KIM beskriver hele spekteret av elevprestasjoner innenfor ulike områder av faget, ikke bare minimum kompetanse.

De læringsstøttende prøvene i matematikk er ikke revidert etter ny læreplan, og prøvene er ikke standardisert siden 1990-tallet. Vi vet ikke hvor omfattende misoppfatningene beskrevet i KIM-materialet er i dag, og det må derfor gjennomføres en ny standardisering. Vi har grunn til å tro at de læringsstøttende prøvene i matematikk brukes svært lite slik de foreligger i dag. Gruppen er kjent med at Utdanningsdirektoratet ønsker å revidere og videreutvikle prøvene med tilhørende materiell, og vi har tro på at disse igjen kan bli et nyttig verktøy i matematikkopplæringen.

## **8 Matematikk for høyt presterende elever**

Det er svært stort spenn i kompetanse- og motivasjonsnivået blant elevene i mange norske matematikklasserom på ungdomstrinnet, og dette medfører store utfordringer for lærerne som skal tilpasse opplæringen til den enkelte elev. Ulike differensieringstiltak har blitt prøvd. Ved innføring av 9-årig grunnskole på slutten av 1960-tallet ble det forsøkt med organisatorisk differensiering (kursplanssystemet), men denne modellen ble forlatt. Etter den tid har pedagogisk differensiering vært det bærende prinsippet for differensiering, men heller ikke det har gitt ønskede resultater. Både karakterstatistikk fra eksamen etter 10.trinn (tabell 5.2) og de internasjonale undersøkelsene TIMSS (figur 3.3) og PISA (figur 3.4) forteller oss at svært mange norske ungdomsskoleelever presterer lavt i matematikk, og at vi i Norge har få

elever som presterer på høyt eller avansert nivå. Sammenlignet med enkelte andre land og kulturer har vi i Norge ikke tradisjon for å legge undervisningen til rette for potensielt høyt presterende elever. Men også denne elevgruppen har rett på tilpasset opplæring, og vi vil i dette kapittelet se nærmere på ulike tiltak for høyt presterende elever.

Det synes å være to måter potensielt høyt presterende elever kan få tilpasset opplæring. En elev kan fullføre fag på høyere trinn enn forventet progresjon. Vi kaller et slikt akselerert løp for forsering. Alternativt kan eleven gå mer i dybden innenfor de tema som det arbeides med i den ordinære undervisningen, eller i bredden ved å jobbe med tema som ellers ikke er med i skolematematikken. Denne måten å arbeide med faget på kalles av og til for berikelse (engelsk enrichment). «Enrichment» kan enten foregå innenfor rammene av den vanlige klassen eller ved ulike former for og grader av organisatorisk differensiering.

## 8.1 Forsering av opplæringen i matematikk

Myndighetene har gjennom regelverket lagt til rette for at elever på ungdomstrinnet kan ta fag i videregående opplæring (Udir-04-2013). Ordningen gjelder både i matematikk og i andre fag som bygger på skolefag fra grunnskolen. Regelverket åpner for at kommunen og fylkeskommunen kan samarbeide, slik at eleven kan ta enkeltfag som deltidselev i videregående opplæring mens hun eller han er elev i grunnskolen. Dette er ikke en plikt for kommunen og fylkeskommune, men en mulighet. Elevene har altså ikke rett til forsert opplæring, men en del kommuner og fylkeskommuner tilbyr dette i form av faget matematikk 1T til elever på ungdomstrinnet.

Vi har ikke klart å skaffe pålitelige tall som viser hvor mange elever som følger Matematikk 1T mens de går på ungdomskolen. Men tabell 8.1 viser at antall elever som forserer vanlig framdrift i matematikkfagene R1 og R2 i videregående opplæring har økt, og det ligger nå på i overkant av 500 elever. Det er rimelig å anta at de fleste av disse elevene startet forseringen ved å ta matematikk 1T mens de fortsatt var elever på ungdomstrinnet, og tallene kan dermed gi oss en viss indikasjon på omfanget av forsering i matematikk 1T.

*Tabell 8.1 Antall elever som tok R1 og R2 mens de gikk på et lavere trinn enn henholdsvis Vg2 og Vg3 (Skoleporten, 2014).*

	2007/08	2008/09	2009/10	2010/11	2011/12	2012/13	2013/14
R1	44	241	127	159	241	273	327
R2		73	118	125	138	191	233

Vi vil nå se nærmere på hvordan slike tilbud om forsert løp i matematikk har blitt organisert i praksis.

### 8.1.1 Eksempel: 1T på naboskole

For elever som går på en ungdomsskole i nærheten av en videregående skole, kan det være mulig å organisere skoledagen slik at disse kan følge undervisningen i en gruppe på videregående. For at dette skal fungere, er det nødvendig at ungdomsskolen og den videregående skolen samarbeider for å få til et smidig og greit opplegg for elevene. En

utfordring er å sikre at elevene ikke får for stort fravær i de ulike fagene på ungdomsskolen. Vi har valgt å illustrere dette med to eksempler.<sup>26</sup>

#### Eksempel A:

Arne er godt motivert for mer matematikk, og mener at han kan ha glede av større utfordringer i faget. Han har derfor tatt imot tilbudet om å ta matematikk 1T på den videregående skolen i nabolaget. Dette fungerer fint i starten. Men ungdomsskolen hans har organisert undervisningen i ulike perioder, og litt ute i skoleåret får Arne vite at han kommer til å miste mange timer i musikk dersom han fortsetter å følge undervisningen i 1T på naboskolen. Han må derfor melde seg av 1T for å være sikker på å få vurdering i musikk.

#### Eksempel B:

Anna har lenge vært veldig motivert for og flink i matematikk. Allerede tidlig på barnetrinnet oppdaget både lærerne og foreldrene hennes interesse for og talent i faget. Derfor tok foreldrene tidlig kontakt med ungdomsskolen og den lokale videregående skolen. Sammen med skolene fikk de laget en plan for hvordan Anna kunne ta fag i videregående mens hun fremdeles var elev på ungdomsskolen. Matematikktimene både på ungdomsskolen og i videregående ble lagt til første eller siste time på timeplanen. Resultatet ble at Anna fikk tatt både 1T, R1 og R2 mens hun fremdeles var elev i ungdomsskolen.

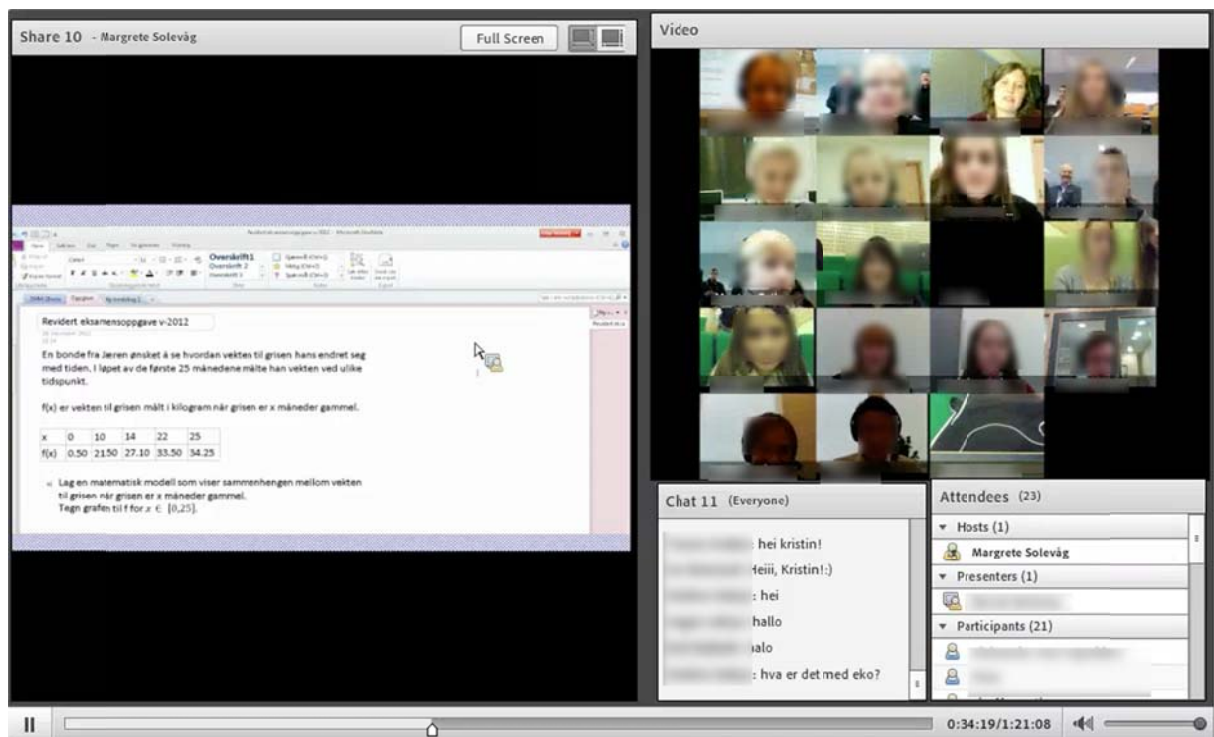
### 8.1.2 Eksempel: Den virtuelle matematikkskolen (DVM-1T)

Slett ikke alle elever har en videregående opplæring i nærheten av der de går på ungdomsskole. Blant annet på bakgrunn av dette ville Kunnskapsdepartementet prøve ut en virtuell matematikkskole. Løsningen som er utarbeidet av Senter for IKT i utdanningen i samarbeid med Matematikksenteret, er nettbasert. Etter en pre-pilot høsten 2012 ble det sendt ut tilbud til elever på ungdomstrinnet om å ta matematikk 1T skoleåret 2013/14. Elevene i den virtuelle matematikkskolen (DVM-1T) kan lære faget ved å følge sitt eget opplegg i et LMS (Learning management system) og ved å delta i synkrone nettmøter. De får egen lærer som følger dem opp, og som setter standpunkt karakter i faget. Ved skolestart høsten 2013 begynte ca. 400 ungdomsskoleelever på DVM-1T, og i mai 2014 var fortsatt ca. 160 av dem aktive.<sup>27</sup>

---

<sup>26</sup> De to eksemplene er oppkonstruert, men baserer seg på virkelige erfaringer.

<sup>27</sup> Kilde: Statusrapport lagt fram for styringsgruppa for den virtuelle matematikkskolen, datert 8. mai 2014.



Figur 8.1 Et virtuelt klasserom i DVM-1T.

Fordelen med et nett basert fag er at alle elever i prinsippet får mulighet til å delta, uavhengig av hvor i landet de bor. Prosjektet DVM-1T er enda ikke evaluert, og vi vet ikke om det vil bli etablert som et permanent tilbud. Men det er besluttet at ordningen skal videreføres og tilbys også i skoleåret 2014/15. Selv om det er mulig å kommunisere både muntlig og skriftlig i et nettbasert kurs, så er det ikke like lett å få til dette på nett som i et vanlig klasserom. Elevene trenger å diskutere matematikk, og løfte fram og prøve ut ulike ideer. Det store frafallet i DVM-1T løpet av skoleåret kan tyde på at et slikt nettbasert tilbud om forsering er krevende for mange elever. Evalueringen av DVM-1T vil kanskje gi noen svar?

Dersom DVM-1T tilbys nasjonalt som en permanent ordning, bør det utarbeides en plan for disse elevenes videre studier i matematikk. Hvilket tilbud skal de få når de starter i videregående? Forsering forutsetter strukturelle tilpasninger i skolehverdagen for de elevene det gjelder, og det viser seg i praksis vanskelig å få til et fullgodt matematikktilbud for disse elevene senere i utdanningsløpet. Ideelt sett kunne en tenke at elever som har tatt matematikk 1T før de starter i videregående, kan ta matematikk R1 det første året. Men på grunn av timeplantekniske problemer viser det seg ofte vanskelig for en del mindre videregående skoler å legge matematikk 1T og matematikk R1 parallelt slik at elevene unngår å miste undervisning i andre fag.

Kanskje bør det også lages et tilbud i R1 i DVM? Hva så når eleven begynner i Vg2? Et alternativ kan være at elever som allerede har fullført matematikk 1T før de blir elever i videregående kan få tilbud om å ta matematikk X i Vg1. Arbeidsgruppen mener at det bør vurderes å lage et nasjonalt tilbud til elever i Vg1 som har allerede har tatt matematikk 1T. I så fall kan det bli aktuelt å utvikle et nasjonalt tilbud om matematikk X av samme typen som DVM-1T for disse elevene. Elever som ikke ønsker eller får mulighet til å forsere videre i

Vg1 og Vg2, vil da få en mulighet til å komme tilbake «på sporet igjen» i forhold til normal progresjon fra Vg2.

### 8.1.3 Eksempel: UiOs tilbud på Blindern til VGS-elever

I Oslo og Akershus har mange skoler lagt til rette for at elever på ungdomstrinnet kan ta matematikkurset 1T fra videregående opplæring i løpet av ungdomsskolen. Når disse elevene begynner i videregående opplæring, vil mange av dem ta R1 og R2 i løpet av Vg1 og Vg2. Dermed blir de stående uten matematikktilbud i Vg3. Vinteren 2011/12 ble matematisk institutt kontaktet av videregående skoler i Oslo og Akershus som lurte på om Universitetet i Oslo (UiO) hadde eller kunne lage et eget opplegg for denne elevgruppa. Allerede før dette var det mulig for elever i videregående opplæring å ta begynneremnet MAT1100–Kalkulus ved UiO. Men det eksisterende opplegget forutsatte at elevene fulgte vanlige forelesninger og gruppeundervisning, og at de tok MAT1100 i løpet av høstsemesteret. På grunn av at undervisningen i MAT1100 foregår i elevens skoletid ble det vanskelig for dem å følge undervisningen. I tillegg er det krevende å legge 1/3 universitetsstudium oppå skoleundervisningen når kun 1/6 av ordinær undervisning (R2) faller bort.

På bakgrunn av dette ønsket matematisk institutt å opprette en egen undervisning i MAT1100 for elever som har tatt R2 i løpet av Vg2. I samarbeid med UiO og utdanningsetatene i Oslo og Akershus ble det etablert et eget tilbud til elever i videregående opplæring fra og med høsten 2012. Det nye emnet fikk navnet MAT1100U-Kalkulus, der U-en står for Ungordning. Innholdet i MAT1100U (UiO, udatert) er identisk med det vanlige MAT1100, og undervisningen er i hovedsak lik - bare at den er lagt til kveldstid. Undervisningen består av forelesninger, oppgavegjennomgang og regneøvinger. Undervisningen starter i slutten av august og slutter medio april (med fratrekk for høst- og vinterferie). Ved å ha tre timer undervisning hver uke får eleven omlag 60 timer forelesninger og 30 timer gruppregning. Dessuten blir det arrangert fellesregninger 2-4 lørdager i forbindelse med to obligatoriske innleveringer, midtveiseksamen og eksamen. Elevene har midtveiseksamen siste uke før jul og avsluttende eksamen i slutten av april, slik at eksamen ikke kommer samtidig med eksamener i videregående opplæring. Elevene får vanlige karakterer (A-F), men de får ikke godskrevet de 10 studiepoengene emnet utgjør før de har oppnådd generell studiekompetanse. Våren 2013 gikk 30 elever opp til eksamen. Gjennomsnittskarakteren ble litt bedre enn B, og 13 av dem fikk beste karakter (UiO, 2013). Våren 2014 gikk 29 elever opp til eksamen, gjennomsnittskarakteren ble mellom B og C, og 7 elever fikk da karakteren A (UiO, 2014).

Opptak til ordningen forutsetter at elevene har gjort seg ferdig med fagene R1 og R2 med karakterene 5 eller 6. Opptaksordningen administreres gjennom den vanlige opptaksordningen for skoleelever som tar universitetsemner (UiO, 2010), og det er skolene som melder elevene på ordningen. For å bidra til at ordningen skal fungere så problemfritt som mulig får alle elevene dekket lærebøker av utdanningsetatene. Dessuten får de 5000 kroner i støtte til dekning av reiseutgifter, middag før kveldsundervisningen og eventuelt andre utgifter.

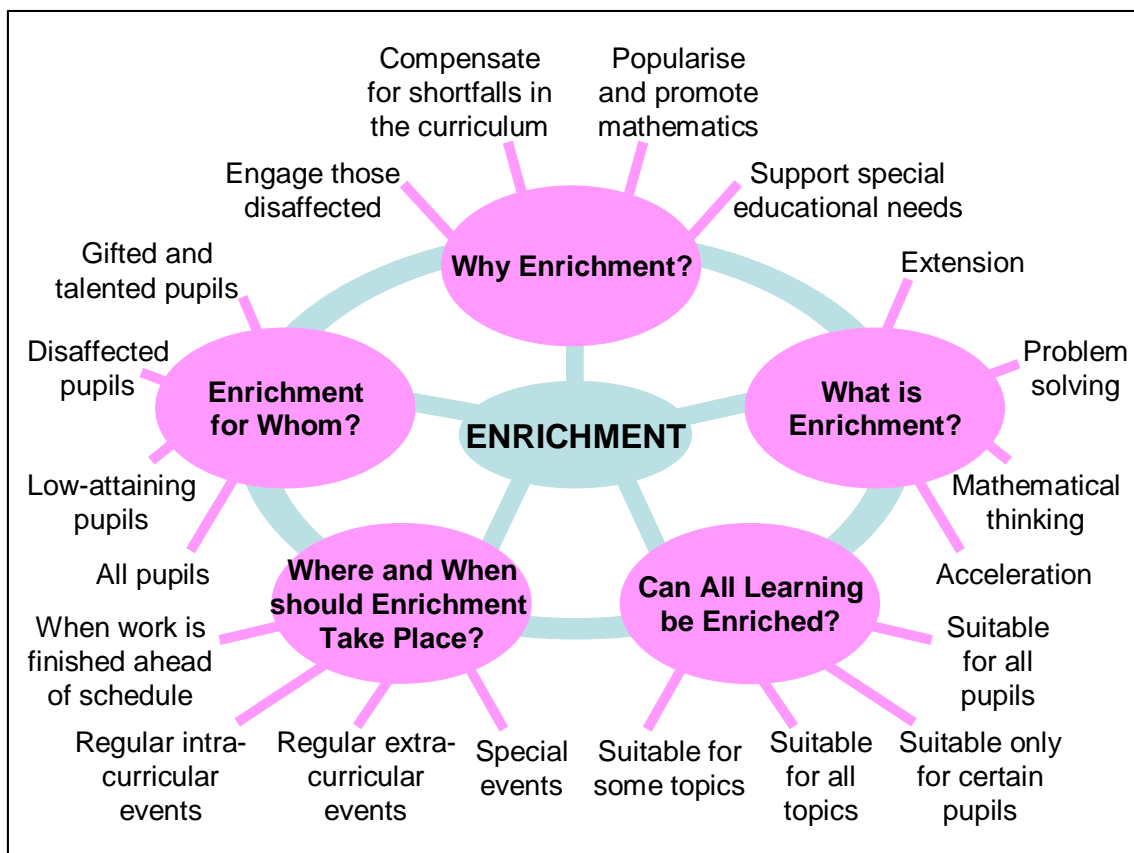
MAT1100U ved UiO er i praksis kun et tilbud til elever bosatt i rimelig reiseavstand til Blindern i Oslo. Vi er kjent med at noen skoleelever har fulgt tilbudet *DELTA – Matematikk på nett fra NTNU* (NTNU, udatert). Men DELTA er i utgangspunktet tilpasset lærere som

ønsker å ta videreutdanning i matematikk, og progresjon og eksamen er ikke lagt opp slik at tilbudet passer godt for elever i videregående opplæring.

## 8.2 Alternativer til forsering

Om forsert løp er det blitt sagt at «En tredemølle er fortsatt en tredemølle, selv om man øker farten». Elever som følger forsert løp, lærer ikke nødvendigvis noe mer enn dem som følger vanlig progresjon. De blir bare fortere ferdig. Vet vi noe om hvordan de velger å bruke den frigjorte tiden?

Et alternativ til forsering vil være et tilbud der elevene får utfordringer i matematikkfaget uten å gå videre til neste trinn eller nivå i utdanningsløpet. Feng (2005) drøfter ulike sider ved «enrichment» i matematikkundervisningen, og hun viser til at uttrykket brukes i forskjellige sammenhenger og med varierende betydning. Ofte brukes «enrichment» om undervisning der høyt presterende elever får tilbud om ekstra utfordringer og mulighet til fordypning innenfor normal progresjon i faget. En slik berikelse av undervisningen krever ikke bare høy matematikkompetanse hos læreren, men også høy matematikdidaktisk kompetanse. Dette er enhetsskolens ideal om tilpasset opplæring for alle ved pedagogisk differensiering. Men Feng (2005) viser også til at uttrykket «enrichment» brukes om tilbud til lavt presterende elever eller om forsert løp (se figur 8.2). Det er derfor viktig å presisere hva vi mener med uttrykk som «enrichment», fordypning og ekstra utfordringer.



Figur 8.2 «Enrichment» i matematikk kan være så mangt. Figuren er fra Feng (2005).



Ifølge tall fra Elevundersøkelsen 2010 mener rundt 17 prosent av elevene på ungdomstrinnet at de ikke får nok utfordringer på skolen (Topland & Skaalvik, 2010). De høyt presterende elevene kan få ekstra utfordringer i den vanlige undervisningen ved å jobbe faglig mer i dybden eller bredden. Dette forutsetter meget høy didaktisk og faglig kompetanse hos læreren. Her kan ulike problemoppgaver (rike oppgaver) være til god hjelp, men tallene fra Elevundersøkelsen viser at for mange elever er ikke opplæringen tilpasset slik. Alternativt kan skolen tilby matematikk som valgfag på ungdomsskolen. Et slikt valgfag kan utformes som et supplement til det eksisterende matematikktilbudet og som et alternativ til forsering. Valgfaget kan for eksempel gå i bredden ved å ta opp temaer innenfor tallteori, kombinatorikk og geometri. Altså tema som det ellers er lite eller ingenting av i læreplanene i grunnskolen eller i videregående opplæring. Et slikt valgfag i matematikk på ungdomstrinnet kan både være lettere å gjennomføre i praksis, og gi elevene vel så gode muligheter til faglig utvikling som forsering.

Botten-Verboven (2010, s. 30) foreslo i rapporten *Matematikk for alle* følgende:

*Matematikkfaget i grunnskolen bør deles i en basisdel og en utvidet del. I tråd med dette bør gjeldende læreplan gjennomgås og revideres. Læreplanen bør bli mer presis både med hensyn til kompetanse og arbeidsmåter. Den reviderte planen bør samtidig være mer fleksibel og ta høyde for at elever lærer i ulik takt.*

Vår gruppe mener at deres forslag bør utredes nærmere. Dette som en hjelp for både lærere og elever, uten at det behøver å føre til organisatorisk differensiering med homogene grupper. Vår begrunnelse for dette forslaget er, som vi skriver i kapittel 2, fagets egenart. Matematikk kan betraktes som et byggesteinsfag, og høyt presterende elever vil med basiskompetansen som «grunnmur» kunne fordype seg i den utvidede kompetansen. Samtidig kan en slik inndeling gi elever som strever med faget, bedre muligheten til å tilegne seg det grunnleggende i løpet av ungdomstrinnet.

Arbeidsgruppen foreslår en systematisk gjennomgang og synliggjøring av forskning som viser effekten av ulike organiseringsformer og arbeidsmåter i matematikkundervisningen, for eksempel Boaler (1997) og Hattie (2012). Det er viktig at denne forskningen er direkte knyttet til situasjonen i matematikkfaget der elever på samme trinn har ulik grad av motivasjon og svært forskjellig utgangspunkt for videre læring.

### **8.3 Forslag fra arbeidsgruppen:**

Forslag 25: Det bør vurderes å lage et nasjonalt tilbud til elever i Vg1 som har allerede tatt matematikk 1T.

Forslag 26: Det bør vurderes å lage et eget valgfag i matematikk for ungdomstrinnet.

Forslag 27: Det bør utredes om matematikkfaget i grunnskolen bør deles i en basisdel og en utvidet del i tråd med anbefalingene i rapporten «Matematikk for alle».

Forslag 28: Det bør gjennomføres en systematisk gjennomgang og synliggjøring av forskning som viser effekten av ulike organiseringsformer.

## 9 Arbeidsgruppens samlede forslag

### Fra kapittel 3:

Arbeidsgruppen foreslår:

Forslag 1. Å gjøre kartleggingsprøvene i regning for 1. og 3. trinn obligatoriske.

Forslag 2. Å utvikle et program for å utdanne ressurslærere i matematikk for de første trinnene.

Forslag 3. Å utvikle målrettede etterutdanningskurs som inneholder sider ved matematikkfaget der norske elever er svake faglig(for eksempel algebra).

Forslag 4. Å gjennomføre en nasjonal undersøkelse av kunnskapsnivået til lærerstudentene på GLU 1 – 7 og GLU 5 – 10.

Forslag 5. Å utvikle og iverksette nye og kvalitativt forskjellige tiltak for å rekruttere flere jenter til matematikkfaget. Det bør vurderes om tiltak bør settes inn tidlig, allerede på 5.-7.trinn, da forskning viser at mange jenter begynner å miste interessen for matematikk når de er i denne alderen.

### Fra kapittel 4:

Arbeidsgruppen foreslår:

Forslag 6. Å tydeliggjøre problemløsnings- og modelleringskompetanse, kommunikasjonskompetanse og hjelpemiddelkompetanse i fellesfaget matematikk i den norske læreplanen.

### Fra kapittel 5.1:

Arbeidsgruppen foreslår:

Forslag 7. Å gi elever med lav matematikkarakter fra grunnskolen tilbud om et matematikkurs, der det arbeides målrettet med grunnleggende begreper, i sommerferien eller etter ordinær skoletid første halvår i videregående opplæring.

Forslag 8. Å innføre standpunktkarakter i matematikk muntlig på 10. trinn.

Forslag 9. Å utarbeide veiledende årsplaner i matematikk på 1.-7. trinn og læreplanmål i matematikk etter 8. og 9. trinn.

Forslag 10. Å utarbeide mer detaljerte kompetansemål i fellesfaget matematikk.

Forslag 11. Å følge opp styrkingen av algebra i læreplanen ved å sette fokus på god matematikkopplæring, for eksempel ved å se på Singapores «model method».

Forslag 12. Å utvide timetallet i matematikk på mellomtrinnet og ungdomstrinnet slik at det kommer på nivå med 1.-4. trinn, dvs. 140 timer på hvert trinn.



### **Fra kapittel 5.2:**

Arbeidsgruppen foreslår:

Forslag 13. Å fjerne 2T fra tilbudsstrukturen.

Forslag 14. Å endre opptakskravet i matematikk for grunnskolelærerutdanninger som gir undervisningskompetanse i matematikk til programfag i matematikk, S1 eller R1.

### **Fra kapittel 5.3:**

Arbeidsgruppen foreslår:

Forslag 15. Å iverksette forskning på elevenes valg på individnivå, dvs. følge elevenes vei gjennom utdanningsløpet i Kunnskapsløftet.

Forslag 16. Å utrede utkastet til ny struktur i fagtilbudet i matematikk på studiespesialiserende utdanningsprogrammer basert på nivåer, som skissert i delkapittel 5.3.

### **Fra kapittel 5.4:**

Arbeidsgruppen foreslår:

Forslag 17. Å igangsette et pilotforsøk i et eller noen utvalgte fylker ved eksamen våren 2015 ved at den yrkesrettede delen av eksamen i 1 P-Y utarbeides på skolenivå.

Forslag 18. Å utrede en ny modell for læreplanene i matematikk på Vg1 på yrkesfaglig utdanningsprogram. Vi foreslår å prioritere enten:

- Modell B: Læreplanen består av en fellesdel og en del som er tilpasset hvert av de 9 utdanningsprogrammene.

eller

- Modell D: Det lages en egen tilpasset læreplan for hvert av de ni yrkesfaglige utdanningsprogrammene.

Forslag 19. Å utvikle et nytt matematikkfag på Vg3 påbygging som er felles for alle elever på Vg3 påbygging som ikke bygger direkte på matematikk fra Vg1 yrkesfag. Dette faget skal gi generell studiekompetanse sammen med matematikk på Vg1.

### **Fra kapittel 5.5:**

Arbeidsgruppen foreslår:

Forslag 20. Å iverksette forskning på skolenes arbeid med grunnleggende ferdigheter i matematikkfaget.

Forslag 21. Å iverksette forskning på hvordan de fem grunnleggende ferdighetene utvikles og hvordan de støtter elevenes læring i matematikk.

Forslag 22. Å vurdere om grunnleggende ferdigheter i regning kan få en annen betegnelse som i mindre grad er i konflikt med hverdagsbruk av termen «regning».

### **Fra kapittel 6:**

Arbeidsgruppen foreslår:

Forslag 23. Å satse på etterutdanning av lærere i matematikkdiraktikk knyttet til bruk av digitale verktøy.

Forslag 24. Å gjennomgå kompetansemålene i i læreplanene i matematikk for videregående opplæring med et særlig blikk for «nye» fagområder knyttet til digitale verktøy.

### **Fra kapittel 8:**

Arbeidsgruppen foreslår:

Forslag 25. Å vurdere å lage et nasjonalt tilbud til elever i Vg1 som har allerede har tatt matematikk 1T.

Forslag 26. Å vurdere å lage et eget valgfag i matematikk for ungdomstrinnet.

Forslag 27. Å utrede om matematikkfaget i grunnskolen bør deles i en basisdel og en utvidet del i tråd med anbefalingene i rapporten «Matematikk for alle».

Forslag 28. Å gjennomføre en systematisk gjennomgang og synliggjøring av forskning som viser effekten av ulike organiseringsformer.

## 10 Liste over referanser

- Aasen, Petter, Møller, Jorunn, Rye, Ellen, Ottesen, Eli, Prøitz, Tine S., & Hertzberg, Frøydis. (2012). Kunnskapsløftet som styringsreform - et løft eller et løfte? Forvaltningsnivåenes og institusjonenes rolle i implementeringen av reformen (*Rapport 20/2012*). Oslo: NIFU.
- Allerup, Peter, Kovac, Velibor, Kvåle, Gro, Langfeldt, Gjert, & Skov, Poul. (2009). Evaluering av det Nasjonale kvalitetsvurderingssystemet for grunnsopplæringen. Kristiansand: Agderforskning.
- Allmenndannelse. (2013, 8. november). I *Store norske leksikon*. Hentet 10. mai 2014 fra <http://snl.no/allmenndannelse>
- Bergesen, Helge Ole. (2006). *Kampen om kunnskapsskolen*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Bjørkeng, Birgit. (2011). Jenter og realfag i videregående opplæring. Oslo: Statistisk sentralbyrå.
- Bjørkås, Øyvind. (2013). Lesing i matematikk: En tverrfaglig utfordring. I May-Britt Waale & Marit Krogtoft (Red.), *Krafttak for lesing i fag* (s. 67-83). Trondheim: Akademika forlag.
- Bjørnsrud, Halvor, & Nilsen, Sven. (2012). *Tidlig innsats - bedre læring for alle?* : Cappelen Damm Akademisk.
- Boaler, Jo. (1997). *Experiencing school mathematics: teaching styles, sex and setting*. Buckingham, Philadelphia: Open University Press.
- Bostad, Inga, Arnøy, Terje André, Dørum, Odd Einar, Hagtvedt, Bernt, Rokne, Berit, Lindseth, Anders, . . . Strand, Roger. (2009). *Kunnskap og dannelse foran et nytt århundre*. Oslo: Dannelsesutvalget, Universitetet i Oslo.
- Botten-Verboven, Carla. (2010). Matematikk for alle, ... men alle behøver ikke å kunne alt. Oslo: Utdanningsdirektoratet.
- Brekke, Gard. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Oslo: Læringscenteret.
- Case, Robert W. (2005). Report from the Netherlands: The Dutch Revolution in Secondary School Mathematics. *The Mathematics Teacher*, 98(6), 374-384. doi: 10.2307/27971748
- Center for Curriculum redesign. (2013, 30. mai). The Stockholm Declaration: Mathematics for the 21st Century. Hentet fra <http://curriculumredesign.org/wp-content/uploads/Stockholm-Declaration-CCR-FINAL.pdf>
- Cotton, Christopher, McIntyre, Frank, & Price, Joseph. (2009). Gender differences disappear with exposure to competition: Department of Economics, University of Miami.
- Djupedal, Øystein. (2007, 11. januar). Vi kan ikke "vente og se". Hentet 10. mai 2014 fra <http://www.regjeringen.no/nb/dokumentarkiv/stoltenberg-ii/kd/Taler-og-artikler/2007/vi-kan-ikke-vente-og-se.html?id=440941>
- Education in the Netherlands. (2014). I *Wikipedia*. Hentet 18. februar fra [http://en.wikipedia.org/wiki/Education\\_in\\_the\\_Netherlands](http://en.wikipedia.org/wiki/Education_in_the_Netherlands)
- Elbaz-Vincent, Philippe. (2005). A Cas as an Assistant to Reasoned Instrumentation. I Dominique Guin, Kenneth Ruthven & Luc Trouche (Red.), *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators* (Vol. 36, s. 41-65): Springer Netherlands.
- Elstad, Eyvind, Nortvedt, Guri A., & Turmo, Are. (2009). The Norwegian assessment system: An accountability perspective. *CADMO*, 17(1), 89-103. doi: 10.3280/CAD2009-002009
- Feng, Wai Yi. (2005, 2005). *Conceptions of enrichment*.
- Forskrift om rammeplan for grunnskolelærerutdanningene for 1.–7. trinn og 5.–10. trinn (2010). Hentet fra <http://lovdata.no/dokument/SF/forskrift/2010-03-01-295>
- Forskrift til opplæringslova (2006). Hentet fra <http://lovdata.no/dokument/SF/forskrift/2006-06-23-724>
- Grønmo, Liv Sissel, Borge, Inger Christin, & Onstad, Torgeir. (2013). Hvor står vi - hvor går vi? I Torgeir Onstad & Liv Sissel Grønmo (Red.), *Opptur og nedtur: Analyser av TIMSS-data for Norge og Sverige* (s. 163-169). Oslo: Akademika forlag.
- Grønmo, Liv Sissel, & Onstad, Torgeir. (2012). *Mange og store utfordringer: et nasjonalt og internasjonalt perspektiv på utdanning av lærere i matematikk basert på data fra TEDS-M 2008*. Oslo: Unipub.

- Grønmo, Liv Sissel, Onstad, Torgeir, Nilsen, Trude, Hole, Arne, Aslaksen, Helmer, & Borge, Inger Christin. (2012). *Framgang, men langt fram: norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011*. Oslo: Akademika.
- Grønmo, Liv Sissel, Onstad, Torgeir, & Pedersen, Ida Friestad. (2009). Matematikk og fysikk i videregående opplæring: "Et skritt tilbake". Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling. Universitetet i Oslo.
- Grønmo, Liv Sissel, Onstad, Torgeir, & Pedersen, Ida Friestad. (2010). *Matematikk i motvind: TIMSS advanced 2008 i videregående opplæring*. Oslo: Unipub.
- Hannon, Brenda. (2012). Test anxiety and performance-avoidance goals explain gender differences in SAT-V, SAT-M, and overall SAT scores. *Personality and individual differences*, 53(7), 816-820. doi: 10.1016/j.paid.2012.06.003
- Hansen, Kajsa Yang. (2014). *Northern lights on TIMSS and PIRLS 2011 : differences and similarities in the Nordic countries*. Copenhagen: Nordic Council of Ministers.
- Hattie, John. (2012). *Visible learning for teachers: maximizing impact on learning*. London: Routledge.
- Hausstätter, Rune Sarromaa, & Nordahl, Thomas. (2013). Spesialundervisningens stabiliserende rolle i grunnskolen. I Berit Karseth, Jorunn Møller & Petter Aasen (Red.), *Reformtakter: om fornyelse og stabilitet i grunnsopplæringen* (s. 191-210). Oslo: Universitetsforlaget.
- Hertzberg, Frøydis. (2009). Skolen og grunnleggende ferdigheter. I Jorunn Møller, Tine Sophie Prøitz & Petter Aasen (Red.), *Kunnskapsløftet - tung bær å bære? Underveisanalyse av styringsformen i skæringspunktet mellom politikk, administrasjon og profesjon (Rapport 42/2009)* (s. 137-146). Oslo: NIFU STEP.
- Hilsen, Anne Inga, Nygen, Torgeir, & Tønder, Anna Hagen. (2012). Hospitering i fagopplæringen: Evaluering av forsøksordninger i seks fylker *Fafo-rapport*. Oslo: Fafo.
- Hjorth-Johansen, Hilde. (2013). *Hvilke fag stryker eller mangler elevene vurderingsgrunnlag i?* Avdeling for statistikk. Utdanningsdirektoratet. Hentet 20. juni 2014 fra [http://www.regjeringen.no/upload/KD/Kampanjer/NyGiv/Overgangsprosjektet/130913\\_H\\_Hjorth\\_Johansen\\_stryk.pdf](http://www.regjeringen.no/upload/KD/Kampanjer/NyGiv/Overgangsprosjektet/130913_H_Hjorth_Johansen_stryk.pdf)
- IEA. (2011). TEDS-M: Teacher Education and Development Study in Mathematics. Hentet fra <http://www.iea.nl/teds-m.html>
- Jensen, F., & Nortvedt, G. A. (2013). Holdninger til matematikk. I Marit Kjærnsli & Rolf V. Olsen (Red.), *Fortsatt en vei å gå: norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012* (s. 97-120). Oslo: Universitetsforlaget.
- Kho, Teck Hong, Yeo, Shu Mei, & Lim, James. (2009). *The Singapore model method for learning mathematics*. Singapore: Ministry of Education.
- Kjærnsli, Marit, Lie, S., Olsen, Rolf Vegard, & Roe, A. (2007). *Tid for tunge løft: norske elevers kompetanse i naturfag, lesing og matematikk i PISA 2006*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Kjærnsli, Marit, & Olsen, Rolf Vegard. (2013). PISA 2012 – sentrale funn. I Marit Kjærnsli & Rolf Vegard Olsen (Red.), *Fortsatt en vei å gå: Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012* (s. 13-40). Oslo: Universitetsforlaget.
- Kunnskapsdepartementet. (2010a). *Oppdragsbrev nr. 42-10: Utarbeiding av rammeverk for grunnleggende ferdigheter og revidering av læreplaner i norsk, samfunnsfag, naturfag, matematikk og engelsk*. Hentet fra [http://www.udir.no/Upload/larerplaner/forsok/Oppdragsbrev\\_42-10.pdf](http://www.udir.no/Upload/larerplaner/forsok/Oppdragsbrev_42-10.pdf)
- Kunnskapsdepartementet. (2010b). *Realfag for framtida: Strategi for styrking av realfagene 2010-2014*. Hentet fra [http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/rapporter\\_planer/planer/2010/realfag-for-framtida.html](http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/rapporter_planer/planer/2010/realfag-for-framtida.html)
- Kunnskapsdepartementet. (udatert). Yrkesretting og relevans. Hentet fra <http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/kampanjer/ny-giv/overgangsprosjektet/yrkesretting-og-relevans.html>
- Lie, Svein, Kjærnsli, Marit, Roe, A., & Turmo, A. (2001). *Godt rustet for framtida? Norske 15-åringers kompetanse i lesing og realfag i et internasjonalt perspektiv* (Vol. 4/2001): Acta Didactica.

- Lindberg, Sara M., Hyde, Janet Shibley, Petersen, Jennifer L., & Linn, Marcia C. (2010). New trends in gender and mathematics performance: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 136(6), 1123-1135. doi: 10.1037/a0021276
- Liu, Ou Lydia, & Wilson, Mark. (2009). Gender Differences in Large-Scale Math Assessments: PISA Trend 2000 and 2003. *Applied Measurement in Education*, 22(2), 164-184. doi: 10.1080/08957340902754635
- LK06. *Kunnskapsløftet*. Utdanningsdirektoratet. Hentet fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Kunnskapsloftet/>
- Loewenberg Ball, Deborah, Thames, Mark Hoover, & Phelps, Geoffrey. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. doi: 10.1177/0022487108324554
- Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (1998). Hentet fra <http://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61>
- Lødding, Berit, & Holen, Solveig. (2013). Intensivopplæring i eller utenfor klassen?: sluttrapport fra prosjektet Kartlegging av deltakelse, organisering og opplevelse i Overgangsprosjektet innenfor Ny GIV. Oslo: NIFU.
- Meld. St. 20 (2012–2013). *På rett vei: Kvalitet og mangfold i fellesskolen*. Kunnskapsdepartementet. Hentet fra <http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/regpubl/stmeld/2012-2013/meld-st-20-20122013.html>
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen. (2007). *Kernlehrplan für die Sekundarstufe I und II. Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen*. Düsseldorf: Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen Hentet 23. januar 2014 fra <http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/lehrplannavigator-s-i/gymnasium-g8/mathematik-g8/>
- Ministry of Education, Science and Culture. (2012). *The Icelandic national curriculum guide for upper secondary school: General section*. Hentet fra [http://brunnur.stjr.is/mrn/utgafuskra/utgafa.nsf/xsp/.ibmmodres/domino/OpenAttachment/mrn/utgafuskra/utgafa.nsf/2149C139F3FA145B00257A240035BA1B/Attachment/adskr\\_frsk\\_ens\\_2012.pdf](http://brunnur.stjr.is/mrn/utgafuskra/utgafa.nsf/xsp/.ibmmodres/domino/OpenAttachment/mrn/utgafuskra/utgafa.nsf/2149C139F3FA145B00257A240035BA1B/Attachment/adskr_frsk_ens_2012.pdf)
- Ministry of Education, Science and Culture. (2014). *The Icelandic National Curriculum Guide for Compulsory Schools- with Subjects Areas*. Hentet fra [http://brunnur.stjr.is/mrn/utgafuskra/utgafa.nsf/xsp/.ibmmodres/domino/OpenAttachment/mrn/utgafuskra/utgafa.nsf/E7DE015E63AA2F2C00257CA2005296F7/Attachment/adalnnsk\\_greinask\\_ens\\_2014.pdf](http://brunnur.stjr.is/mrn/utgafuskra/utgafa.nsf/xsp/.ibmmodres/domino/OpenAttachment/mrn/utgafuskra/utgafa.nsf/E7DE015E63AA2F2C00257CA2005296F7/Attachment/adalnnsk_greinask_ens_2014.pdf)
- Mouwitz, Lars. (2004). *Bildning och matematik: Högskoleverket*.
- Mullis, Ina V.S., Martin, Michael O., Foy, Pierre, & Arora, Alka. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics*: International Association for the Evaluation of Educational Achievement.
- Mullis, Ina V.S., Martin, Michael O., Minnich, Chad A., Stanco, Gabrielle M., Arora, Alka, Centurino, Victoria A.S., & Castle, Courtney E. (2012). *TIMSS-2011 Encyclopedia : Education policy and curriculum in Mathematics and Science*. Boston: Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center.
- Møen, Jarle, Salvanes, Kjell G., & Thorsen, Helge Sandvig. (2012). Har kvaliteten på lærere falt over tid? *Magma. Tidsskrift for økonomi og ledelse*, 6, 62-71.
- Møller, Jorunn, Ottesen, Eli, & Hertzberg, Frøydis. (2010). Møtet mellom skolens profesjonsforståelse og Kunnskapsløftet som styringsreform. *Acta didactica Norge*, 4(1), s. 1-23.
- NCTM. (2000). Principles for School Mathematics: The Technology Principle. Hentet fra <http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=26809>
- Niss, Mogens, & Højgaard Jensen, Tomas. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. København: Undervisningsministeriet.

- Nortvedt, Guri A. (2012). Norsk matematikkråds forkunnskapstest 2011. Oslo: Norsk matematikkråd.
- Nortvedt, Guri A. (2013a). Matematikk i PISA - matematikdidaktiske perspektiver. I Marit Kjærnsli & Rolf Vegard Olsen (Red.), *Fortsatt en vei å gå: Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012* (s. 43-66). Oslo: Universitetsforlaget.
- Nortvedt, Guri A. (2013b). Resultater i matematikk. I Marit Kjærnsli & Rolf Vegard Olsen (Red.), *Fortsatt en vei å gå: Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012* (s. 67-95). Oslo: Universitetsforlaget.
- Nortvedt, Guri A., Elvebakk, G., & Lindstrøm, Tom L. (2010). Norsk matematikkråds forkunnskapstest 2009. Oslo: Norsk matematikkråd.
- NOU 2002: 10. *Førsteklasses fra første klasse: Forslag til rammeverk for et nasjonalt valitetsvurderingssystem av norsk grunnopplæring*. Kunnskapsdepartementet. Hentet fra <http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/nouer/2002/nou-2002-10.html>
- NTNU. (udatert). DELTA - Matematikk på nett fra NTNU. Hentet fra <https://wiki.math.ntnu.no/delta>
- OECD. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*: OECD Publishing.
- Olsen, Rolf V., Hopfenbeck, Therese N., Lillejord, Sølvi, & Roe, Astrid. (2012). Elevenes lærings situasjon etter innføringen av ny reform. Synteserapport fra evalueringen av Kunnskapsløftet *Acta Didactica Oslo*. Oslo: Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling. Universitetet i Oslo.
- Palm, Torulf, Boesen, Jesper, & Lithner, Johan. (2011). Mathematical Reasoning Requirements in Swedish Upper Secondary Level Assessments. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(3), 221-246. doi: 10.1080/10986065.2011.564994
- Rasch-Halvorsen, Anne, & Johnsbråthen, Håvard. (2002). Norsk Matematikkråds undersøkelse blant nye studenter høsten 2001. Oslo: Norsk matematikkråd.
- Ravlo, Grethe, & Bondø, Astrid. (2012). Nasjonale prøver i regning 5. trinn 2011. Trondheim: Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen, NTNU.
- Ravlo, Grethe, & Johansen, Ole H. (2012). Nasjonale prøver i regning 8. og 9. trinn 2011. Trondheim: Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen, NTNU.
- Roe, Astrid. (2013). Lesing. I Rolf V. Olsen & Marit Kjærnsli (Red.), *Fortsatt en vei å gå: Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012* (s. 237-260). Oslo: Universitetsforlaget.
- Seland, Idunn, Vibe, Nils, & Hovdhaugen, E. (2013). Evaluering av nasjonale prøver som system *NIFU-rapport*. Oslo: Nordisk institutt for studier av innovasjon, forskning og utdanning.
- Sfard, Anna. (2003). Balancing the unbalanceable: The NCTM standards in light of theories of learning mathematics. I Jeremy Kilpatrick, W. Gary Martin & Deborah Schifter (Red.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (s. 353-392). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Shores, Melanie L., & Smith, Tommy. (2010). Attribution in Mathematics: A Review of Literature. *School Science and Mathematics*, 110(1), 24-30. doi: 10.1111/j.1949-8594.2009.00004.x
- Sjøberg, Svein. (2013, 5. september). Pisa styrer skoledebatten, Kronikk, *Aftenposten*. Hentet fra <http://www.aftenposten.no/meninger/kronikker/Pisa-styrer-skoledebatten-7300765.html>
- Skoleporten, Utdanningsdirektoratet. (2014). Hentet fra <https://skoleporten.udir.no/>
- Skolesystemet i Tyskland. (2014). I *Wikipedia*. Hentet 20. juni fra [http://no.wikipedia.org/wiki/Skolesystemet\\_i\\_Tyskland](http://no.wikipedia.org/wiki/Skolesystemet_i_Tyskland)
- Skolverket. (2011). *Kursplan - Matematik*. Stockholm: Skolverket. Hentet 20. juni 2014 fra <http://skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/grundskoleutbildning/grundskola/matematik>
- Skolverket. (udatert). Lärportalen för matematik. Hentet 20. juni 2014 fra <https://matematiklyftet.skolverket.se>
- SSB. (2013). *Gjennomstrømning i videregående opplæring, 2007-2012*. Oslo: Statistisk sentralbyrå Hentet fra <http://www.ssb.no/utdanning/statistikker/vgogjen/aar/2013-05-28>



- St.meld. nr. 16 (2006-2007). ... og ingen sto igjen: Tidlig innsats for livslang læring. Kunnskapsdepartementet. Hentet fra <http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/regpubl/stmeld/2006-2007/stmeld-nr-16-2006-2007-.html>
- St.meld. nr. 30 (2003-2004). Kultur for læring. Kunnskapsdepartementet. Hentet fra <http://www.regjeringen.no/nb/dep/kd/dok/regpubl/stmeld/20032004/stmeld-nr-030-2003-2004-.html>
- Tall, David, & Vinner, Shlomo. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169. doi: 10.1007/bf00305619
- Tatto, Teresa M., Schwille, Jack, Senk, Sharon, Ingvarson, Lawrence C., Peck, Ray, & Rowley, Glenn. (2012). Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M). Amsterdam: IEA.
- Thorvaldsen, Steinar, Vavik, Lars, & Salomon, Gavriel. (2012). The Use of ICT Tools in Mathematics: A Case-control Study of Best Practice in 9th Grade Classrooms. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 56(2), 213-228. doi: 10.1080/00313831.2011.581684
- Topland, Beate, & Skaalvik, Einar M. (2010). Meninger fra klasserommet: Analyse av Elevundersøkelsen 2010. Kristiansand: Oxford Research.
- Udir-1-2014. *Fag- og timefordeling og tilbudsstruktur*. Utdanningsdirektoratet. Hentet fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Udir-1-2013-Kunnskapsloftet-fag--og-timefordeling-og-tilbudsstruktur/>
- Udir-04-2013. *Elever som tar fag fra videregående opplæring på ungdomstrinnet*. Utdanningsdirektoratet. Hentet fra <http://www.udir.no/Regelverk/Rundskriv/2013/Udir-04-2013-Elever-som-tar-fag-fra-videregaende-opplaring-pa-ungdomstrinnet/>
- UiO. (2010). Enkeltemner for elever i videregående opplæring (UNG-ordningen). Hentet fra <http://www.uio.no/om/samarbeid/skole/emner-vgs/>
- UiO. (2013). Null stryk på MAT1100U-eksamen. Hentet fra <http://www.mn.uio.no/math/studier/aktuelt/aktuelle-saker/null-stryk-pa-mat1100u-eksamen.html>
- UiO. (2014). Gode resultater i MAT1100U. Hentet fra <http://www.mn.uio.no/math/om/aktuelt/aktuelle-saker/2014/gode-resultater-i-mat1100u.html>
- UiO. (udatert). MAT1100U - Kalkulus. Hentet fra <http://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/MAT1100U/>
- Undervisningsministeriet. (2009). *Fælles Mål 2009 - Matematik*. (Undervisningsministeriets håndbogsserie nr. 14). København: Undervisningsministeriet. Hentet 10. mai 2014 fra <http://www.uvm.dk/Service/Publikationer/Publikationer/Folkeskolen/2009/Faelles-Maal-2009-matematik>
- Undervisningsministeriet. (2010). *Matematik C - Stx: Vejledning / Råd og vink*. København: Undervisningsministeriet, Gymnasieafdelingen. Hentet fra [http://www.uvm.dk/~media/UVM/Filer/Udd/Gym/PDF10/Vejledninger%20til%20laereplaner/Stx/100806\\_vejl\\_matematik\\_C\\_stx.ashx](http://www.uvm.dk/~media/UVM/Filer/Udd/Gym/PDF10/Vejledninger%20til%20laereplaner/Stx/100806_vejl_matematik_C_stx.ashx)
- Utdanningsdirektoratet. (2006a). *Grunnleggjande ferdigheiter. Læreplan i matematikk fellesfag*. Hentet fra [http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggjande\\_ferdigheiter/](http://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggjande_ferdigheiter/)
- Utdanningsdirektoratet. (2006b). *Læreplan i felles programfag i Vg1 naturbruk*. Hentet fra [http://www.udir.no/kl06/NAB1-01/Hele/Grunnleggjande\\_ferdigheiter/](http://www.udir.no/kl06/NAB1-01/Hele/Grunnleggjande_ferdigheiter/)
- Utdanningsdirektoratet. (2006c). *Læreplaner i matematikk*. Hentet fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Finn-lareplan/#matematikk>
- Utdanningsdirektoratet. (2006d). Prosjekt til fordypning. Hentet fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Veiledninger-til-lareplaner/Tidligere-veiledninger/Prosjekt-til-fordypning---Kunnskapsloftet/>

- Utdanningsdirektoratet. (2009). Oppsummering av høring med anbefalinger fellesfaget i matematikk: Utdanningsdirektoratet.
- Utdanningsdirektoratet. (2011). Eksamensveiledninger - grunnskolen. Hentet fra <http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen-grunnskole/Vurderings--og-sensorveiledninger-og-forhandssensur-grunnskolen/>
- Utdanningsdirektoratet. (2012a). *Elevers fagvalg i videregående opplæring skoleåret 2011-2012*. Oslo: Utdanningsdirektoratet Hentet fra [http://www.udir.no/Upload/Statistikk/5/Elevers\\_fagvalg\\_vgo\\_2011\\_2012.pdf](http://www.udir.no/Upload/Statistikk/5/Elevers_fagvalg_vgo_2011_2012.pdf)
- Utdanningsdirektoratet. (2012b). Læringsstøttende prøver – et verktøy for underveisvurdering. Hentet fra <http://www.udir.no/Vurdering/Laringsstottende-prover/>
- Utdanningsdirektoratet. (2012c). *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter: Til bruk for læreplangrupper oppnevnt av Utdanningsdirektoratet*. Hentet fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Forsok-og-pagaende-arbeid/Lareplangrupper/Rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/>
- Utdanningsdirektoratet. (2013a). Faglige råd. Hentet fra <http://www.udir.no/Spesielt-for/Fag-og-yrkesopplaring/Faglige-rad/>
- Utdanningsdirektoratet. (2013b). Karakterer for grunnskolen 2012/2013. Hentet fra <http://www.udir.no/Tilstand/Analyser-og-statistikk/Grunnskolen/Karakterer---grunnskolen/Karakterer-for-grunnskolen/>
- Utdanningsdirektoratet. (2013c). Karakterstatistikk for videregående opplæring skoleåret 2012/13. Hentet fra <http://www.udir.no/Tilstand/Analyser-og-statistikk/vgo/Karakterer/Karakterstatistikk-for-videregaende-opplaring/>
- Utdanningsdirektoratet. (2013d). *Oppsummering av høringsuttalelsene og tilråding til endringer i læreplanene i matematikk fellesfag og i matematikk 2P og 2T*. Utdanningsdirektoratet Hentet fra [http://www.udir.no/Upload/lareplaner/Utkast/gjennomgaende/forslag\\_KD\\_100413/Vedlegg\\_2-matematikk\\_oppsummering.pdf](http://www.udir.no/Upload/lareplaner/Utkast/gjennomgaende/forslag_KD_100413/Vedlegg_2-matematikk_oppsummering.pdf)
- Utdanningsdirektoratet. (2013e). Revidert eksamensordning i matematikk: Sentralt gitt skriftlig eksamen i matematikk blir endret fra og med våren 2015. Hentet fra <http://www.udir.no/Vurdering/Eksamen-videregaende/Endringer-og-overgangsordninger/Endringer/eksamensordning-skriftlig-eksamen-i-matematikk/>
- Utdanningsdirektoratet. (2013f). Veiledninger til læreplaner. Hentet fra <http://www.udir.no/Lareplaner/Veiledninger-til-lareplaner/>
- Utdanningsdirektoratet. (2013g). Videreutvikling av hospiteringsordninger i fag- og yrkesopplæringen. Hentet fra <http://www.udir.no/Utvikling/Hospiteringsordning-skolearbeidsliv/Invitasjon-til-a-delta-i/>
- Utdanningsdirektoratet. (2014). Elever i videregående opplæring. Utdanningsspeilet 2014. Hentet fra <http://utdanningsspeilet.udir.no/innhold/kapittel-1/1-6-elever-i-videregaende-opplaering/>
- Utdanningsdirektoratet. (udatert-a). Oppgaver til videregående: Forslag til ny eksamensordning i matematikk videregående. Hentet fra <https://pgsf.udir.no/dokumentlager/DokumenterAndrekataloger.aspx?proveType=EV&katalog=Forslag+til+ny+eksamensordning+i+matematikk+videreg%u00e5ende>
- Utdanningsdirektoratet. (udatert-b). Samarbeidsrådet for yrkesopplæring (SRY). Hentet fra <http://www.udir.no/Spesielt-for/Fag-og-yrkesopplaring/SRY/>
- Van den Heuvel-Panhuizen, Marja, & Wijers, Monica. (2005). Mathematics standards and curricula in the Netherlands. *ZDM*, 37(4), 287-307. doi: 10.1007/BF02655816
- Vetleseter Bøe, M., & Henriksen, E. K. (2013). Real fag i videregående opplæring og høyere utdanning – valg med både hodet og hjertet. I Silvia Holmseth (Red.), *Utdanning 2013: fra barnehage til doktorgrad* (Vol. 138). Oslo: Statistisk sentralbyrå.
- Österholm, Magnus. (2006a). Characterizing Reading Comprehension of Mathematical Texts. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 325-346. doi: 10.1007/s10649-005-9016-y



Österholm, Magnus. (2006b). *Kognitiva och metakognitiva perspektiv på läsförståelse inom matematik*. Linköpings universitet. Matematiska institutionen. Lastet ned fra <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:liu:diva-7674>

Österholm, Magnus. (2006c). *A reading comprehension perspective on problem solving*. Paper presentert ved Developing and researching quality in mathematics teaching and learning : proceedings of MADIF 5 : the 5th Swedish Mathematics Education Research Seminar, Malmö, January 24-25, 2006, Linköping. <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:liu:diva-14116>

## 11 Vedlegg

### VEDLEGG 5.4.1: Matematikkompetanse i felles programfag

UTDANNINGS-PROGRAM VG1	Relevante kompetansemål i læreplan for felles programfag:	Hovedemner i matematikk: (jf. læreplan i matematikk fellesfag)
Bygg- og anleggsteknikk	<ul style="list-style-type: none"> <li>*bruke enkle måleverktøy knyttet til arbeidsoppgaver innen bygg- og anleggsteknikk</li> <li>*lese, forstå og følge enkle tegninger som skal brukes i produksjon og vedlikeholdsoppgaver innen bygg- og anleggsteknikk</li> <li>*tegne enkel plan, detaljer og snitt-tegninger i målestokk</li> <li>*utarbeide tegninger, kalkulasjon, beregninger og dokumentasjonsarbeid knyttet til eget arbeid ved hjelp av digitale verktøy</li> </ul>	Algebra (bruk av ulike måleverktøy) Geometri (lengde, areal, målestokk) Økonomi
Design og håndverk	<ul style="list-style-type: none"> <li>*lage og bruke arbeidstegninger og annen relevant dokumentasjon i arbeid med produktutvikling og produksjon</li> <li>*beregne pris på materialer, produkter og tjenester</li> </ul>	Algebra (%-regning, målinger, bruk av ulike måleverktøy, forholdstall) Geometri (lengder, vinkler, geometriske figurer, areal) Økonomi
Elektrofag	<ul style="list-style-type: none"> <li>*måle elektriske størrelser på systemene og vurdere måleresultatene</li> <li>*utføre arbeidet på systemene fagmessig, nøyaktig og i overensstemmelse med standarder og produsentens tekniske dokumentasjon</li> </ul>	Algebra (målinger, bruk av ulike måleverktøy, formelregning) Statistikk (avlesinger, tabeller) Trigonometri
Medier og kommunikasjon	<ul style="list-style-type: none"> <li>*beregne kostnader ved en medieproduksjon</li> <li>*velge typografi som passer til budskap, uttrykk og layout, og bruke typografiske prinsipper for å oppnå god lesbarhet i ulike medier</li> <li>*bruke prinsipper for utsnitt og perspektiv i komposisjon og bilder</li> <li>*gjøre rede for utviklingen av tegn og symboler og bruke dem bevisst i egne arbeider</li> </ul>	Algebra (forholdstall, tallsystemer) Geometri (geometriske størrelsesforhold) Økonomi
Helse – og oppvekstfag	<ul style="list-style-type: none"> <li>*sette sammen enkle måltid og vurdere energi- og næringsinnholdet i tråd med tilrådingar om eit sunt kosthald frå helsestyresmaktene</li> <li>*drøfte helse-, livsstils- og kosthaldsinformasjon og reklame i media</li> </ul>	Algebra (%-regning, forholdstall, formelregning) Statistikk (tabeller, diagram)
Naturbruk	<ul style="list-style-type: none"> <li>*foreta enkle beregninger av råvare- og materialforbruk, og kunne beregne utbyttet i produksjonsprosessen</li> <li>*beskrive bærekraftig utvikling og ressursforvaltning og vurdere hvordan naturbaserte produkter og tjenester kan utvikles innenfor denne rammen</li> </ul>	Algebra (formelregning, bruk av ulike måleverktøy) Geometri (areal, volum) Statistikk (tabeller, diagram)
Restaurant og matfag	<ul style="list-style-type: none"> <li>*følge og justere reseptar og rekne ut mengder og kostnader</li> <li>*bruke digitale verktøy til å rekne ut energi- og næringsinnhold i måltid, og til å planleggje og sette sammen måltid i tråd med krava frå helsestyresmaktene</li> </ul>	Algebra (bruk av ulike måleverktøy) Geometri Økonomi (budsjett, regnskap)
Service og samferdsel	<ul style="list-style-type: none"> <li>*beregne kapitalbehov ved oppstart av en liten virksomhet, og vurdere kostnader ved forskjellige finansieringsmetoder</li> <li>*vurdere faktorer som har betydning for prisfastsettelse og beregne pris på produkter</li> </ul>	Algebra (tallbehandling, % - regning, vekstfaktor) Økonomi (budsjett, regnskap)

	<p>og tjenester</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* utarbeide og presentere drifts- og likviditetsbudsjett for en liten virksomhet</li> <li>*føre og avslutte enkle regnskap for små virksomheter og påpeke avvik mellom budsjett og regnskap</li> <li>• utføre sentrale kontoradministrative rutiner og håndtere forskjellige former for betalingsmidler</li> </ul>	
<b>Teknikk og industriell produksjon</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>*stille inn, bruke og overvåke maskiner og enkle anlegg</li> <li>*vurdere kostnader knyttet til en arbeidsoppgave</li> <li>*måle trykk, temperatur og mengde i forhold til en arbeidsoppgave og vurdere måleresultat</li> <li>*måle grunnleggende elektriske størrelser som inngår i arbeidsoppgaver, og vurdere måleresultatet</li> <li>*forstå og følge tegninger og skjemaer som skal brukes i produksjon og vedlikehold</li> <li>*bruke digitale verktøy til å utarbeide enkle to- og tredimensjonale tegninger og prosessflytskjemaer</li> </ul>	<p>Algebra (bruk av ulike måleverktøy, formelregning, målestokk, forholdstall)</p> <p>Statistikk (tabeller, innstillinger av verktøy)</p>

<b>UTDANNINGS-PROGRAM VG2</b>	<b>Relevante kompetansemål i læreplan for felles programfag:</b>	<b>Hovedemner i matematikk (jf. Læreplan i matematikk fellesfag)</b>
<b>Bygg- og anleggsteknikk</b>	<p><u>Vg2 Klima-, energi- og miljøteknikk</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*tegne, utfolde, lage og montere ventilasjonsdeler</li> <li>*ta mål av, tegne skisse for, produsere og montere beslagløsninger</li> <li>*utføre kostnadsberegninger og andre relevante beregninger</li> <li>*beregne og vurdere styrkeforhold i konstruksjoner og installasjoner</li> <li>*lage fagtegninger med riktige dimensjoner og symboler, og i målestokk</li> </ul>	<p>Algebra (bruk av ulike måleverktøy, målestokk, formelregning)</p> <p>Geometri (areal, vinkler, volum)</p> <p>Økonomi (prisberegninger)</p>
	<p><u>Vg2 Anleggsteknikk</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*beregne fall og vinkler og foreta nødvendige masseberegninger</li> <li>*utføre grunnleggende veg- og baneoppbygging etter tegninger og beskrivelser</li> <li>*utføre grunnleggende arbeider med grøfter og ledningsanlegg etter tegninger og beskrivelse</li> <li>*utføre borearbeid og sprengning etter utarbeidet plan og i samsvar med gjeldende regelverk</li> <li>*bruke relevant måleutstyr til oppmåling og utsetting av høyder og vinkler</li> <li>*gjøre rede for gjeldende krav til anlegg, drift og kontroll av grøfter og ledningsanlegg</li> </ul>	<p>Algebra (bruk av ulike måleverktøy, forholdstall, målestokk, formelregning, volum og masseberegninger)</p> <p>Geometri (areal, vinkler)</p> <p>Økonomi (prisberegninger)</p>
<b>Restaurant- og matfag</b>	<p><u>Vg2 Matfag</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>*gjøre greie for kostnadene ved å produsere mat, rekne om mengder i reseptar og gjøre enkle økonomiske beregninger knytte til produksjon og sal</li> <li>*gjennomføre enkel marknadføring</li> </ul>	<p>Algebra (forholdstall, ulike benevninger, mengdeberegning i oppskrifter, % -regning i svinn)</p> <p>Økonomi (prisfastsetting, tidsbruk)</p>

	<u>Vg2 Kokk- og servitørfag</u>  *bruke digitale verktøy til oppskrifts- og mengdeberegning i produksjon *bruke digitale verktøy i næringsberegning, kost- og menyplanlegging. *beregne kostnader og salgspris knyttet til produksjon og salg av mat og drikke	Algebra (forholdstall, mengdeberegninger i oppskrifter, ulike benevninger) Økonomi (prisfastsetting)
Helse- og oppvekstfag	<u>Vg2 Helsearbeiderfaget</u>  *planlegge og begrunne sammensetningen av kostholdet for ulike brukere ut fra funksjonsnivå, alder og behov, og i tråd med norske anbefalinger om ernæring *lage trygge og sunne måltider for ulike brukere i tråd med norske anbefalinger om ernæring	Algebra (mengdeberegninger, målinger, vekt) Økonomi (kostnadsberegninger)
Naturbruk	<u>Vg2 Landbruk og gartneri</u>  *beskrive sentrale elementer i god økonomistyring og benytte dataverktøy til en enkel økonomisk oversikt for en naturbasert produksjon *klargjøre bilag for regnskapsføring, tolke nøkkeltall og forklare betydningen av korrekt regnskapsføring i en virksomhet i landbruk og gartneri	Økonomi (regnskap, budsjett, skatter og avgifter, merverdiavgift)
Design og håndverk	<u>Vg2 Frisør</u>  *utføre grunnleggende praktiskarbeid med klipp, friseringsteknikker, bølge- og oppsettingsteknikker *skape bestemte uttrykk i en frisyredesign med bruk av farger og formelementer *eksperimentere med teknikker, form, farge, materialer og redskaper *beregne pris på produkter, råvarer og tjenester innen frisørfaget *forklare sammenhenger mellom forbruk av varer og tid og forklare hvordan produktivitet og lønnsomhet henger sammen	Algebra (pris, vekt, tid, mengder) Geometri (vinkler, volum, former, proporsjoner, komposisjoner)
Teknikk og industriell produksjon	<u>Vg2 Kjøretøy</u>  *planlegge og utføre arbeid i henhold til arbeidsordre og tidsforbruk *utføre avgassmåling og forklare utslippsverdier i henhold til forskrifter og krav *måle elektriske størrelser og vurdere måleresultater *beregne kostnader knyttet til reparasjoner *følge tegninger, flytskjemaer og målebrevdokumentasjon	Algebra (formelregning, omregninger, måling-bruk av digitale måleverktøy, tidsbruk, lagerstyring )
Service og samferdsel	<u>Vg2 Reiseliv</u>  *vurdere val av verkemiddel for markedsføring av ei reiselivsverksemd *beregne pris på eit reiselivsprodukt ved hjelp av marknadskunnskap, for å sikre likviditet og lønnsemd i ei reiselivsverksemd *vurdere lønnsemda i ei reiselivsverksemd basert på budsjett og rekneskap med nærings sine nøkkeltal	Økonomi (budsjett, regnskap)
Elektrofag	<u>Vg2 Elenergi</u>  *måle elektriske størrelser i elenergisystemene, automatiseringssystemene, data- og elektronikk-systemene og utstyret og vurdere måleresultatene	Algebra (målinger-bruk av ulike digitale måleverktøy) Statistikk (tabeller, standarder) Trigonometri

## VEDLEGG 5.4.2: Oppsummering fra de faglige råd

Vi har spurt de faglige rådene om hvilken matematikk de mener det enkelte utdanningsprogram har nytte av. Alle rådene, bortsett fra faglig råd for Service og samferdsel og Teknikk og industriell produksjon, har kommet med synspunkter. Vi har samlet en del innspill i tabellen nedenfor:

Faglig råd for:	Faglige synspunkter:	Forslag til endring:
Bygg- og anleggsteknikk	Algebra viktig. Savner en direkte referanse til trigonometri i læreplanen i 1P-Y. Ellers er læreplanen dekkende for BA	Ikke behov for å revidere dagens 1 P-Y-læreplan Viktig med gode samarbeidsplattformer mellom fellesfag- og programfaglærere som grunnlag for yrkesretting. Undervisningen må være relevant
Elektrofag	Enig i styrkingen av algebra. Elevene trenger algebra, geometri (inklusive trigonometri), funksjonsteori (inklusive eksponential- og logaritmefunksjoner) og sannsynlighetsregning	1P-Y ikke tilstrekkelig med hensyn til programfagene på elektro. Rådet foreslår at elever på elektrofag undervises etter 1 T-Y eller en «utvidet» utgave av 1T-Y som dekker programfagene
Design og håndverk	De fire regnearter, prosentregning, geometri, målinger, mengder og forholdstall	Ønsker en egen lærebok for DH med større vekt på relevante eksempler.
Restaurant- og matfag	De fire regnearter, prosentregning, økonomiske beregninger.	Større grad av yrkesretting av opplæringen, tettere samarbeid mellom fellesfag- og programfaglærere. Veiledninger som hjelp til yrkesretting Hospitering av fellesfaglærere i bedrift
Naturbruk	Geometri, prosentregning, forholdstall, statistikk, økonomi, algebra	Benytte andre opplæringsarenaer enn klasserommet. Bruke eksempler som er relevante for elevene.
Medier og kommunikasjon	Hovedområdene i dagens læreplan er riktige og viktige for studieprogrammet	Opplæringa må knyttes tettere opp til den praktiske hverdagen elevene møter. Flere tverrfaglige prosjekter
Helse- og oppvekstfag	Brøkgregning, prosentregning, målinger og mengdeberegninger, statistikk, formelregning	Gi flere oppgaver relatert til målene i programfagene. De ulike lærergruppene må jobbe tettere sammen på skolenivå. Kontakt mellom skole og lærebedrifter.

## VEDLEGG 5.4.3: Skjema for spørreundersøkelse

### Noen spørsmål- Matematikk på yrkesfag i videregående opplæring

Undertegnede sitter som 2 medlemmer i ei arbeidsgruppe nedsatt av Utdanningsdirektoratet som skal foreta en gjennomgang av matematikkfaget i grunnopplæringen. Grappa skal se både på struktur og innhold i faget, og arbeidet skal munne ut i et kunnskapsgrunnlag til hjelp for Direktoratet i vurderingen av faget.

Undertegnede skal jobbe med matematikk på yrkesfag og spesifikt se på hvilken matematikk som inngår i/ trengs i programfagene på Vg1 og Vg2.

Dette er en sentral problemstilling i forhold til utfordringer rundt fellesfagene på yrkesfag og ikke minst diskusjonene rundt frafall på yrkesfag. FYR- prosjektet, som har som mål å gjøre fellesfagene mere yrkesrettet og relevante på yrkesfag, er også interessant i denne diskusjonen.

Vi ønsker, som en del av dette arbeidet, å gjøre en liten undersøkelse og henvender oss til både matematikklærere og programfaglærere på yrkesfag.

Skjemaet kan enklest returneres ved å fylle inn og sende det som et mailvedlegg til

[jens.arne.meistad@matematikkcenteret.no](mailto:jens.arne.meistad@matematikkcenteret.no) eller [ranestad@math.uio.no](mailto:ranestad@math.uio.no)

eller pr. post til:

Matematikkcenteret v/ Jens Arne Meistad,

Realfagbygget, A4, NTNU

7491 Trondheim

Vi håper på god respons og mange tilbakemeldinger

På forhånd takk for hjelpa

Vennlig hilsen

Kristian Ranestad

Jens Arne Meistad

Matematisk institutt, UiO

Matematikkcenteret

Skole:.....

Fylke:.....

På siste side har vi prøvd å samle kompetansemål i programfagene på VG1 i de yrkesfaglige utdanningsprogrammene som er relevante for matematikkundervisningen.

Dersom du er **yrkesfaglærer/programfaglærer**:

A: I hvilke kompetansemål i programfagene (i ditt utdanningsprogram) er matematisk kompetanse viktig?

--

B: Hvilken matematisk kompetanse er viktig? Gi minst ett konkret eksempel satt i yrkesfaglig sammenheng.

--

Dersom du er **matematikklærer**:

A. Hvilke kompetansemål i matematikkfagene er spesielt viktige for de yrkesfaglige programfagene til dine elever? ( Si hvilke utdanningsprogram disse tilhører)

--

B. Er det lett/vanskelig i undervisningen å sette relevant matematikk inn i en yrkesfaglig motiverende sammenheng? Gi gjerne eksempler på matematiske tema.

--

**For begge grupper lærere:**

I hvilken grad samarbeider dere med programfag-/matematikklærerne om undervisning i de mest yrkesfagrelevante temaene i matematikken. På en skala fra 1 (lite) til 5 (mye). Gi gjerne eksempler/kommentar.

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

--

Andre kommentarer:

Frist for innsending: **15. februar 2014**



## VEDLEGG 5.4.4: Eksempel på oppgave

### Planting i bed



FOTO: Jens Arne Meistad

**Program:** Vg1 Naturbruk

#### Situasjon:

Oppdraget går ut på å beplante et av de store blomsterbedene utenfor skoleinngangen med spirea. Bedet ligger sørvendt og solrikt til. Dere skal lage ei arbeidstegning over bedet i en passende målestokk, og arbeidstegninga skal inneholde en «planteplan» som viser avstanden mellom de plantene dere velger og som dermed bestemmer hvor mange planter som må kjøpes inn.

Et gartneri vil gi dere et prisoverslag.

Vurder om det er andre utgifter enn planter som vil komme med i et budsjett for jobben.

Er det andre planter enn den dere velger som kunne ha vært aktuelle på en slik plass sett ut fra vekstvilkår?

Hvis dere er usikre er Bjarkøyspirea med en planteavstand på 1 meter et alternativ (Se ramme under)

#### Ressurser

Elevene trenger skrivesaker, meterstokk/målebånd, «ruteark» og kalkulator.

Bjarkøyspirea

Spirea chamaedryfolia, H7

Cirka 1,5 meter høy busk med kremhvite blomster i halvskjerm på fjorårsskudd. Guloransje høstfarge. Tåler å stå i skygge, og klarer seg bra i skrinn, næringsfattig jord. Passer til buskplantinger og fri hekk. Planteavstand: Grupper 1 til 3 m. Hekk 0,3 til 0,5 m. En av de mest nøysomme spirea, kan vokse i både sandjord og kalkholdig jord, kyst- og innlandsklima.

### Kompetansemål:

Kompetansemål matematikk 1P-Y	<ul style="list-style-type: none"><li>• gjere overslag over svar, rekne praktiske oppgåver med og utan digitale verktøy, presentere resultata og vurdere kor rimelege dei er</li><li>• bruke og grunngje bruken av formlikskap, målestokk og Pytagoras setning til berekningar og i praktisk arbeid</li><li>• løyse problem som gjeld lengd, vinkel, areal og volum</li></ul>
Kompetansemål felles programfag Vg1 Naturbruk (Naturbasert produksjon)	<ul style="list-style-type: none"><li>• utføre arbeidsoppgaver knyttet til stell av planter basert på kunnskaper om planter miljøkrav</li><li>• foreta enkle beregninger av råvare- og materialforbruk, og kunne beregne utbyttet i produksjonsprosessen</li><li>• velge og bruke materialer ut fra arbeidsoppdrag og materialets egenskaper</li></ul>



KILDE: [www.bogront.no](http://www.bogront.no)